

第十三章 三角形

教材基础对点热身练

1. C 2. B

3. A **解析:**如图,用平面截一个正方体得到的截面是△ABC,S 为正方体的一个顶点,假如 S,C 重合时,∠ACB=90°,当 C 在棱上运动远离 S 时,可以测量发现∠ACB 的度数逐渐减小,故可知∠ACB 为锐角,同理可知∠ABC,∠BAC 也是锐角,故可知△ABC 为锐角三角形.

4. 10 5. 6 米或 9 米

6. B

7. A **解析:**设 $PQ=x\text{ cm}(x>4)$,
 $\because AP=4\text{ cm},PQ=x\text{ cm},$
 $\therefore BQ=AB-AP-PQ=15-4-x=(11-x)\text{ cm}.$
 $\because$ 将 AP 向右翻折, BQ 向左翻折,
 $\therefore AP=MP,MQ=BQ.$
 $\because \triangle MPQ$ 符合三角形三边关系,
 $\therefore MQ-MP<PQ<MQ+MP,$
 即 $11-x-4<x<11-x+4,$

解得 $\frac{7}{2}<x<\frac{15}{2}.$

观察四个选项,选项 A 符合题意.

8. 12 **解析:**当 5 是腰长时,
 $\because 5+2>5,\therefore$ 能构成三角形,
 $\therefore$ 周长为 $5+5+2=12.$
 当 2 是腰长时,
 $\because 2+2<5,\therefore$ 不能构成三角形.

【技法点拨】对于没有明确腰、底分别是多少的题目,要分类讨论,还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

9. **解析:****【问题探索】**为了提高路口行人过街通行效率,交警大队尝试在一些路口设置对角斑马线.这是利用了三角形的任意两边之和大于第三边.故选 B.

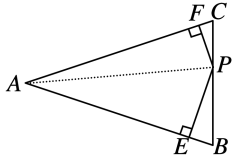
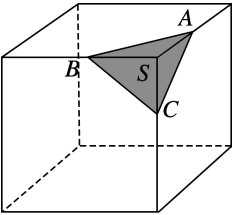
【学习感悟】过马路要看红绿灯,走斑马线(答案不唯一).

10. **解析:**(1) $\because a+b>c,a+c>b,b+c>a,$
 $\therefore a-b-c<0,b-c-a<0,a+b-c>0,$
 $\therefore$ 原式 $=b+c-a-a-c+b+a+b-c=3b-a-c.$
 (2) ① $\because a=5,b=2,$
 $\therefore 5-2<c<5+2,\therefore 3<c<7.$
 $\because$ 三角形的周长为偶数, $a+b=7$ 为奇数,
 $\therefore c$ 为奇数, $\therefore c=5.$
 ② $\because a=c=5,\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形.

【易错避坑】化绝对值时要结合三边关系.

11. D 12. A

13. A **解析:**如图所示,连接 $AP,$
 $\because PE\perp AB,PF\perp AC,AB=AC=2,$
 $S_{\triangle ABC}=1,$
 $\therefore S_{\triangle ABP}+S_{\triangle ACP}=\frac{1}{2}AB\cdot PE+\frac{1}{2}AC\cdot$



$$PF=\frac{1}{2}AB(PE+PF)=1,$$

$$\therefore PE+PF=1.$$

【技法点拨】掌握三角形面积的计算方法是关键,当不能直接用公式时,学会转化成和或差的形式求解.

14. D

15. 1 **解析:** $\because D,E,F$ 分别为 BC,AD,CE 的中点,且 $S_{\triangle ABC}=4\text{ cm}^2,$

$$\therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=2\text{ cm}^2,$$

$$S_{\triangle ABE}=S_{\triangle DBE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ACE}=S_{\triangle DCE}=1\text{ cm}^2,$$

$$\therefore S_{\triangle DBE}+S_{\triangle DCE}=S_{\triangle BEC}=2\text{ cm}^2,$$

$$\therefore S_{\triangle BEF}=\frac{1}{2}S_{\triangle BEC}=1\text{ cm}^2.$$

【技法点拨】解题的关键在于掌握三角形的中线把三角形分成面积相等的两个三角形.

16. 15 **解析:** $\because$ 在△ABC 中,∠ABC 与∠ACB 的平分线交于点 O,
 $\therefore \angle DBO=\angle CBO,\angle ECO=\angle BCO.$
 $\because DE\parallel BC,$
 $\therefore \angle DOB=\angle CBO,\angle EOC=\angle BCO,$
 $\therefore \angle DBO=\angle DOB,\angle ECO=\angle EOC,$
 $\therefore BD=DO,CE=EO,$
 $\therefore \triangle ADE$ 的周长为 $AD+DO+OE+AE=AD+BD+CE+AE=AB+AC=9+6=15.$

【技法点拨】题目中有角平分线和平行,又出现等腰三角形,进而可以等量转换.

17. **解析:**(1)如图所示,线段 AD 、线段 BE 即为所求.

(2) $\because BE$ 是△ABC 的中线,

$$\therefore AE=CE.$$

$\because \triangle ABE$ 的周长比△BCE 的周长大

45,

$$\therefore AB+AE+BE-(BC+CE+BE)=45,$$

$$\therefore AB-BC=45,\text{即 }AB\text{ 比 }BC\text{ 长 }45.$$

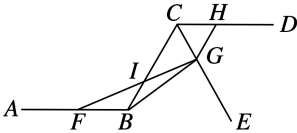
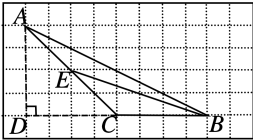
(3) $\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8, BE$ 是△ABC 的中线,

$$\therefore S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=4.$$

18. D 19. C

20. 74°

21. $\left(120-\frac{3}{2}\alpha\right)$ 或 $\left(120+\frac{3}{2}\alpha\right)$ **解析:**当点 G 在 AB 上方时,设 FG 交 CB 于点 $I,$
 $\because \angle ABC=120^\circ,AB\parallel CD,CE$ 平分 $\angle BCD,$
 $\therefore \angle BCD=120^\circ,\angle BCE=\angle DCE=60^\circ.$
 $\because GH\parallel BC,$
 $\therefore \angle CGH=\angle BCE=60^\circ.$
 $\because \angle FIC=\angle GFB+\angle ABC=120^\circ+\alpha^\circ,$
 $\angle FIC=\angle BCE+\angle CGF,$



$$\therefore \angle CGF=\angle FIC-\angle BCE=120^\circ+\alpha^\circ-60^\circ=60^\circ+\alpha^\circ.$$

$$\because \angle FGB=\frac{1}{2}\angle GFB=\frac{1}{2}\alpha^\circ,$$

$$\therefore \angle BGH=\angle FGB+\angle CGF+\angle CGH=\frac{1}{2}\alpha^\circ+60^\circ+\alpha^\circ+60^\circ=120^\circ+\frac{3}{2}\alpha^\circ.$$

当点 G 在 AB 下方时,如图所示,

$$\because \angle FGB=\frac{1}{2}\angle GFB=\frac{1}{2}\alpha^\circ,$$

$$\therefore \angle FBG=180^\circ-\angle BFG-$$

$$\angle BGF=180^\circ-\frac{3}{2}\alpha^\circ,$$

$$\therefore \angle CBG=360^\circ-\angle FBC-$$

$$\angle FBG=60^\circ+\frac{3}{2}\alpha^\circ,$$

$$\therefore \angle BGC=180^\circ-\angle CBG-\angle BCG=60^\circ-\frac{3}{2}\alpha^\circ.$$

$$\because \angle CGH=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BGH=\angle BGC+\angle CGH=120^\circ-\frac{3}{2}\alpha^\circ.$$

22. **解析:** $\because \angle EFA+\angle EAF+\angle E=180^\circ,\angle EAF=100^\circ,\angle EFA=20^\circ,$
 $\therefore \angle E=180^\circ-\angle EFA-\angle EAF=60^\circ.$
 $\because EF\parallel DC,$
 $\therefore \angle ECD=\angle E=60^\circ$ (两直线平行,内错角相等).

$$\because \angle BCD=130^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle BCD-\angle ECD=70^\circ.$$

$\because \angle EAF=\angle B+\angle ACB$ (三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和),
 $\therefore \angle B=\angle EAF-\angle ACB=30^\circ.$
 $\therefore \angle B=\angle EAF-\angle ACB=30^\circ.$

23. **解析:**(1) $\because$ 在△ABC 中, $\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle ACB=90^\circ,$
 AD 平分 $\angle BAC,\therefore \angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=45^\circ.$

$\because \angle ADC$ 是△ABD 的外角,

$$\therefore \angle ADC=\angle B+\angle BAD=40^\circ+45^\circ=85^\circ.$$

(2) $\because \angle ACB=90^\circ,\therefore \angle B+\angle BAC=90^\circ.$

$$\because PE\perp AD,\therefore \angle EPD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC+\angle E=90^\circ.$$

$$\because \angle ABC=\angle E,\therefore \angle ADC=\angle BAC.$$

$$\because AD\text{ 平分 }\angle BAC,\therefore \angle BAC=2\angle DAC,$$

$$\therefore \angle ADC=2\angle DAC.$$

$$\because \angle ADC+\angle DAC=90^\circ,\therefore \angle ADC=60^\circ,$$

$$\therefore \angle E=90^\circ-\angle ADC=30^\circ,\therefore \angle B=\angle E=30^\circ,$$

$$\therefore \angle B\text{ 的度数为 }30^\circ.$$

24. **解析:**(1) $\because \angle ADB=\angle ABD,\angle ABC=70^\circ,$
 $\therefore \angle ADB=\angle ABD=70^\circ.$
 $\because BE$ 是△ABD 中 AD 边上的高线,
 $\therefore BE\perp AD,\text{即 }\angle BED=90^\circ,$
 $\therefore \angle DBE=90^\circ-\angle BDE=20^\circ,$
 $\therefore \angle ABF=\angle ABC-\angle DBE=50^\circ.$
 (2) $\because \angle ADB=\angle ABD,\angle ABC=\alpha,$
 $\therefore \angle ADB=\angle ABD=\alpha.$

$\because BE$ 是△ABD 中 AD 边上的高线,

$$\therefore BE\perp AD,\text{即 }\angle BED=90^\circ.$$

$$\because \angle DBE=90^\circ-\angle BDE=90^\circ-\alpha,$$

$$\therefore \angle AFB=\angle ACB+\angle CBF=90^\circ-\alpha+\beta.$$

(3) $\because \angle AFB=\angle BAF,\angle AFB=90^\circ-\alpha+\beta,$

$$\therefore \angle BAF=90^\circ-\alpha+\beta.$$

$$\because \angle BAF+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ,$$

$$\therefore 90^\circ-\alpha+\beta+\alpha+\beta=180^\circ,$$

$$\therefore \beta=45^\circ.$$

25. **解析:****【探究规律】**图略,三角形个数分别为 2 个、3 个、4 个.

【总结规律】 n 边形($n\geqslant 3$)三角剖分后三角形个数通用公式: $n-2$.

推导思路:从一个顶点出发,与不相邻顶点连线, n 边形一个顶点可连 $(n-3)$ 条对角线,这些对角线把 n 边形分成 $(n-2)$ 个三角形.

【应用规律】 $20-2=18$ (个).

第十三章 三角形

关键能力达标测试卷

1. B
 2. B **解析:**由三角形的面积公式可知,三角形的中线把三角形分为面积相等的两部分,
 $\therefore$ 他所作的线段 AD 应该是△ABC 的中线.
 3. A 4. B 5. D 6. C 7. A 8. C
 9. B **解析:**因为 AD 是边 BC 上的中线,所以 $BC=2CD=8(\text{cm}),$ 因为△ABC 的周长 $=20\text{ cm},$ 所以 $AB+AC+BC=20(\text{cm}),$ 所以 $AB=20-7-8=5(\text{cm}).$
 10. C
 11. BE **解析:** $\because BE\perp AC,\therefore \triangle ABC$ 中 AC 边上的高是 $BE.$
 12. 110°
 13. 15 **解析:**根据题意,分两种情况讨论:

①当腰是底的 2 倍时,底边为 $6\div 2=3,$
 $\because 3+6>6,6-3<6,$
 $\therefore$ 可以构成三角形;
 ②当底是腰的 2 倍时,底边为 $6\times 2=12,$
 $\because 6+6=12,$
 $\therefore$ 不能构成三角形,
 $\therefore \triangle ABC$ 的周长 $=6+6+3=15.$

【技法点拨】当有不确定的条件时,考虑分情况讨论:①腰是底的 2 倍,②底是腰的 2 倍,再利用三角形三边关系(三角形的两边之和大于第三边,两边之差小于第三边)进行检验即可.

14. 40° 或 80° **解析:**在△ABC 中, $\angle BAC=60^\circ,\angle CAD=20^\circ,$ 如图 1,当△ABC 是锐角三角形时, $\angle BAD=\angle BAC-\angle CAD=60^\circ-20^\circ=40^\circ;$ 如图 2,当△ABC 是钝角三角形时, $\angle BAD=\angle BAC+\angle CAD=60^\circ+20^\circ=80^\circ.$

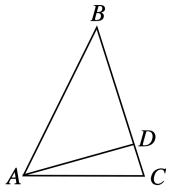


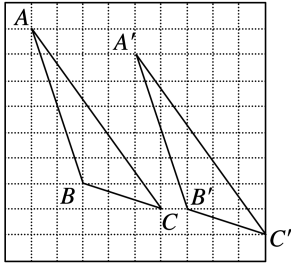
图1



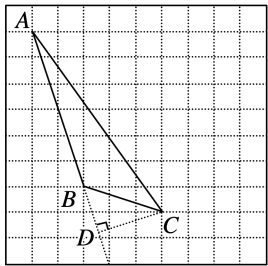
图2

【易错避坑】作钝角三角形在钝角的两条边上的高时,要用虚线作延长线,过顶点作垂直高线.

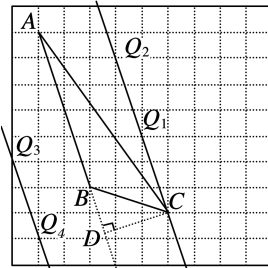
15. 解析: ∵ △ABC 的周长为 32,
∴ $AB+AC+BC=32$.
∵ BE,CF 分别是 AC,AB 边上的中线, $AE=5,BF=6$,
∴ $AC=2AE=10,AB=2BF=12$,
∴ $BC=32-10-12=10$.
16. 解析: (1) 将△ABC 向下平移 1 个单位长度,再向右平移 4 个单位长度得到△A'B'C',如图所示.



- (2) $S_{\triangle ABC}=5\times 7-\frac{1}{2}\times 5\times 7-\frac{1}{2}\times 2\times 6-2\times 1-\frac{1}{2}\times 1\times 3$
 $=35-\frac{35}{2}-6-2-\frac{3}{2}$
 $=8$.
(3) 延长 AB ,过点 C 作 AB 的垂线交 AB 于点 D ,如图所示.



- (4) 在 AB 的两侧画等距离(距离为 CD)的两条平行线,再根据平行线经过的格点 Q_1,Q_2,Q_3,Q_4 即为所求.



- ∴ 这样的点共有 4 个.
17. 证明: ∵ AF 平分 $\angle CAB$, (已知)
∴ $\angle 1=\angle 2$. (角平分线的定义)
∵ $\angle CEF=\angle CFE, \angle 3=\angle CEF$, (已知,对顶角相等)
∴ $\angle CFE=\angle 3$. (等量代换)
∵ 在△ACF 中, $\angle ACF=90^\circ$, (已知)
∴ $\angle 1+\angle CFA=90^\circ$. (直角三角形的性质)
∵ $\angle 1=\angle 2, \angle CFE=\angle 3$, (已证)
∴ $\angle 2+\angle 3=90^\circ$, (等量代换)
∴ 在△AED 中, $\angle ADE=90^\circ$, (三角形内角和定理)
∴ $CD\perp AB$. (垂直的定义)
18. 解析: (1) ∵ a,b,c 是三角形的三边长,
∴ $b+c>a, c+a>b, a+b>c$,
∴ $a-b-c<0, b-c-a<0, c-a-b<0$,
∴ $|a-b-c|+|b-c-a|+|c-a-b|=b+c-a+c+a-b+a+$

- $b-c=a+b+c$.
(2) 把 $a=10, b=8, c=6$ 代入(1)中式子,得原式 $=10+8+6=24$.
19. 解析: (1) ① 根据题意,得 $2\angle C+\angle B=150^\circ\neq 90^\circ$,其余情况更不成立,故△ABC 不是“准互余三角形”;
② 由△ABC 是“准互余三角形”,则 $\angle A+2\angle B=90^\circ$,解得 $\angle B=\frac{90^\circ-60^\circ}{2}=15^\circ$,该结论错误;
③ 根据三角形的两个内角 α 与 β 满足 $2\alpha+\beta=90^\circ$,那么这样的三角形是“准互余三角形”.
∴ $\alpha+\beta=90^\circ-\alpha<90^\circ$,
∴ 第三个内角为 $180^\circ-(\alpha+\beta)=90^\circ+\alpha>90^\circ$,
故“准互余三角形”一定是钝角三角形,正确.
(2) ∵ $\angle ACB=90^\circ$, ∴ $\angle A+\angle ABC=90^\circ$.
∵ BD 是△ABC 的平分线,
∴ $\angle ABC=2\angle ABD$, ∴ $\angle A+2\angle ABD=90^\circ$,
∴ △ABD 是“准互余三角形”.
(3) 当点 P 在点 B 左侧时,如图 1,
∵ $\angle ABC=70^\circ, \angle A+\angle APB=\angle ABC$,
∴ $\angle A+\angle APB=70^\circ$.
∵ △ABP 是“准互余三角形”, ∴ $2\angle A+\angle APB=90^\circ$,
∴ $\angle A=20^\circ$, ∴ $\angle APB=50^\circ$.

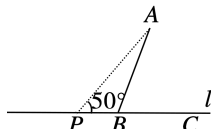


图1

- 如图 2, ∵ △ABP 是“准互余三角形”,
∴ $\angle A+2\angle APB=90^\circ$,解得 $\angle APB=20^\circ$;
当点 P 在点 B 右侧时,如图 3,
∵ $\angle ABC=70^\circ$, △ABP 是“准互余三角形”,
∴ $\angle ABC+2\angle A=90^\circ$, ∴ $\angle A=10^\circ, \angle APB=100^\circ$.

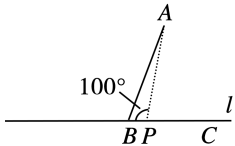


图3

- 如图 4, ∵ △ABP 是“准互余三角形”,
∴ $\angle ABC+2\angle APB=90^\circ$,
∴ $\angle APB=10^\circ$.
故答案为 10° 或 20° 或 50° 或 100° .

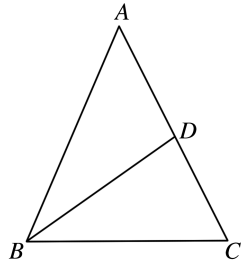
第十三章 三角形

核心素养提优测试卷

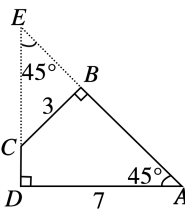
1. B
2. C 解析: ∵ $\angle BAC=90^\circ$,
∴ △ABC 是直角三角形.
∵ AD 是 BC 边上的高,
∴ $\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$,
∴ △ABD, △AED, △ACD 都是直角三角形,
∴ 图中的直角三角形共有 4 个.
3. C 解析: 由点在数轴上的位置得 $AB=1-(-1)=2, BC=x-1, CD=7-x$,
∴ 线段 AB, BC, CD 能围成三角形,
∴ 由三角形三边关系定理得 $\begin{cases} x-1+7-x>2, ① \\ 2+x-1>7-x, ② \\ 2+7-x>x-1, ③ \end{cases}$

- 不等式①恒成立,由不等式②得 $x>3$,由不等式③得 $x<5$,
∴ 不等式组的解集是 $3<x<5$.

4. C 5. C 6. C 7. D 8. A
9. C 解析: 由示意图可知, △DOA 和△DBE 都是直角三角形,
∴ $\angle O+\angle ADO=90^\circ, \angle DEB+\angle ADO=90^\circ$,
∴ $\angle DEB=\angle O$.
∴ $\angle DEB=\angle CEA$,
∴ $\angle CEA=\angle O$.
10. A
11. 22 12. 4.5 cm 13. (1) 能 大于 小于 (2) 稳定
14. 2 15. 65°
16. 解析: 如图, ∵ DB 为△ABC 的中线,
∴ $AD=CD$.
设 $AD=CD=x$, 则 $AB=AC=2x$,
当 $x+2x=12$ 时, $BC+x=15$,
解得 $x=4, BC=11$,
此时△ABC 的三边长为 $AB=AC=8, BC=11$;
当 $x+2x=15$ 时, $BC+x=12$,解得 $x=5, BC=7$,
此时△ABC 的三边长为 $AB=AC=10, BC=7$.
综上, △ABC 的三边长为 $AB=AC=8, BC=11$, 或 $AB=AC=10, BC=7$.



17. 20 解析: 如图, 延长 DC, AB 交于点 E ,
∵ $\angle A$ 是 $45^\circ, \angle D$ 是 90° ,
∴ $\angle E$ 是 $180^\circ-45^\circ-90^\circ=45^\circ$,
∴ △ADE 是等腰直角三角形, △BCE 也是等腰直角三角形.
则四边形 ABCD 的面积是这两个等腰直角三角形的面积之差,
即四边形的面积 $=7\times 7\div 2-3\times 3\div 2=20$.



- 【技法点拨】构造等腰直角三角形求不规则图形的面积,先把图形补全成为等腰直角三角形.

18. 解析: 【知识迁移】(1) 证明: 延长 GH 交 EF 于点 A , 如图 1.
∵ $\angle FAH$ 是△AEG 的外角,
∴ $\angle FAH>\angle E$.
∵ $\angle FHG$ 是△AFH 的外角,
∴ $\angle FHG>\angle FAH$,
∴ $\angle FHG>\angle E$.

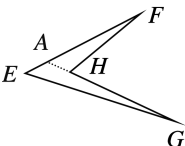


图1

- (2) 证明: ∵ $\angle FAH$ 是△AEG 的外角,
∴ $\angle FAH=\angle E+\angle G$.
∵ $\angle FHG$ 是△AFH 的外角,
∴ $\angle FHG=\angle FAH+\angle F$,
∴ $\angle FHG=\angle E+\angle F+\angle G$.

- 【拓展延伸】如图 2.

- ∵ $\angle FEG$ 是△ABE 的外角, $\angle FGE$ 是△CDG 的外角,
∴ $\angle FEG=\angle A+\angle B, \angle FGE=\angle C+\angle D$.
∵ $\angle F+\angle FEG+\angle FGE=180^\circ$,
∴ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle F=180^\circ$.

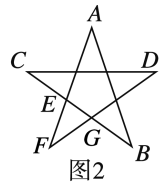


图2

19. 解析: (1) ① 在△ABC 中, $\angle ABC=40^\circ$,
∴ $\angle BAC+\angle ACB=180^\circ-\angle ABC=140^\circ$.
又三个内角的平分线交于点 O ,
∴ $\angle OAC=\frac{1}{2}\angle BAC, \angle OCA=\frac{1}{2}\angle ACB$,

- ∴ $\angle OAC+\angle OCA=\frac{1}{2}\angle BAC+\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}(\angle BAC+\angle ACB)=70^\circ$,
∴ $\angle AOC=180^\circ-(\angle OAC+\angle OCA)=110^\circ$.
② 在△ABC 中, $\angle BAC+\angle ACB=180^\circ-\angle ABC$,
三个内角的平分线交于点 O ,
∴ $\angle OAC=\frac{1}{2}\angle BAC, \angle OCA=\frac{1}{2}\angle ACB$,
∴ $\angle OAC+\angle OCA=\frac{1}{2}\angle BAC+\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}(\angle BAC+\angle ACB)=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle ABC)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle ABC$,
∴ $\angle AOC=180^\circ-(\angle OAC+\angle OCA)=180^\circ-\left(90^\circ-\frac{1}{2}\angle ABC\right)=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ABC$.

- (2) ① ∵ BF 平分 $\angle ABE, OC$ 平分 $\angle ACB, OA$ 平分 $\angle BAC$,
∴ $\angle ABE=2\angle EBF, \angle ACB=2\angle BCF, \angle BAC=2\angle OAC$.
又 ∵ $\angle ABE=\angle BAC+\angle ACB, \angle EBF=\angle F+\angle BCF$,
∴ $\angle BAC+\angle ACB=2(\angle F+\angle BCF)=2\angle F+2\angle BCF$,
∴ $\angle BAC=2\angle F, \therefore \angle F=\angle OAC$.
∴ $\angle ODC=\angle AOC, \angle ACO=\angle DCO$,
∴ $\angle COD=\angle OAC$,
∴ $\angle COD=\angle F, \therefore BF\parallel OD$.
② 由①得 $\angle BAC=2\angle F$,
∵ $\angle F=\angle ABC=40^\circ, \therefore \angle BAC=2\angle F=80^\circ$,
∴ $\angle ACB=180^\circ-\angle ABC-\angle BAC=60^\circ$.
∵ OC 平分 $\angle ACB, \therefore \angle OCD=30^\circ$.
∵ $BF\parallel OD, \therefore \angle COD=\angle F=40^\circ$,
∴ $\angle BDO=\angle COD+\angle OCD=70^\circ, \angle DOF=180^\circ-40^\circ=140^\circ$.
∵ 将△BOD 绕点 O 顺时针旋转一定角度 α 后得△B'OD' ($0^\circ<\alpha<360^\circ$),
∴ $\angle B'D'O=\angle BDO=70^\circ$.

- 如图 1,
∵ $B'D'\parallel FC$,
∴ $\angle COD'=\angle B'D'O=70^\circ$,
∴ $\angle DOD'=\angle COD'-\angle COD=30^\circ$,
即此时的旋转角为 30° ;

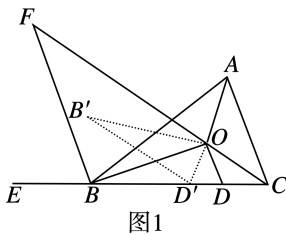


图1

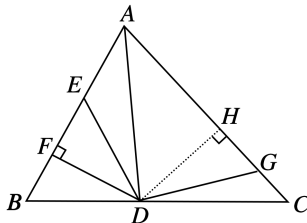
- 如图 2,
∵ $B'D'\parallel FC$,
∴ $\angle FOD'=\angle B'D'O=70^\circ$,
∴ $\alpha=\angle DOF+\angle FOD'=140^\circ+70^\circ=210^\circ$.
综上所述, 所有符合条件的旋转角度 α 的值为 30° 或 210° .
【解题提示】应用三角形的外角的性质, 要分两种情况讨论.

第十四章 全等三角形

教材基础对点热身练

1. B
2. D 解析: 设点 Q 的运动速度是 x cm/s,
∵ 点 P 的运动速度为 1 cm/s, 点 Q 的运动速度为 x cm/s, 它们运

- 动的时间为 t s, $AB=4$ cm, $AC=BD=3$ cm,
 $\therefore AP=t$ cm, $BP=(4-t)$ cm, $BQ=xt$ cm.
 $\therefore \angle CAB=\angle DBA$,
 $\therefore$ 当 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等时, 有两种情况:
 ① $AP=BQ$, $AC=BP$,
 即 $\begin{cases} t=xt, \\ 4-t=3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} t=1, \\ x=1; \end{cases}$
 ② $AP=BP$, $AC=BQ$,
 即 $\begin{cases} t=4-t, \\ xt=3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} t=2, \\ x=1.5. \end{cases}$
 $\therefore$ 当 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等时, 点 Q 的运动速度为 1 cm/s 或 1.5 cm/s.
3. 24 4. (6, -4)
 5. A
 6. $\angle B=\angle E$, $\angle D=\angle C$, $AC=AD$ (添加其中一个即可)
 7. 解析: (1) $\therefore \angle A+\angle 2+\angle AOD=\angle B+\angle AEB+\angle BOE=180^\circ$,
 $\angle A=\angle B$, $\angle AOD=\angle BOE$,
 $\therefore \angle AEB=\angle 2=36^\circ$.
 (2) 证明: $\therefore \angle ADE=\angle 1+\angle C$, 即 $\angle 2+\angle BDE=\angle 1+\angle C$,
 而 $\angle 2=\angle 1$, $\therefore \angle C=\angle BDE$.
 在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BED$ 中, $\begin{cases} \angle C=\angle BDE, \\ \angle A=\angle B, \\ AE=BE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle AEC\cong\triangle BED$ (AAS).
 8. 证明: (1) $\therefore FC\perp AB$, $ED\perp AB$,
 $\therefore \angle FCB=90^\circ$, $\angle EDA=90^\circ$.
 $\therefore AD=BC$, $AE=BF$,
 $\therefore \triangle FCB\cong\triangle EDA$ (HL),
 $\therefore DE=CF$.
 (2) $\therefore DE=CF$, $\angle FCG=\angle EDG=90^\circ$, $\angle FGC=\angle EGD$,
 $\therefore \triangle FCG\cong\triangle EDG$ (AAS),
 $\therefore CG=DG$, 即 G 是线段 AB 的中点.
 9. 解析: (1) 证明: $\therefore AB\perp BC$, $AD\perp DE$,
 $\therefore \angle B=\angle D=90^\circ$.
 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\begin{cases} AC=AE, \\ AB=AD, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle ABC\cong\text{Rt}\triangle ADE$ (HL),
 $\therefore \angle BAC=\angle DAE$,
 $\therefore \angle BAC-\angle EAC=\angle DAE-\angle EAC$,
 即 $\angle BAE=\angle DAC$.
 (2) 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ADG$ 中, $\begin{cases} \angle B=\angle D, \\ AB=AD, \\ \angle BAF=\angle DAG, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABF\cong\triangle ADG$ (ASA), $\therefore AG=AF=4$.
 $\therefore AC=7$, $\therefore CG=AC-AG=7-4=3$.
10. C 11. B
 12. C 解析: 如图, 过点 D 作 $DH\perp AC$ 于点 H ,
 $\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DF\perp AB$,
 $\therefore DF=DH$.
 在 $\text{Rt}\triangle DEF$ 和 $\text{Rt}\triangle DGH$ 中, $\begin{cases} DE=DG, \\ DF=DH, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle DEF\cong\text{Rt}\triangle DGH$ (HL), $\therefore S_{\triangle EDF}=S_{\triangle GDH}$.



- 设 $S_{\triangle EDF}=S_{\triangle GDH}=S$,
 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle ADH$ 中, $\begin{cases} AD=AD, \\ DF=DH, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle ADF\cong\text{Rt}\triangle ADH$ (HL),
 $\therefore S_{\triangle ADF}=S_{\triangle ADH}$, 即 $S_{\triangle ADE}+S_{\triangle EDF}=S_{\triangle ADG}+S_{\triangle GDH}$.
 $\therefore \triangle ADG$ 和 $\triangle AED$ 的面积分别为 50 和 39,
 $\therefore 39+S=50-S$, 解得 $S=5.5$.
【技法点拨】 全等三角形的面积相等.

13. C

14. C 解析: $\therefore AB\parallel CD$,
 $\therefore \angle ACD=\angle BAC$, $\angle ABC=\angle DCF$.
 $\therefore BE$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC$.
 $\therefore CD$ 平分 $\angle ACF$, $\angle ACF=\angle ABC+\angle BAC$,
 $\therefore \angle ACD=\angle DCF=\frac{1}{2}\angle ACF=\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle BAC$.
 $\therefore \angle DCF=\angle DBC+\angle BDC=\frac{1}{2}\angle ABC+\angle BDC$,
 $\therefore \frac{1}{2}\angle ABC+\angle BDC=\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle BAC$
 $\therefore \angle BDC=\frac{1}{2}\angle BAC$, 故 ① 错误;

- $\therefore CE$ 平分 $\angle ACB$, $\therefore \angle ACE=\frac{1}{2}\angle ACB$.
 $\therefore \angle ACB+\angle ACF=180^\circ$,
 $\therefore \angle ACE+\angle ACD=90^\circ$, 即 $\angle ECD=90^\circ$,
 $\therefore \angle BEC=\angle ECD+\angle CDB=90^\circ+\angle CDB$.
 $\therefore AB\parallel CD$, $\therefore \angle CDB=\angle ABD$,
 $\therefore \angle BEC=90^\circ+\angle ABD$, 故 ② 正确;
 $\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$, $\therefore \angle CBA=2\angle ABD=2\angle BDC$.

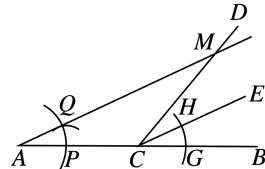
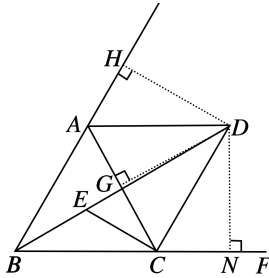
- $\therefore \angle BDC=\frac{1}{2}\angle BAC$, $\therefore \angle CAB=\angle CBA$, 故 ③ 正确;

- 过点 D 作 $DN\perp BF$ 于点 N , $DG\perp AC$ 于点 G , $DH\perp BA$ 延长线于点 H , 如图,
 $\therefore CD$ 平分 $\angle ACF$, $DN\perp BF$, $DG\perp AC$,
 $\therefore DN=DG$.
 $\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$, $DN\perp BF$, $DH\perp BH$,
 $\therefore DN=DH$, $\therefore DG=DH$,
 $\therefore AD$ 为 $\triangle ABC$ 外角 $\angle HAC$ 的平分线,
 $\therefore \angle DAH=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle HAC$.

- $\therefore \angle HAC=\angle ABC+\angle ACB=2\angle CBD+2\angle BCE$,
 $\therefore \angle DAC=\angle CBD+\angle BCE$.
 $\therefore \angle DAC+\angle ADB=\angle DEC+\angle BCE$,
 $\therefore \angle ADB=\angle BCE$.
 $\therefore AB\parallel CD$, $\therefore \angle ABC=\angle DCF$.
 $\therefore \angle BCE=\angle ACE$, $\angle DCF=\angle ACD$,
 $\therefore \angle ABC+\angle ADB=\angle ACD+\angle ACE=\angle DCE=90^\circ$,
 即 $\angle ADB+\angle ABC=90^\circ$, 故 ④ 正确.

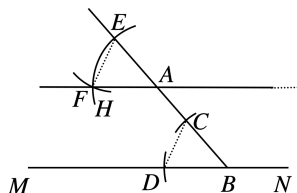
15. $\frac{90}{7}$

16. 解析: (1) 如图所示, 即为所求作的图形.



- (2) $\therefore CE$ 平分 $\angle BCD$,
 $\therefore \angle MCE=\frac{1}{2}\angle BCD=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$,
 $\therefore AM\parallel CE$,
 $\therefore \angle AMC=\angle MCE=25^\circ$,
 $\therefore \angle AMD=180^\circ-\angle AMC=180^\circ-25^\circ=155^\circ$.

17. 解析: (1) 如图, 直线 AF 即为所求.



- (2) $\therefore \angle CBD=\angle EAF$,
 $\therefore AF\parallel MN$. (同位角相等, 两直线平行)

第十四章 全等三角形

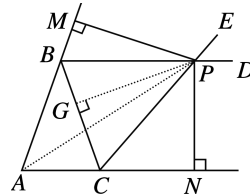
关键能力达标测试卷

1. D
 2. B 解析: $\angle A=\angle E$ 不是对应角相等, 不能判定 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$, A 错误; 根据 ASA 能判定 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$, B 正确; 不能根据 SSA 判定 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$, C 错误; $\angle A=\angle E$, $\angle B=\angle D$, $AB=EF$ 都不是对应边、对应角, 不能判定 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$, D 错误.
 3. D 解析: 条件是 $AB=DC$.
 理由: $\therefore AE\perp BC$, $DF\perp BC$,
 $\therefore \angle CFD=\angle AEB=90^\circ$.
 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle DCF$ 中,
 $\begin{cases} AB=DC, \\ BE=CF, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle ABE\cong\text{Rt}\triangle DCF$ (HL).
 4. C
 5. B 解析: $\therefore C$ 是线段 AB 的中点, $\therefore AC=CB$.
 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中, $\begin{cases} AC=CB, \\ \angle ACD=\angle ABE, \\ CD=BE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ACD\cong\triangle CBE$ (SAS), A 不符合题意;
 若 $\angle CAD=\angle BCE$, 不能证明 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 全等, B 符合题意;
 $\therefore C$ 是线段 AB 的中点, $\therefore AC=CB$.

- 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中, $\begin{cases} AC=CB, \\ AD=CE, \\ CD=BE, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ACD\cong\triangle CBE$ (SSS), C 不符合题意;
 $\therefore C$ 是线段 AB 的中点, $\therefore AC=CB$.
 $\therefore CD\parallel BE$, $\therefore \angle ACD=\angle CBE$,
 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中, $\begin{cases} AC=CB, \\ \angle ACD=\angle CBE, \\ CD=BE, \end{cases}$

- $\therefore \triangle ACD\cong\triangle CBE$ (SAS), D 不符合题意.

6. A 解析: $\therefore OP$ 平分 $\angle MON$, $PA\perp ON$ 于点 A , $PA=4$,
 $\therefore$ 当 $PQ\perp OM$ 时, $PQ=PA=4$,
 $\therefore PQ\geq 4$,
 $\therefore PQ$ 的长不可能是 3.9.
 7. A 解析: $\therefore \triangle ABC\cong\triangle AED$,
 $\therefore \angle DAE=\angle CAB=33^\circ$, $\angle D=\angle C$.
 $\therefore \angle AED=\angle CEF$,
 $\therefore \angle EFC=180^\circ-\angle C-\angle CEF=180^\circ-\angle D-\angle AED=\angle DAE=33^\circ$.
 8. C 解析: 该作图过程中, 弧 ① 的半径长度为任意长; 弧 ②, ③ 的半径长度相等, 且大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长; 弧 ④ 以 PA 的长度为半径. 只有 C 选项正确.
【技法点拨】 掌握尺规作图的原理, 熟练掌握过直线外一点作已知直线的平行线的作法.
 9. B
 10. A 解析: 如图, 过点 P 作 $PG\perp BC$ 于点 G .
 $\therefore BD$ 平分 $\angle MBC$, CE 平分 $\angle BCN$, $PN\perp AC$ 于点 N , $PM\perp AB$ 于点 M ,
 $\therefore PM=PG$, $PN=PG$,
 $\therefore PM=PN$, 故 ① 正确;
 连接 AP . $\therefore PM=PN$,
 $\therefore$ 点 P 在 $\angle CAB$ 的平分线上, 故 ② 正确;
 $\therefore BD\parallel AC$,
 $\therefore \angle BAC=\angle MBP$.
 $\therefore PM\perp AB$,
 $\therefore \angle MBP+\angle BPM=90^\circ$,
 $\therefore \angle MPB=90^\circ-\angle BAC$.
 在 $\text{Rt}\triangle BPM$ 与 $\text{Rt}\triangle BPG$ 中,
 $\begin{cases} MP=GP, \\ BP=BP, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle BPM\cong\text{Rt}\triangle BPG$ (HL),
 $\therefore \angle GPB=\angle MPB$,
 $\therefore \angle GPB=90^\circ-\angle BAC$. 由图可知 $\angle BPC\neq\angle BPG$, 故 ③ 错误;
 $\therefore BD$ 是 $\angle MBC$ 的平分线,
 $\therefore \angle MBP=\angle PBC$.
 $\therefore BD\parallel AC$,
 $\therefore \angle BAC=\angle MBP$, $\angle ACB=\angle PBC$,
 $\therefore \angle BAC=\angle ACB$,
 故 ④ 正确.



11. 2 解析: $\therefore \triangle ABC\cong\triangle DEF$,
 $\therefore BC=EF$,
 $\therefore BC-BE=EF-BE$, 即 $BF=EC$.
 $\therefore CF=8$, $BE=4$,
 $\therefore CE=\frac{CF-BE}{2}=\frac{8-4}{2}=2$.
 12. 80 解析: 在 $\triangle OCF$ 与 $\triangle ODG$ 中,
 $\begin{cases} \angle OCF=\angle ODG=90^\circ, \\ \angle COF=\angle DOG, \\ OF=OG, \end{cases}$
 $\therefore \triangle OCF\cong\triangle ODG$ (AAS),

- ∴ $CF = DG = 30\text{ cm}$,
 ∴ 小明离地面的高度是 $50 + 30 = 80(\text{cm})$.

13. 角的内部到角的两边的距离相等的点在这个角的平分线上

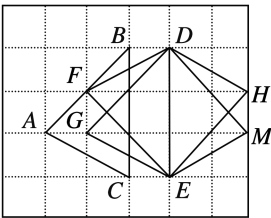
14. 15 **解析**: 过点 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E .

- ∵ BO 平分 $\angle ABD$, $OD \perp BC$ 于点 D ,
 ∴ $OD = OE = 3$,

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AB \cdot OE = \frac{1}{2} \times$$

$$10 \times 3 = 15.$$

15. 4 **解析**: 如图,



符合题意的三角形有 $\triangle DEF$, $\triangle DEG$, $\triangle DEH$, $\triangle DEM$, 共 4 个.

16. **解析**: (1) 证明: ∵ $CF \parallel AB$,

$$\therefore \angle ADE = \angle F, \angle A = \angle ECF,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle ECF, \\ \angle ADE = \angle F, \\ DE = FE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE (\text{AAS}).$$

(2) 由 (1) 得 $\triangle ADE \cong \triangle CFE$,

$$\therefore AD = CF = 4,$$

$$\therefore BD = AB - AD = 5 - 4 = 1.$$

17. **证明**: ∵ $AB \perp CD$, $CE \perp AD$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CED = 90^\circ.$$

$$\because FD \text{ 平分 } \angle BFE, \therefore \angle EFD = \angle BFD.$$

$$\text{又 } \because DF = DF,$$

$$\therefore \triangle DFB \cong \triangle DFE (\text{AAS}).$$

$$\therefore BD = ED.$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CED$ 中,

$$\begin{cases} \angle BDA = \angle EDC (\text{公共角}), \\ BD = ED, \\ \angle ABD = \angle CED = 90^\circ, \end{cases} \therefore \triangle ABD \cong \triangle CED (\text{ASA}),$$

$$\therefore AB = CE.$$

18. **解析**: (1) 如图 1, 射线 BP 即为所求 (作法不唯一, 作出一种即可).

(2) 如图 2, 直线 l 或直线 l' 即为所求 (答案不唯一, 作出一种即可).

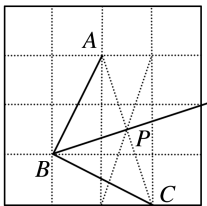


图1

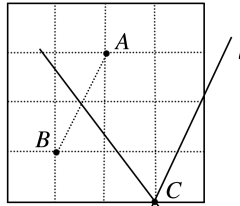


图2

19. **解析**: 如图, 在 $\triangle CFB$ 和 $\triangle AGB$ 中,

$$\begin{cases} CB = AB, \\ \angle C = \angle BAG, \\ CF = AG, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CFB \cong \triangle AGB (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle CBF = \angle ABG, BF = BG.$$

在四边形 $ABCD$ 中,

$$\because \angle A = \angle C = 90^\circ, \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 360^\circ - 90^\circ \times 2 - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle FBG = \angle ABF + \angle ABG = \angle ABF + \angle CBF = \angle ABC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle GBE = \angle GBF - \angle EBF = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GBE = \angle FBE.$$

在 $\triangle GBE$ 与 $\triangle FBE$ 中,

$$\begin{cases} BE = BE, \\ \angle GBE = \angle FBE, \\ GB = FB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle GBE \cong \triangle FBE (\text{SAS}),$$

$$\therefore EG = EF.$$

$$\text{而 } EG = AE + AG = AE + CF,$$

$$\therefore EF = AE + CF.$$

【解题提示】学会利用旋转变换的思想添加辅助线, 构造全等三角形解决问题.

20. **解析**: (1) 因为小涵的方案可以证明 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$, 即 $AB = CD$, 而小宇的方案不能证明 $AB = BC$, 所以两位同学方案可行的是小涵的方案.

(2) 选择小涵同学的方案.

$$\text{因为 } DO = BO, \angle AOB = \angle COD, CO = AO,$$

$$\text{所以 } \triangle ABO \cong \triangle CDO (\text{SAS}), \text{ 所以 } AB = CD,$$

故小涵同学的方案可行.

(3) 使 $OB \perp AC$, 理由如下:

$$\text{因为 } OB \perp AC, \text{ 所以 } \angle ABO = \angle CBO.$$

$$\text{又因为 } \angle COB = \angle AOB, OB = OB,$$

$$\text{所以 } \triangle ABO \cong \triangle CBO (\text{ASA}), \text{ 所以 } AB = CB.$$

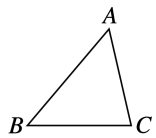
第十四章 全等三角形

核心素养提优测试卷

1. D **解析**: 面积相等, 但图形不一定能完全重合, A 说法错误; 形状相同的两个图形也不一定是全等图形, B 说法错误; 周长相等的两个图形不一定能完全重合, C 说法错误; 能够完全重合的两个图形是全等图形符合全等形的概念, D 说法正确.

2. B

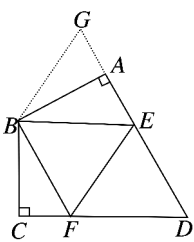
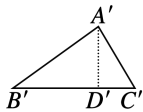
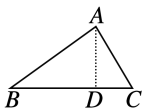
3. D **解析**: 如图所示,



$$AB = A'B', BC = B'C', \angle B = \angle B',$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' (\text{SAS}), \text{ A 不符合题意;}$$

如图所示,



$$\because AB = A'B', AD = A'D', \angle ADB = \angle A'D'B' = 90^\circ,$$

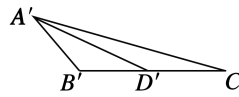
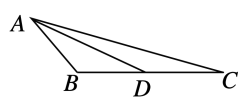
$$\therefore \text{Rt} \triangle ABD \cong \text{Rt} \triangle A'B'D' (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle B = \angle B'.$$

$$\because AB = A'B', BC = B'C',$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' (\text{SAS}), \text{ B 不符合题意;}$$

如图所示,



$$\because BC = B'C', \text{ 边 } BC \text{ 和边 } B'C' \text{ 上的中线相等,}$$

$$\therefore AD = A'D', BD = \frac{1}{2} BC = B'D' = \frac{1}{2} B'C'.$$

$$\text{又 } \because AB = A'B',$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle A'B'D' (\text{SSS}),$$

$$\therefore \angle B = \angle B'.$$

$$\because AB = A'B', BC = B'C',$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' (\text{SAS}), \text{ C 不符合题意;}$$

$$\because AB = A'B', \text{ 三角形中 } \angle A \text{ 和 } \angle A' \text{ 的角平分线相等, 只有两个条件,}$$

$$\therefore \text{无法证明三角形全等, D 符合题意.}$$

4. C

5. A **解析**: ∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$,

$$\therefore DF = DE = 2.$$

$$\because S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times AC = 7,$$

$$\therefore AC = 3.$$

6. A **解析**: 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD, \\ \angle B = \angle D, \\ BE = DF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (\text{SAS}),$$

$$\text{显然 } \triangle DFC \text{ 和 } \triangle AEF \text{ 不全等,}$$

$$\text{故选项 A 是错误的, 符合题意;}$$

$$\because \triangle ABE \cong \triangle CDF, \therefore AE = CF,$$

$$\text{故选项 B 正确, 不符合题意;}$$

$$\because \triangle ABE \cong \triangle CDF, \therefore \angle AEF = \angle CFE,$$

$$\text{故选项 C 正确, 不符合题意;}$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CFE$ 中,

$$\begin{cases} AE = CF, \\ \angle AEF = \angle CFE, \\ EF = FE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CFE (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle AFE = \angle CEF, \therefore AF \parallel CE.$$

$$\text{故选项 D 正确, 不符合题意.}$$

7. C **解析**: ∵ AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$, $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore DE = DC,$$

$$\therefore \triangle BDE \text{ 的周长} = BD + DE + BE = BD + DC + BE = BC + BE = 7 + 3 = 10.$$

【技法点拨】利用等线段代换得到 $\triangle BDE$ 的周长 $= BC + BE$.

8. C

9. C **解析**: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ.$$

$$\because AD, BE \text{ 分别平分 } \angle CAB, \angle CBA,$$

$$\therefore \angle PAC = \angle PAB = \frac{1}{2} \angle CAB, \angle PBF = \angle PBA = \frac{1}{2} \angle CBA,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle PBA = \frac{1}{2} (\angle CAB + \angle CBA) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ, \text{ 故结论}$$

① 正确;

$$\because \angle BPD + \angle APB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

$$\text{又 } \because PF \perp AD,$$

$$\therefore \angle FPA = \angle FPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FPB = \angle FPD + \angle BPD = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle FPB.$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle FBP$ 中,

$$\begin{cases} \angle APB = \angle FPB, \\ PB = PB, \\ \angle PBA = \angle PBF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle FBP (\text{ASA}), \text{ 故结论 } \textcircled{2} \text{ 正确;}$$

$$\therefore \angle BAP = \angle BFP, AB = FB, PA = PF,$$

$$\therefore \angle PAH = \angle PFD.$$

在 $\triangle PAH$ 和 $\triangle PFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle PAH = \angle PFD, \\ PA = PF, \\ \angle APH = \angle FPD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PAH \cong \triangle PFD (\text{ASA}),$$

$$\therefore AH = FD, \angle AHP = \angle FDP.$$

$$\because \angle FDP \text{ 是 } \triangle ABD \text{ 的外角,}$$

$$\therefore \angle FDP > \angle ABC,$$

$$\therefore \angle AHP > \angle ABC, \text{ 故结论 } \textcircled{3} \text{ 错误;}$$

$$\text{又 } \because AH = FD, AB = FB,$$

$$\therefore AB = FB = FD + BD = AH + BD,$$

$$\text{即 } AH + BD = AB, \text{ 故结论 } \textcircled{4} \text{ 正确.}$$

$$\therefore \text{正确的有 3 个.}$$

10. D **解析**: ∵ $\angle C = 60^\circ$,

$$\therefore \angle ABC + \angle CAB = 180^\circ - \angle C = 120^\circ.$$

$$\because AE, BD \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的角平分线,}$$

$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle CAB) = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) = 120^\circ,$$

$$\text{故 A 不符合题意;}$$

如图, 在 AB 上截取 $AM = AD$.

$$\because AE \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的角平分线,}$$

$$\therefore \angle DAO = \angle MAO.$$

$$\because AO = AO,$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle AOM (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle AOM = \angle AOD.$$

$$\because \angle AOB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOE = 180^\circ - \angle AOB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOM = \angle AOD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOM = \angle AOB - \angle AOM = 60^\circ,$$

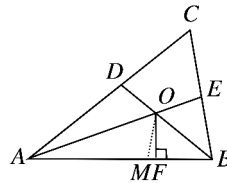
$$\therefore \angle BOM = \angle EOB.$$

$$\because BD \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的角平分线,}$$

$$\therefore \angle MBO = \angle EBO.$$

$$\because OB = OB,$$

$$\therefore \triangle BOE \cong \triangle BOM (\text{ASA}),$$

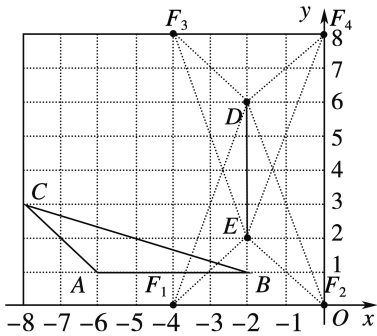


$\therefore BE=BM$,
 $\therefore AB=AM+BM=AD+BE$.
 故 B 不符合题意;
 $\because \triangle AOD \cong \triangle AOM$ (SAS), $\triangle BOE \cong \triangle BOM$ (ASA),
 $\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOM} + S_{\triangle BOM} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOE}$,
 故 C 不符合题意;
 如图,连接 OC,过点 O 作 $OG \perp AC$, $OH \perp BC$,垂足分别为 G, H.
 $\because AE, BD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,
 $\therefore OG=OF=OH=n$,
 $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOB} =$
 $\frac{1}{2}(AB+BC+AC) \cdot OF = \frac{1}{2}mn$,
 故 D 符合题意.

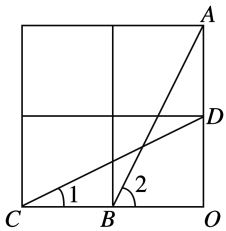
11.2 解析: $\because$ 直线 $a \perp b$ 于点 O,
 $\therefore \angle AOB=90^\circ$.
 $\because$ 三角形 ABO 向右平移 4 cm 得三角形 CDE, $OB=8$ cm,
 $\therefore AC=OE=4$ cm, $AB=CD$, $BO=DE=8$ cm, $\angle CED=$
 $\angle AOB=90^\circ$,
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle CED$ (HL), $FO \parallel DE$,
 $\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle CED}$,
 $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{梯形 OEDF}} = \frac{1}{2}(OF+DE) \cdot OE = \frac{1}{2}(OF+8) \cdot 4 =$
 20,
 $\therefore OF=2$ cm.

【易错避坑】等面积转换,根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{梯形 OEDF}} = \frac{1}{2}(OF+DE) \cdot$
 OE 解题.

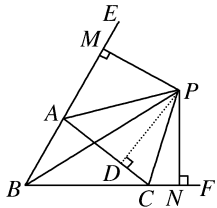
12. $(-4,0)$ 或 $(0,0)$ 或 $(-4,8)$ 或 $(0,8)$ 解析:由图可知, $AB=$
 $DE=4$.
 当 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ 时, $AC=EF$, $BC=DF$,
 $\therefore F_1(-4,0), F_2(0,0)$;
 当 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 时, $AC=DF$, $BC=EF$,
 $\therefore F_3(-4,8), F_4(0,8)$.
 综上所述,点 F 的坐标为 $(-4,0)$ 或 $(0,0)$ 或 $(-4,8)$ 或 $(0,8)$.



13.90 解析:如图,由题意,可得 $CO=AO$, $BO=DO$.
 在 $\triangle COD$ 和 $\triangle AOB$ 中,
 $\begin{cases} AO=CO, \\ \angle O=\angle O, \\ BO=DO, \end{cases}$
 $\therefore \triangle COD \cong \triangle AOB$ (SAS),
 $\therefore \angle 1=\angle BAO$.
 $\because \angle 2+\angle BAO=90^\circ$,
 $\therefore \angle 1+\angle 2=90^\circ$.



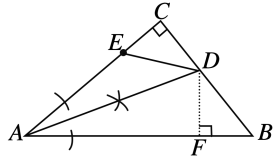
14. ①②③ 解析:①过点 P 作 $PD \perp AC$ 于
 点 D.
 $\because BP$ 平分 $\angle ABC$, AP 平分 $\angle EAC$,
 $PM \perp BE$, $PN \perp BF$,
 $\therefore PM=PN$, $PM=PD$,
 $\therefore PM=PN=PD$,
 $\therefore$ 点 P 在 $\angle ACF$ 的平分线上(到角的两边距离相等的点在角的
 平分线上),
 $\therefore CP$ 平分 $\angle ACF$, 故①正确;
 ② $\because BP$ 平分 $\angle ABC$, CP 平分 $\angle ACF$,
 $\therefore \angle ABC=2\angle PBC$, $\angle ACF=2\angle PCF$.
 $\because \angle ACF=\angle ABC+\angle BAC$, $\angle PCF=\angle PBC+\angle BPC$,
 $\therefore \angle BAC=2\angle BPC$, $\therefore \angle BPC=\frac{1}{2}\angle BAC$, 故②正确;
 ③ $\because PM \perp AB$, $PN \perp BC$,
 $\therefore \angle ABC+90^\circ+\angle MPN+90^\circ=360^\circ$,
 $\therefore \angle ABC+\angle MPN=180^\circ$.
 $\because PM=PN=PD$,
 $\therefore \angle APD=\frac{1}{2}\angle MPD$, $\angle CPD=\frac{1}{2}\angle NPD$,
 $\therefore \angle APC=\frac{1}{2}\angle MPN=90^\circ-\frac{1}{2}\angle ABC$, 故③正确;
 ④ $\because AP=AP$, $PM=PD$, $CP=CP$, $PD=PN$,
 $\therefore \text{Rt}\triangle APM \cong \text{Rt}\triangle APD$ (HL), $\text{Rt}\triangle CPN \cong \text{Rt}\triangle CPD$ (HL),
 $\therefore S_{\triangle APD} = S_{\triangle APM}$, $S_{\triangle CPD} = S_{\triangle CPN}$,
 $\therefore S_{\triangle APM} + S_{\triangle CPN} = S_{\triangle APC}$, 故④不正确.
 综上所述,①②③正确.



15. 证明:在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,
 $\begin{cases} AB=AC, \\ BD=CD, \\ AD=AD, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS),
 $\therefore \angle BAD=\angle CAD$, $\therefore AP$ 平分 $\angle BAC$.

16. 解析:(1)证明:在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中,
 $\begin{cases} BC=DE, \\ \angle B=\angle D, \\ AB=AD, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS).
 (2)由(1)得 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$,
 $\therefore AC=AE$.
 $\because CE=AE$,
 $\therefore AC=AE=CE$,
 $\therefore \triangle ACE$ 为等边三角形, $\therefore \angle ACE=60^\circ$.

17. 解析:(1)如图,AD 即为所求.



(2)证明:过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F,如图.
 $\because AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线, $DC \perp AC$, $DF \perp AB$,
 $\therefore DC=DF$.
 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,
 $\begin{cases} AD=AD, \\ DC=DF, \end{cases}$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADC \cong \text{Rt}\triangle ADF$ (HL), $\therefore AC=AF$.
 $\because \angle AED+\angle B=180^\circ$, $\angle AED+\angle DEC=180^\circ$,
 $\therefore \angle DEC=\angle B$.
 在 $\triangle DEC$ 和 $\triangle DBF$ 中,
 $\begin{cases} \angle DEC=\angle B, \\ \angle C=\angle DFB, \\ DC=DF, \end{cases}$
 $\therefore \triangle DEC \cong \triangle DBF$ (AAS),
 $\therefore CE=FB$, $\therefore AB=AF+BF=AC+CE$.
【技法点拨】过角平分线上的点向角的两边作垂线段,是常用的辅
 助线.

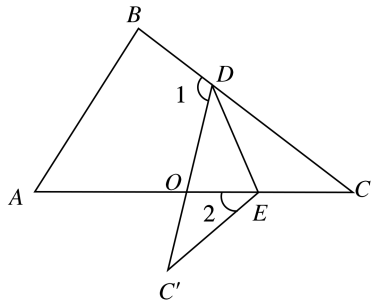
18. 解析:(1) $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$, $PC \perp PQ$.
 理由: $\because AC \perp AB$, $BD \perp AB$, $\therefore \angle A=\angle B=90^\circ$.
 当 $t=1$ 时, $AP=BQ=2$ cm, $\therefore BP=AB-AP=5$ cm,
 $\therefore BP=AC$.

在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle BPQ$ 中, $\begin{cases} AP=BQ, \\ \angle A=\angle B, \\ AC=BP, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ACP \cong \triangle BPQ$ (SAS), $\therefore \angle C=\angle BPQ$.
 $\because \angle C+\angle APC=90^\circ$, $\therefore \angle APC+\angle BPQ=90^\circ$,
 $\therefore \angle CPQ=180^\circ-(\angle APC+\angle BPQ)=90^\circ$, $\therefore PC \perp PQ$.
 (2)分情况讨论:①若 $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$, 则 $AC=BP$, $AP=BQ$,
 即 $5=7-2t$, $2t=xt$, 解得 $x=2$, $t=1$;
 ②若 $\triangle ACP \cong \triangle BQP$, 则 $AC=BQ$, $AP=BP$,
 即 $5=xt$, $2t=7-2t$, 解得 $x=\frac{20}{7}$, $t=\frac{7}{4}$.

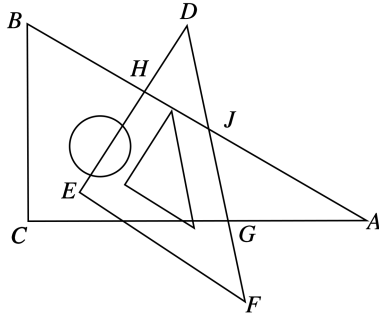
综上, $\begin{cases} x=2, \\ t=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{20}{7}, \\ t=\frac{7}{4}. \end{cases}$

阶段素养强化卷(一)

1. B 解析:由题知, $\angle BCF=60^\circ$, $\angle EAD=45^\circ$,
 $\therefore \angle AGC=180^\circ-\angle BCF-\angle EAD=75^\circ$,
 $\therefore \angle BGE=\angle AGC=75^\circ$.
 2. B 解析:如图,设 $C'D$ 与 AC 交于点 O.
 $\because \angle C=40^\circ$,
 $\therefore \angle C'=\angle C=40^\circ$.
 $\because \angle 1=\angle DOC+\angle C=$
 120° ,
 $\therefore \angle DOC=\angle 1-\angle C=$
 $120^\circ-40^\circ=80^\circ$.
 $\because \angle DOC=\angle 2+\angle C'$,
 $\therefore \angle 2=\angle DOC-\angle C'=$
 $80^\circ-40^\circ=40^\circ$.
 3.75° 解析:如图,
 $\because DE \perp AB$,
 $\therefore \angle DHJ=90^\circ$,
 $\therefore \angle D=\angle DJH=\angle AJG=45^\circ$.
 $\because \angle B=60^\circ$, $\angle C=90^\circ$,
 $\therefore \angle A=30^\circ$,
 $\therefore \angle AGF=\angle A+\angle AJG=30^\circ+45^\circ=75^\circ$.
 4. 解析:(1)由折叠,得 $\angle A=\angle DA'A$,
 $\therefore \angle 1=\angle A+\angle DA'A$,



$\therefore \angle 1=2\angle A$.
 (2)猜想: $\angle 1+\angle 2=2\angle A$.
 理由:由折叠,得 $\angle ADE=$
 $\angle A'DE$, $\angle AED=\angle A'E$
 ED .
 $\because \angle ADB+\angle AEC=360^\circ$,
 $\therefore \angle 1+\angle 2=360^\circ-$
 $\angle ADE-\angle A'DE-$
 $\angle AED-\angle A'ED=360^\circ-$
 $2\angle ADE-2\angle AED$,
 $\therefore \angle 1+\angle 2=2(180^\circ-\angle ADE-\angle AED)=2\angle A$.
 5. 解析:(1) $\because$ 三角形的三边长分别为 $x+4$, $x-1$, $x-2$,
 $\therefore x-2+x-1>x+4$, 解得 $x>7$.
 (2)设最短边的长度为 x , 较长边的长度为 $x+3$.
 由题意,可得 $x+x+3>10$, 解得 $x>\frac{7}{2}$.
 $\because$ 一个三角形的三边长都是整数,
 $\therefore$ 该三角形最短边的最小值为 4.
 (3)设 $AB=AC=x$,
 由题意,可得 $\begin{cases} 2x>10, \\ 2x+10\leq 30, \end{cases}$
 解得 $5<x\leq 10$. 所以 AB 的长度范围是 $5<AB\leq 10$.
 6. 解析:(1)证明: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是高,
 $\therefore \angle B+\angle CAB=90^\circ$, $\angle ACD+\angle CAB=90^\circ$,
 $\therefore \angle B=\angle ACD$.
 $\because AE$ 是角平分线, $\therefore \angle CAF=\angle DAF$.
 $\because \angle CFE=\angle CAF+\angle ACD$, $\angle CEF=\angle DAF+\angle B$,
 $\therefore \angle CEF=\angle CFE$.
 (2) $\because \angle B=40^\circ$, $\angle ACB=90^\circ$,
 $\therefore \angle GAB=\angle B+\angle ACB=40^\circ+90^\circ=130^\circ$.
 $\because AF$ 为 $\angle BAG$ 的平分线,



$\therefore \angle GAF=\angle DAF=\frac{1}{2}\angle GAB=\frac{1}{2}\times 130^\circ=65^\circ$.

$\because CD$ 为 AB 边上的高,
 $\therefore \angle ADF=\angle ADC=90^\circ$,
 $\therefore \angle CFE=90^\circ-\angle DAF=90^\circ-65^\circ=25^\circ$.
 又 $\because \angle CAE=\angle GAF=65^\circ$, $\angle ACE=\angle ACB=90^\circ$,
 $\therefore \angle CEF=90^\circ-\angle CAE=90^\circ-65^\circ=25^\circ$.
 (3) $\because C, A, G$ 三点共线, AE, AN 为角平分线,
 $\therefore \angle EAN=90^\circ$.
 又 $\because \angle GAN=\angle CAM$,
 $\therefore \angle M+\angle CEF=90^\circ$.
 $\because \angle CEF=\angle EAB+\angle B$, $\angle CFE=\angle EAC+\angle ACD$, $\angle ACD=$
 $\angle B$,
 $\therefore \angle CEF=\angle CFE$,
 $\therefore \angle M+\angle CFE=90^\circ$,
 $\therefore \angle CFE=90^\circ-\angle M=90^\circ-35^\circ=55^\circ$.

阶段素养强化卷(二)

1. D 解析: $\because AB \parallel DE$, $AC \parallel DF$,
 $\therefore \angle B=\angle DEF$, $\angle F=\angle ACB$.
 添加 $BC=EF$, 利用 ASA 判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等;
 添加 $BE=CF$, 得出 $BC=EF$, 利用 ASA 判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$
 全等;

添加 $AC=DF$, 利用 AAS 判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等;
添加 $\angle A=\angle D$, 不能判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等.

2. D 解析: 四边形 $ABCD$ 是一个“筝形”, 其中 $AD=CD, AB=CB$, 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中,

$$\begin{cases} AD=CD, \\ AB=CB, \\ DB=DB, \end{cases} \therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD (\text{SSS}), \text{ 故 } \textcircled{3} \text{ 正确};$$

由上可知 $\angle ADB=\angle CDB$.

在 $\triangle AOD$ 与 $\triangle COD$ 中,

$$\begin{cases} AD=CD, \\ \angle ADB=\angle CDB, \\ OD=OD, \end{cases} \therefore \triangle AOD \cong \triangle COD (\text{SAS}), \\ \therefore \angle AOD=\angle COD=90^\circ, AO=OC, \\ \therefore AC \perp DB, \text{ 故 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 正确}.$$

综上 $\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}$ 正确, 正确的结论共 3 个.

3. C 解析: 如图, 过点 C 作 $CF \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 F , 则 $\angle CFD=90^\circ$.

$$\begin{aligned} &\because CE \perp AB, \\ &\therefore \angle CEB=90^\circ. \\ &\therefore \angle CEB=\angle CFD. \\ &\because \angle BAC=\angle DAC, \\ &\therefore AC \text{ 平分 } \angle BAD, \\ &\therefore CE=CF. \end{aligned}$$

$$\text{在 } \triangle AEC \text{ 和 } \triangle AFC \text{ 中}, \begin{cases} \angle EAC=\angle FAC, \\ \angle AEC=\angle AFC, \\ CE=CF, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\therefore \triangle AEC \cong \triangle AFC (\text{AAS}), \\ &\therefore AE=AF. \\ &\because \text{四边形 } ABCD \text{ 的对角互补}, \\ &\therefore \angle B+\angle ADC=180^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\because \angle CDF+\angle ADC=180^\circ, \\ &\therefore \angle B=\angle CDF. \end{aligned}$$

在 $\triangle CEB$ 和 $\triangle CFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle CEB=\angle F, \\ \angle B=\angle CDF, \\ CE=CF, \end{cases} \therefore \triangle CEB \cong \triangle CFD (\text{AAS}), \\ \therefore BE=DF. \\ \because AB=12, AD=9, \\ \therefore 2BE=AB-AD=3, \\ \therefore BE=DF=\frac{3}{2},$$

$$\therefore AE=AB-EB=\frac{21}{2},$$

$$\therefore \frac{AE}{BE}=7.$$

【解题提示】利用对角互补, 做辅助线构造直角三角形.

4. 62° 解析: 在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle ADE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABC=\angle AED, \\ \angle ACB=\angle ADE, \\ AB=AE, \end{cases} \therefore \triangle ACB \cong \triangle ADE (\text{AAS}),$$

$$\therefore \angle CAD=\angle BAE=56^\circ.$$

5. 解析: (1) $AD+BE=DE$. 理由如下:

$$\begin{aligned} &\text{如图所示, 在等腰直角 } \triangle ABC \text{ 中,} \\ &\angle ACB=90^\circ, AC=BC, \\ &\therefore \angle 1+\angle 3=90^\circ. \\ &\because AD \perp DE \text{ 于点 } D, BE \perp DE \text{ 于点 } E, \\ &\therefore \angle D=\angle E=90^\circ, \\ &\therefore \angle 1+\angle 2=90^\circ, \\ &\therefore \angle 2=\angle 3. \end{aligned}$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle D=\angle E=90^\circ, \\ \angle 2=\angle 3, \\ AC=CB, \end{cases} \therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (\text{AAS}), \\ \therefore AD=CE, CD=BE, \\ \therefore AD+BE=CE+CD=DE.$$

(2) 如图所示, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ, AC=BC$,

$$\begin{aligned} &\therefore \angle 1+\angle 2=90^\circ. \\ &\because AD \perp CE \text{ 于点 } D, BE \perp CE \text{ 于点 } E, \\ &\therefore \angle ADC=\angle E=90^\circ, \\ &\therefore \angle 2+\angle 3=90^\circ, \\ &\therefore \angle 3=\angle 1. \end{aligned}$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中,

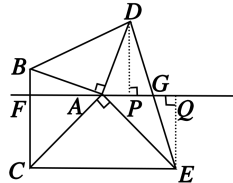
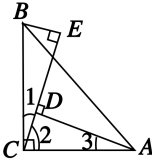
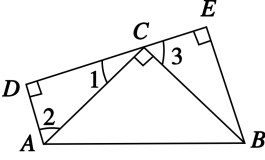
$$\begin{cases} \angle ADC=\angle E=90^\circ, \\ AC=CB, \\ \angle 3=\angle 1, \end{cases} \therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (\text{AAS}), \\ \therefore CD=BE, AD=CE, \\ \therefore DE=CE-CD=AD-BE. \\ \because AD=10, BE=4, \\ \therefore DE=6.$$

(3) 过点 D 作 $DP \perp$ 直线 FG 于点 P , 过点 E 作 $EQ \perp$ 直线 FG 于点 Q , 如图所示. 同 (1) 可证明: $\triangle ABF \cong \triangle DAP, \triangle ACF \cong \triangle EAQ$,

$$\begin{aligned} &\therefore BF=AP, AF=DP, CF=AQ, AF=EQ, \\ &\therefore BC=BF+CF=AP+AQ=AP+AP+PQ=2AP+PQ, AF=DP=EQ. \\ &\because BC=21, AF=12, \\ &\therefore 2AP+PQ=21, DP=EQ=12. \\ &\because DP \perp \text{ 直线 } FG, EQ \perp \text{ 直线 } FG \text{ 于点 } Q, \\ &\therefore \angle DPG=\angle EQG=90^\circ. \end{aligned}$$

在 $\triangle DPG$ 和 $\triangle EQG$ 中,

$$\begin{cases} \angle DPG=\angle EQG=90^\circ, \\ \angle DGP=\angle EGQ, \\ DP=EQ, \end{cases} \therefore \triangle DPG \cong \triangle EQG (\text{AAS}), \\ \therefore PG=QG, \\ \therefore PQ=2PG, \\ \therefore 2AP+2PG=21, \\ \therefore AG=AP+PG=\frac{21}{2},$$



$$\therefore \triangle ADG \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} AG \cdot DP = \frac{1}{2} \times \frac{21}{2} \times 12 = 63.$$

6. 2 或 5 解析: $\because \angle ACB=90^\circ$,

$$\begin{aligned} &\therefore \angle A+\angle CBD=90^\circ. \\ &\because CD \text{ 为 } AB \text{ 边上的高}, \\ &\therefore \angle CDB=90^\circ, \\ &\therefore \angle BCD+\angle CBD=90^\circ, \\ &\therefore \angle A=\angle BCD. \\ &\because \angle BCD=\angle ECF, \\ &\therefore \angle ECF=\angle A. \\ &\because \text{过点 } E \text{ 作 } BC \text{ 的垂线交直线 } CD \text{ 于点 } F, \\ &\therefore \angle CEF=90^\circ=\angle ACB. \end{aligned}$$

在 $\triangle CEF$ 和 $\triangle ACB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ECF=\angle A, \\ \angle CEF=\angle ACB, \\ CF=AB, \end{cases} \therefore \triangle CEF \cong \triangle ACB (\text{AAS}), \\ \therefore CE=AC=7 \text{ cm}.$$

① 如图, 当点 E 在射线 BC 上移动时, $BE=CE+BC=7+3=10(\text{cm})$.

$\because$ 点 E 从点 B 出发, 在直线 BC 上以 2 cm/s 的速度移动,

$$\therefore \text{点 } E \text{ 移动了 } \frac{10}{2}=5(\text{s});$$

② 当点 E 在射线 CB 上移动时, $CE'=AC-BC=7-3=4(\text{cm})$.

$\because$ 点 E 从点 B 出发, 在直线 BC 上以 2 cm/s 的速度移动,

$$\therefore \text{点 } E \text{ 移动了 } \frac{4}{2}=2(\text{s}).$$

综上所述, 当点 E 在直线 CB 上移动 5 s 或 2 s 时, $CF=AB$.

7. 解析: (1) ① $\because \angle A+\angle ABE+\angle AEB+\angle EBF+\angle BEF+\angle BFE+\angle FBC+\angle C+\angle BFC+\angle DEF+\angle D+\angle DFE=180^\circ \times 4=720^\circ$,

而 $\angle A+\angle C=180^\circ, \angle AEB+\angle BEF+\angle DEF=180^\circ, \angle BFC+\angle BFE+\angle DFE=180^\circ$,

$$\therefore \angle ABE+\angle EBF+\angle FBC+\angle D=720^\circ-180^\circ-180^\circ-180^\circ=180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC+\angle D=180^\circ.$$

$$\because \angle ABC=2\angle EBF, \therefore 2\angle EBF+\angle D=180^\circ.$$

$$\because \angle D=\alpha, \angle EBF=\beta, \therefore \alpha+2\beta=180^\circ.$$

② 猜想: $EF=AE+CF$. 理由如下:

如图, 延长 DA 至点 M , 使 $AM=CF$, 连接 BM .

$$\text{则 } \angle BAE+\angle BAM=180^\circ.$$

$$\because \angle BAE+\angle C=180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM=\angle C.$$

在 $\triangle BAM$ 和 $\triangle BCF$ 中,

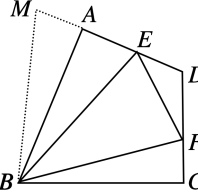
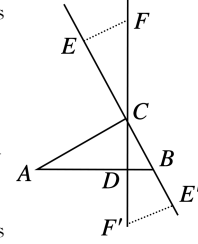
$$\begin{cases} AM=CF, \\ \angle BAM=\angle C, \\ AB=CB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAM \cong \triangle BCF (\text{SAS}), \therefore BM=BF, \angle ABM=\angle CBF.$$

$$\because \angle ABC=2\angle EBF, \therefore \angle ABE+\angle CBF=\angle EBF.$$

$$\because \angle ABE+\angle ABM=\angle MBE, \therefore \angle MBE=\angle EBF.$$

在 $\triangle MBE$ 和 $\triangle FBE$ 中,



$$\begin{cases} BM=BF, \\ \angle MBE=\angle FBE, \\ BE=BE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle MBE \cong \triangle FBE (\text{SAS}), \therefore ME=EF.$$

$$\because ME=AM+AE, \therefore EF=AE+CF.$$

(2) 当点 E, F 分别运动到在线段 DA, CD 的延长线上时, 其他条件不变, (1) 中 ② 的猜想不成立, $EF=CF-AE$. 理由如下:

如图, 在 CF 上截取 $CH=AE$, 连接 BH .

$$\because \angle BAD+\angle C=180^\circ, \angle BAD+\angle BAE=180^\circ,$$

$$\therefore \angle C=\angle BAE.$$

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle BCH$ 中,

$$\begin{cases} AE=CH, \\ \angle BAE=\angle C, \\ AB=CB, \end{cases} \therefore \triangle BAE \cong \triangle BCH (\text{SAS}),$$

$$\therefore BE=BH, \angle EBA=\angle HBC.$$

$$\because \angle EBH=\angle EBA+\angle ABH, \angle ABC=\angle HBC+\angle ABH,$$

$$\therefore \angle EBH=\angle ABC=2\angle EBF,$$

$$\therefore \angle HBF=\angle ABC-\angle ABF-\angle HBC=\frac{1}{2}\angle ABC,$$

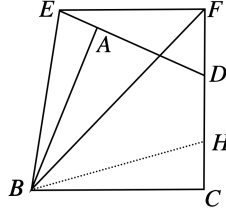
$$\therefore \angle EBF=\angle HBF.$$

在 $\triangle EBF$ 和 $\triangle HBF$ 中,

$$\begin{cases} BE=BH, \\ \angle EBF=\angle HBF, \\ FB=FB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EBF \cong \triangle HBF (\text{SAS}), \therefore EF=FH,$$

$$\therefore AE+EF=HC+FH=CF, \therefore EF=CF-AE.$$



第十五章 轴对称

教材基础对点热身练

1. B 2. C 3. D

4. 7:05 5. 1 6. 略. 7. C

8. B 解析: 由作图痕迹可知直线 EF 是线段 BC 的垂直平分线, 射线 AE 是 $\angle BAC$ 的平分线.

$$\therefore FB=FC, \therefore \angle FCB=\angle B=34^\circ,$$

$$\therefore \angle AFC=\angle FCB+\angle B=68^\circ.$$

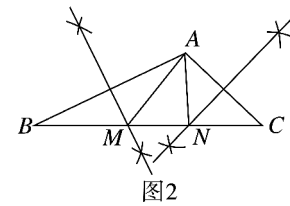
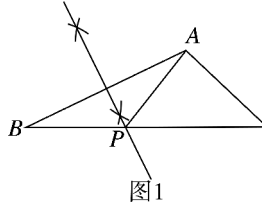
$$\because \text{在 } \triangle ABC \text{ 中}, \angle B=34^\circ, \angle ACB=78^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle ACB=180^\circ-34^\circ-78^\circ=68^\circ,$$

$$\therefore \angle FAE=\frac{1}{2}\angle BAC=34^\circ,$$

$$\therefore \angle \alpha=180^\circ-\angle AFC-\angle FAE=180^\circ-68^\circ-34^\circ=78^\circ.$$

9. 解析: (1) ① 作线段 AB 的垂直平分线, 根据垂直平分线的性质可知 $PA=PB$, $\therefore PA+PC=PB+PC=BC$. 如图 1, 点 P 即为所求.



② 分别作线段 AB, AC 的垂直平分线, 与 BC 交于点 M, N , 由垂直平分线的性质可知 $AM=BM, AN=CN$, $\therefore \triangle AMN$ 的周长 $=AM+AN+MN=BM+MN+CN=BC$. 如图 2, $\triangle AMN$ 即为所

求.

(2)在 BC 上取点 D ,过点 D 作 BC 的垂线,在垂线上取点 E 使 $DE = DB$,连接 EC ,作 EC 的垂直平分线交 BC 于点 F , $\therefore EF = CF$, $\therefore DE + EF + DF = DB + DF + CF = BC$. 如图 3, $\text{Rt}\triangle DEF$ 即为所求.

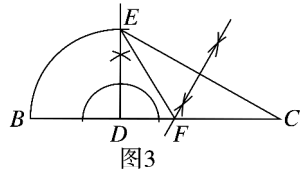


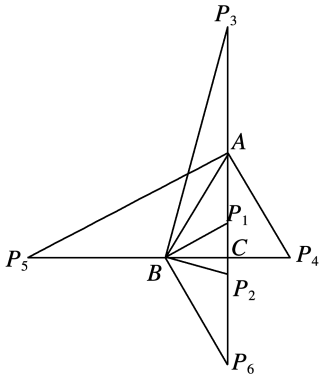
图3

10. D 11. B

12.2 解析: $\because$ 直尺的两边平行,

- $\therefore \angle ACB = \angle \alpha = 60^\circ$.
 $\because$ 含 30° 角的直角三角尺, $\therefore \angle A = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.
 $\because$ 点 B, C 表示的刻度分别为 1 cm, 3 cm,
 $\therefore BC = 2$ cm, $\therefore AC = BC = 2$ cm.
即线段 AC 的长为 2 cm.

13.6 解析:如图,第 1 个点在 AC 上,作线段 AB 的垂直平分线,交 AC 于点 P ,则有 $PA = PB$;第 2 个点是以 A 为圆心,以 AB 长为半径截取 $AP = AB$,交 AC 延长线上于点 P ;第 3 个点是以 A 为圆心,以 AB 长为半径截取 $AP = AB$,交 CA 延长线上于点 P ;第 4 个点是以 B 为圆心,以 BA 长为半径截取 $BP = BA$,与 BC 的延长线交于点 P ;第 5 个点是 B 为圆心,以 BA 长为半径截取 $BP = BA$,与 CB 的延长线交于点 P ;第 6 个点是以 B 为圆心,以 AB 长为半径截取 $BP = AB$,与 AC 的延长线交于点 P ,故符合条件的点 P 有 6 个点.



14. 解析:(1)证明: $\because AD \parallel BE$, $\therefore \angle A = \angle B$.
 $\because AC = BE$, $AD = BC$, $\therefore \triangle ADC \cong \triangle BCE$ (SAS),
 $\therefore DC = CE$, $\therefore \triangle CDE$ 是等腰三角形.
(2) $\because DC = CE$, $\therefore \angle CDE = \angle CED$.
 $\because \triangle ADC \cong \triangle BCE$, $\therefore \angle ADC = \angle BCE$.
 $\because \angle ADE = \angle ADC + \angle CDE$, $\angle CFD = \angle FCE + \angle CED$,
 $\therefore \angle ADE = \angle CFD$, $\therefore AF = AD = 5$,
 $\therefore CF = AF - AC = 3$.

15. 解析:(1)根据题意,当点 Q 在线段 BC 上运动时,
 $BQ = t$ cm, $BP = (12 - t)$ cm.
(2) $\because \triangle ABC$ 是边长为 12 cm 的等边三角形,
 $\angle A = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$, $AB = AC = BC = 12$ cm.
如图 1 中,当 $PQ \perp BC$ 时,
 $\because \angle PQB = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BPQ = 90^\circ - \angle ABC = 30^\circ$,
 $\therefore BP = 2BQ$, $\therefore 12 - t = 2t$,解得 $t = 4$ s;

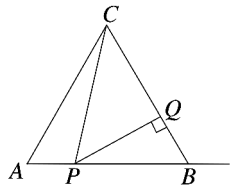


图1

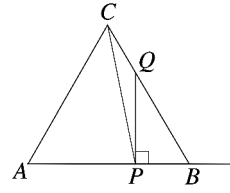


图2

如图 2 中,当 $QP \perp AB$ 时,
 $\because \angle QPB = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle PQB = 90^\circ - \angle ABC = 30^\circ$,
 $\therefore BQ = 2BP$, $\therefore t = 2(12 - t)$,解得 $t = 8$ s;

如图 3 中,当 $PQ \perp AC$ 时,
 $\because \angle PQA = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$,
 $\therefore \angle APQ = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$,
 $\therefore AP = 2AQ$, $\therefore t = 2(24 - t)$,解得 $t = 16$ s.
综上所述, $t = 4$ s 或 $t = 8$ s 或 $t = 16$ s.

(3)根据题意,当点 Q 从点 C 运动到点 A 的过程中,
 $CQ = BP = (t - 12)$ cm.

如图 4,设 PQ 与 BC 交于点 N ,过点 Q 作 $QM \parallel AB$,交 BC 于点 M ,
则 $\angle MQN = \angle BPN$, $\angle CQM = \angle A = 60^\circ$, $\angle CMQ = \angle ABC = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle CQM$ 为等边三角形,
 $\therefore MQ = CQ = BP$.

在 $\triangle QMN$ 和 $\triangle PBN$ 中,
 $\begin{cases} \angle QNM = \angle PNB, \\ \angle MQN = \angle BPN, \\ MQ = BP, \end{cases}$
 $\therefore \triangle QMN \cong \triangle PBN$ (AAS),
 $\therefore QN = PN$,即点 N 与 PQ 的中点 O 重合,
 $\therefore PQ$ 的中点 O 的运动轨迹在边 BC 上.

当点 Q 与点 C 重合时,点 P 与点 B 重合,此时 PQ 的中点 O 位于 BC 中点;

当点 Q 与点 A 重合时,此时 $t = \frac{AC + BC}{1} = 24$ s,

$\therefore BP = t \times 1 - 12 = 12$ cm,
 $\therefore AB = BP$,即此时 PQ 的中点 O 与点 B 重合.

$\therefore PQ$ 的中点 O 经过的路径长 $= \frac{1}{2}BC = 6$ cm.

【易错避坑】理解题意,运用分类讨论的思想思考问题.分别讨论当 $PQ \perp BC$ 时、当 $QP \perp AB$ 时和当 $PQ \perp AC$ 时的情况.

16. $\frac{48}{5}$ 解析:连接 BP ,如图.

$\because AB = AC$, $AD \perp BC$,
 $\therefore AD$ 垂直平分 BC ,
 $\therefore BP = CP$, $\therefore PC + PQ = PB + PQ$.
 $\because$ 两点之间线段最短,且垂线段最短,
 $\therefore$ 当 B, P, Q 三点共线,且 $BQ \perp AC$ 时, $PC + PQ$ 最小.
过点 B 作 $BE \perp AC$ 于点 E , BE 交 AD 于点 F ,如图所示.
 $\therefore$ 当点 P 在点 F 处,点 Q 在点 E 处时, $PC + PQ$ 取最小值,且最小值为 BE 的长.

$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \times AD = \frac{1}{2}AC \times BE$,
 $\therefore BE = \frac{BC \times AD}{AC} = \frac{12 \times 8}{10} = \frac{48}{5}$.

即 $PC + PQ$ 的最小值为 $\frac{48}{5}$.

【技法点拨】在 $\triangle ABC$ 中,利用面积法可求出 BE 的长度.

17. 解析:(1)如图所示, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

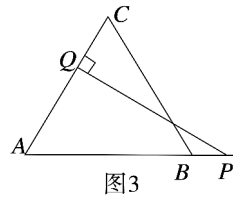
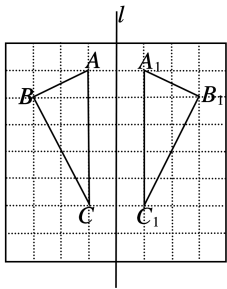


图3

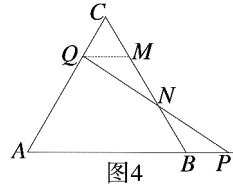
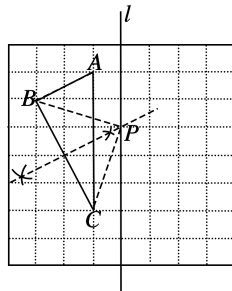
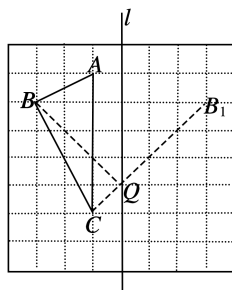


图4

(2)分别以 B, C 为圆心,以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径画弧,两者交于两个点,连接这两个交点,这两个交点所在的直线与直线 l 的交点即为点 P . 如图所示,点 P 即为所求.

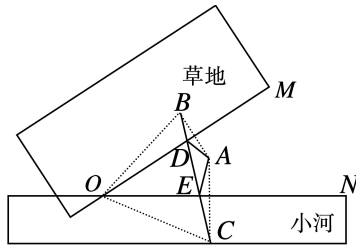


(3)如图所示,点 Q 即为所求.



18. 解析:(1) $\because$ 作点 M 关于直线 a 的对称点 M' ,连接 MM' ,故直线 a 是 MM' 的垂直平分线,
 $\therefore MO = M'O$, $\therefore MO + ON = M'O + ON$,
 $\therefore$ 铺设管道最短的是选项 B.

(2)作点 A 关于直线 OM 和 ON 的对称点 B 和 C ,连接 AB 和 AC ,连接 BC ,分别交直线 OM 和 ON 于点 D 和 E ,连接 DA 和 EA ,如图.



根据对称的性质可得直线 OM 和 ON 分别是 AB 和 AC 的垂直平分线,
 $\therefore AD = BD$, $AE = EC$,
 $\therefore AE + DE + AD = BD + DE + CE = BC$.

根据两点之间线段最短,即可得出路径最短为 $AD + DE + EA$.
【技法点拨】本题考查轴对称的最短路线问题,熟练掌握特征知识是解题的关键.作点 A 关于 OM, ON 的对称点 B, C ,再连接 BC ,可确定最短路径.

19. C 解析:A. 原命题:“两直线平行,同位角相等”,逆命题为“同位角相等,两直线平行”.根据平行线判定定理,同位角相等,则两直线平行,逆命题正确,不符合题意;
B. 原命题:“若 $a^2 = b^2$,则 $a = b$ ”,逆命题为“若 $a = b$,则 $a^2 = b^2$ ”.显然 $a = b$ 时平方必相等,逆命题正确,不符合题意;
C. 原命题:“对顶角相等”,逆命题为“相等的角是对顶角”.存在相等的角不是对顶角的情况(如等腰三角形的底角),逆命题错误,符合题意;
D. 原命题:“等腰三角形的两个底角相等”,逆命题为“有两个角相等的三角形是等腰三角形”.根据等角对等边可知是等腰三角形,逆命题正确,不符合题意.

20. A 解析:(1)“对顶角相等”的逆命题是“相等的角是对顶角”,是

假命题;(2)“全等三角形的面积相等”的逆命题是“面积相等的两个三角形是全等三角形”,是假命题;(3)“如果 $x > 0$,那么 $x^2 > 0$ ”的逆命题是“若 $x^2 > 0$,则 $x > 0$ ”,是假命题;(4)“线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等”的逆命题是“到这条线段两个端点的距离相等的点在这条线段垂直平分线上”,是真命题.因此以上命题的逆命题是真命题的有 1 个.

21. 若 $a < b$,则 $a - b < 0$

22. 同位角相等,两直线平行

第十五章 轴对称

关键能力达标测试卷

1. D

2. B 解析:如图,连接 AB, AC, BC ,

由作图可得, $OA = OB$, $AC = BC = AB$,
 $\triangle ABC$ 为等边三角形, $\therefore \angle ACB = 60^\circ$.
 $\because OC = OC$, $\therefore \triangle OAC \cong \triangle OBC$ (SSS),

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$,

$\angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$,

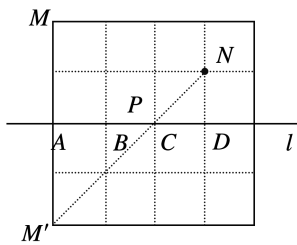
$\therefore \angle OAC = 180^\circ - \angle 1 - \angle 3 = 180^\circ - 30^\circ - 50^\circ = 100^\circ$.

3. A 4. B

5. C 解析:如图,点 M' 是点 M 关于直线 l 的对称点,连接 $M'N$,则 $M'N$ 与直线 l 的交点即为点 P ,此时 $PM + PN$ 最短.

$\because M'N$ 与直线 l 交于点 C ,

$\therefore$ 点 P 应选在点 C .



6. B 解析:命题①的逆命题:“对顶角相等”.对顶角一定相等,故逆命题为真;

命题②的逆命题:“两个锐角互余的三角形是直角三角形”.若两锐角之和为 90° ,则第三个角为 90° ,故三角形为直角三角形,逆命题为真;

命题③的逆命题:“若 $|a| = |b|$,则 $a = b$ ”.绝对值相等时, a 与 b 可能相等或互为相反数,逆命题为假;

命题④的逆命题:“到线段两端距离相等的点是中点”,该点可能在线段的垂直平分线上而非线段上,故逆命题为假.综上,逆命题为真的有 2 个.

7. A

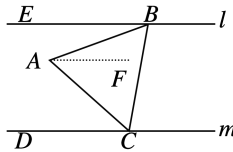
8. C 解析: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称, $\therefore AA' \parallel BB'$,故①正确;
 $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称,点 D 与点 D' 是关于直线 l 对称的对称点, $\therefore \angle ADB = \angle A'D'B'$,故②正确;
 $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称, $\therefore$ 线段 AA', BB', CC' 被直线 l 垂直平分, $\therefore$ 直线 l 垂直平分 AA' ,故③正确;
 $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称, $\therefore$ 线段 $AB, A'B'$ 所在直线的交点一定在直线 l 上,故④错误. $\therefore$ 正确的有①②③,共 3 个.

【易错避坑】熟知如果两个图形关于某直线对称,对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线.

9. B 解析:如图,过点 A 作 $AF \parallel l$.

$\because$ 直线 $l \parallel m$, $\therefore AF \parallel m$.

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,



- $\therefore \angle BAC = 60^\circ$.
 $\because AF \parallel l, \therefore \angle BAF = \angle ABE = 21^\circ$,
 $\therefore \angle CAF = \angle BAC - \angle BAF = 60^\circ - 21^\circ = 39^\circ$.
 $\because AF \parallel m, \therefore \angle ACD = \angle CAF = 39^\circ$.

10. B **【解题提示】**在直角三角形中,如果一个锐角等于 30° ,那么它所对的直角边等于斜边的一半.

11. 正方形

12. $(-m, -n)$ **解析:** $\because$ 点 A 坐标为 (m, n) , 则点 B 的坐标为 $(m, -n)$, $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-m, -n)$.

13. 3 **解析:** $\because BP, CP$ 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线,
 $\therefore \angle ABP = \angle PBD, \angle ACP = \angle PCE$.
 $\because PD \parallel AB, PE \parallel AC$,
 $\therefore \angle ABP = \angle BPD, \angle ACP = \angle CPE$,
 $\therefore \angle PBD = \angle BPD, \angle PCE = \angle CPE$,
 $\therefore BD = PD, CE = PE$,
 $\therefore \triangle PDE$ 的周长 $= PD + DE + PE = BD + DE + EC = BC = 3$ cm.

【技法点拨】“平行线+角平分线”,易于形成等腰三角形.

14. 3 **解析:** 如图,连接 PC .

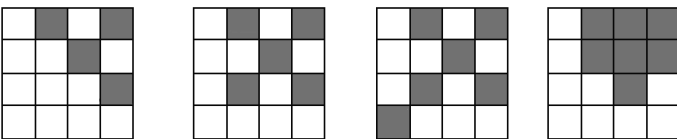
$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, AD 是中线,
 $\therefore AD \perp BC, \therefore PC = PB$.
 $\because E$ 是 AC 边的中点, $AB = 6$,
 $\therefore EC = 3$.

在 $\triangle PCE$ 中, $CP - PE < EC$,
 $\therefore CP - PE < 3$,

$\therefore$ 当 P 与 A 重合时, $CP - PE$ 的值最大为 3.

15. **解析:** $\because AB = BC, \therefore \angle C = \angle A = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle C = 120^\circ$.
 $\because DE$ 垂直平分 AB ,
 $\therefore EA = EB, \therefore \angle EBA = \angle A = 30^\circ$,
 $\therefore \angle EBC = \angle ABC - \angle EBA = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$.

16. **解析:** 如图所示.



图①

图②

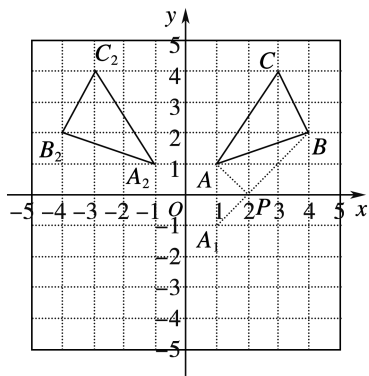
图③

图④

(答案不唯一)

17. **解析:** (1) $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 x 轴对称,
 $\therefore$ 点 $A_1(1, -1), B_1(4, -2), C_1(3, -4)$.

(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.



(3) 如图, 点 P 即为所求. 点 P 的坐标为 $(2, 0)$.

18. **解析:** (1) 结论: $\angle A'EF = \angle CFE$.

理由: $\because AB \parallel CD, \therefore \angle CFE = \angle AEF$.

由翻折变换的性质可知 $\angle AEF = \angle A'EF$,

$\therefore \angle A'EF = \angle CFE$.

(2) 结论: $EF \parallel GH$.

理由: $\because AB \parallel CD, \therefore \angle AEG = \angle CGE$.

由翻折变换的性质可知 $\angle FEG = \frac{1}{2} \angle AEG, \angle HGE =$

$\frac{1}{2} \angle CGE$,

$\therefore \angle FEG = \angle HGE, \therefore EF \parallel GH$.

【解题提示】翻折变换就是轴对称,会有对应线段相等、对应角相等.

19. **解析:** (1) $\because AB = AC, \angle BAC = 120^\circ, \therefore \angle B = \angle C = 30^\circ$.

$\because AE = BE, \therefore \angle B = \angle EAB = 30^\circ$.

$\because \angle BAC = 120^\circ, \therefore \angle CAE = \angle BAC - \angle EAB = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$.

(2) 证明: 方法一: 由 (1) 知, $\angle CAE = 90^\circ$.

$\because \angle C = 30^\circ, \therefore \angle AEC = 60^\circ, AE = \frac{1}{2} CE$.

$\because$ 点 D 为 EC 的中点, $\therefore DE = \frac{1}{2} CE, \therefore DE = AE$.

又 $\because \angle AED = 60^\circ, \therefore \triangle ADE$ 是等边三角形.

方法二: 由 (1) 知, $\angle CAE = 90^\circ$.

$\because \angle C = 30^\circ, \therefore \angle DEA = 60^\circ$.

$\because$ 点 D 为线段 EC 的中点,

$\therefore AD = DE = \frac{1}{2} EC, \therefore \angle DEA = \angle DAE$.

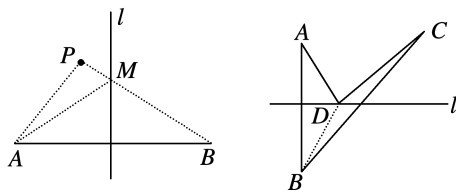
又 $\because \angle DEA = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形.

【技法点拨】方法二中用到了直角三角形斜边的中线等于斜边的一半. 后面学习后可直接使用.

20. **解析:** (1) 如图①, 连接 PA, PB , 交直线 l 于点 M , 连接 AM , 由线段垂直平分线的性质推出 $AM = BM$, 由三角形三边关系定理得到 $PM + AM > PA$, 推出 $PA < PB$.

(2) $AD + CD \geq BC$. 理由: 如图②, 当点 D 不在线段 BC 上时, 连接 BD , 由线段垂直平分线的性质推出 $AD = BD$, 由三角形三边关系定理得到 $AD + CD > BC$, 当点 D 在线段 BC 上时, $AD + CD = BC$, 所以 $AD + CD \geq BC$.



图①

图②

第十五章 轴对称

核心素养提优测试卷

1. C 2. C

3. D **解析:** A 选项的逆命题是“有两个角相等的三角形是等腰三角形”, 其逆命题是真命题, 故不符合题意; B 选项的逆命题是“两个角的和等于 90° 的三角形是直角三角形”, 其逆命题是真命题, 故不符合题意; C 选项的逆命题是“等边三角形有一个角等于 60° , 且三角形是等腰三角形”, 其逆命题是真命题, 故不符合题意; D 选项的逆命题是“相等的两个角是对顶角”, 其逆命题是假命题, 因此没有逆定理, 此选项符合题意.

4. A **解析:** 点 $A(-1, 2)$ 向右平移 2 个单位长度得到的点 B 的坐标为 $(1, 2)$, 则点 B 关于 x 轴的对称点 C 的坐标是 $(1, -2)$.

5. C **解析:** $\because DE$ 垂直平分 AB 交 BC 于点 D ,

$\therefore AD = DB$.

$\because \triangle ACD$ 的周长为 50 cm,

$\therefore AC + AD + CD = AC + CD + DB = AC + BC = 50$ cm.

6. D **解析:** $\because$ 点 $P(m-3, m-1)$ 关于 y 轴的对称点在第一象限,
 $\therefore$ 点 P 在第二象限,

$\therefore \begin{cases} m-3 < 0, \\ m-1 > 0, \end{cases}$ 解得 $1 < m < 3$.

在数轴上表示为:



7. B

8. A **解析:** 如图, 连接 AM .

由作图得 EF 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore AM = BM, \therefore BM + MD = AM + MD \geq$

AD .

$\because AB = AC, D$ 为 BC 的中点,

$\therefore AD \perp BC, BD = \frac{1}{2} BC = 2$.

$\because \triangle ABC$ 的面积为 12, $BC = 4$,

$\therefore \frac{1}{2} AD \times BC = 12, \therefore \frac{1}{2} AD \times 4 = 12$,

$\therefore AD = 6$,

$\therefore \triangle DMB$ 周长的最小值为 $BM + DM + BD = AM + DM + BD = AD + BD = 8$.

【技法点拨】先根据两点之间线段最短, 找出最小值时对应线段, 再根据三角形的面积公式求解.

9. A

10. C **解析:** $\because \triangle A_1B_1A_2$ 是等边三角形,

$\therefore \angle B_1A_1A_2 = 60^\circ$.

$\because \angle MON = 30^\circ, \therefore \angle OB_1A_1 = 30^\circ$,

$\therefore A_1B_1 = OA_1 = 2, \therefore A_2B_1 = 2$.

$\because \triangle A_2B_2A_3, \triangle A_3B_3A_4$ 是等边三角形,

$\therefore \angle B_2A_2A_3 = \angle B_3A_3A_4 = \angle B_2A_3A_2 = 60^\circ = \angle B_1A_1A_2 = \angle B_1A_2A_1$,

$\therefore A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3, B_1A_2 \parallel B_2A_3$,

$\therefore A_2B_2 = 2B_1A_2, B_3A_3 = 2B_2A_3$,

$\therefore A_3B_3 = 4B_1A_2 = 8, A_4B_4 = 8B_1A_2 = 16$,

$A_5B_5 = 16B_1A_2 = 32$,

以此类推, $\triangle A_7B_7A_8$ 的边长为 $2^7 = 128$.

【解题提示】根据已知得出 $A_3B_3 = 4B_1A_2, A_4B_4 = 8B_1A_2, A_5B_5 = 16B_1A_2$, 进而发现规律是解题关键.

11. 250415 **【易错避坑】**掌握镜面反射的原理与性质, 根据镜面对称的性质, 在平面镜中的像与现实中的事物恰好顺序颠倒, 且关于镜面对称. 解决此类题应认真观察, 注意技巧.

12. 假 **解析:** 命题“若 $x > 0$, 则 $x^2 > 0$ ”的逆命题是“若 $x^2 > 0$, 则 $x > 0$ ”. 当 $x = -2$ 时, $x^2 > 0$, 而 $x < 0$, 故这个逆命题是假命题.

13. 64° **解析:** $\because$ 线段 MN, EF 为折痕,

$\therefore \angle B = \angle MGB, \angle C = \angle EGC$.

$\because \angle A = 64^\circ, \therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$,

$\therefore \angle MGB + \angle EGC = \angle B + \angle C = 116^\circ$,

$\therefore \angle MGE = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$.

【技法点拨】本题根据三角形的内角和为 180° , 先求出 $\angle B + \angle C$ 的度数, 进而得到 $\angle MGB + \angle EGC$ 的度数, 体现了整体思想的运用.

14. 30° **解析:** 分别作点 P 关于 OA, OB 的对称点 D, C , 连接 CD ,

分别交 OA, OB 于点 M, N , 连接 OC, OD, PM, PN, MN , 如图所示.

$\because$ 点 P 关于 OA 的对称点为 D ,

$\therefore PM = DM, OP = OD$,

$\angle DOA = \angle POA$.

$\because$ 点 P 关于 OB 的对称点为 C ,

$\therefore PN = CN, OP = OC, \angle COB = \angle POB$,

$\therefore OC = OP = OD, \angle AOB = \frac{1}{2}$

$\angle COD$.

$\because \triangle PMN$ 周长的最小值是 5 cm,

$\therefore PM + PN + MN = 5, \therefore DM + CN + MN = 5$,

即 $CD = 5 = OP, \therefore OC = OD = CD$,

即 $\triangle OCD$ 是等边三角形,

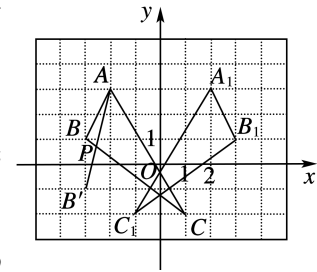
$\therefore \angle COD = 60^\circ, \therefore \angle AOB = 30^\circ$.

15. **解析:** (1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2) 根据 A_1, B_1, C_1 的位置可得

$A_1(2, 3), B_1(3, 1), C_1(-1, -2)$.

(3) 如图, 作点 B 关于 x 轴的对称点 B' , 连接 AB' 交 x 轴于点 P , 则点 P 即为所求.



16. **解析:** (1) $\because AD = CD, \therefore \angle CAD = \angle C$,

$\therefore \angle ADB = \angle CAD + \angle C = 2\angle C$.

$\because AB = AC, \therefore \angle ABC = \angle C$,

$\therefore \angle ADB = 2\angle ABC$.

$\because AB \perp ED, \therefore \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADB + \angle ABC = 3\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$.

(2) 证明: $\because AB \perp ED, AE = AD, \therefore BE = BD$,

$\therefore \triangle EBD$ 为等腰三角形, BA 平分 $\angle EBD$,

$\therefore \angle EBD = 2\angle ABD = 60^\circ$,

$\therefore \triangle EBD$ 为等边三角形.

17. **解析:** (1) $\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C$.

$\because FE \perp BC, \therefore \angle F + \angle C = 90^\circ, \angle BDE + \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle F = \angle BDE$.

又 $\because \angle BDE = \angle FDA, \therefore \angle F = \angle FDA$,

$\therefore AF = AD, \therefore \triangle ADF$ 是等腰三角形.

(2) $\because \angle F = 30^\circ, DE \perp BC, EC = 3$,

$\therefore CF = 2EC = 6$.

$\because AB = AC, BD = 4, AF = AD$,

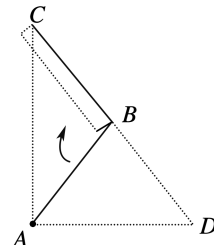
设 AF 的长为 x , 则 $AD = x$,

$\therefore CF - AF = BD + AD$, 即 $6 - x = 4 + x$,

$\therefore x = 1, \therefore AF = 1$,

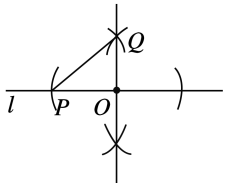
$\therefore AC = CF - AF = 6 - 1 = 5$.

18. **解析:** (1) 如图所示.



(2) 依据 1: 等边对等角 (等腰三角形的性质); 依据 2: 三角形内角

和定理.
(3)如图所示.(画法不唯一)

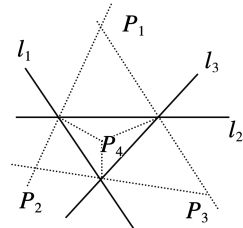


19. 解析:(1)证明: $\because \angle BAC = \angle OAD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAC - \angle CAO = \angle OAD - \angle CAO$,
 $\therefore \angle OAB = \angle DAC$.
- 在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle ADC$ 中, $\begin{cases} AB=AC, \\ \angle OAB=\angle DAC, \\ AO=AD, \end{cases}$
- $\therefore \triangle AOB \cong \triangle ADC$ (SAS), $\therefore OB = DC$.
- (2) $\because \angle BOC = 130^\circ$,
 $\therefore \angle BOA + \angle AOC = 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$.
 $\because \triangle AOB \cong \triangle ADC$, $\therefore \angle AOB = \angle ADC$,
 $\therefore \angle ADC + \angle AOC = 230^\circ$.
又 $\because \angle DAO = 90^\circ$,
 $\therefore$ 在四边形 $AOCD$ 中, $\angle DCO = 360^\circ - 90^\circ - 230^\circ = 40^\circ$.
- (3)①当 $CD = CO$ 时,
 $\angle CDO = \angle COD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DCO) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$.
 $\because \triangle AOD$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle ODA = 45^\circ$,
 $\therefore \angle CDA = \angle CDO + \angle ODA = 70^\circ + 45^\circ = 115^\circ$.
又 $\because \angle AOB = \angle ADC = \alpha$, $\therefore \alpha = 115^\circ$.
- ②当 $OD = CO$ 时, $\angle DCO = \angle CDO = 40^\circ$,
 $\therefore \angle CDA = \angle CDO + \angle ODA = 40^\circ + 45^\circ = 85^\circ$, $\therefore \alpha = 85^\circ$.
- ③当 $CD = OD$ 时, $\angle DCO = \angle DOC = 40^\circ$,
 $\therefore \angle CDO = 180^\circ - \angle DCO - \angle DOC = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$,
 $\therefore \angle CDA = \angle CDO + \angle ODA = 100^\circ + 45^\circ = 145^\circ$, $\therefore \alpha = 145^\circ$.
- 综上所述,当 α 的度数为 115° 或 85° 或 145° 时, $\triangle COD$ 是等腰三角形.

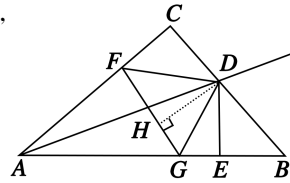
期中测试卷

核心素养提优测试卷

1. C 解析:A,B,D选项中的图形都不能找到一条直线,使图形沿直线折叠,直线两旁的部分能够互相重合,所以不是轴对称图形;
C选项中的图形能找到一条直线,使图形沿直线折叠,直线两旁的部分能够互相重合,所以是轴对称图形.
2. A
3. D 解析:作直线 l_1, l_2, l_3 所围成的三角形的外角平分线和内角平分线,外角平分线相交于点 P_1, P_2, P_3 ,内角平分线相交于点 P_4 ,根据角平分线的性质可得到这4个点在三条公路的距离分别相等.
4. C 解析: $\because P$ 与 P_1 关于 OA 对称,
 $\therefore OA$ 为线段 PP_1 的垂直平分线,
 $\therefore MP = MP_1$.
同理,得 $NP = NP_2$,
 $\therefore P_1P_2 = P_1M + MN + NP_2 = MP + MN + NP = 5$.
 $\therefore \triangle PMN$ 的周长 $= MP + MN + NP$,
 $\therefore \triangle PMN$ 的周长 $= P_1P_2 = 5$.
5. A 6. D 7. D
8. A 解析:由于平行, $\angle 1 + \angle PFO = 180^\circ$,

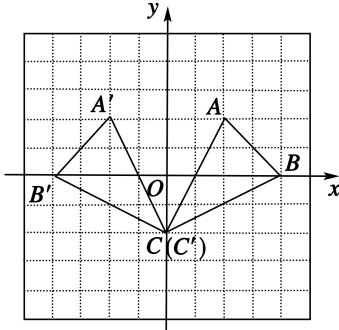
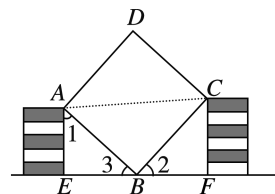


- $\therefore \angle 1 = 150^\circ$,
 $\therefore \angle PFO = 180^\circ - \angle 1 = 30^\circ$.
 $\therefore \angle 3 = \angle PFO + \angle POF = 50^\circ$,
 $\therefore \angle POF = 20^\circ$,
 $\therefore \angle 2 = \angle POF = 20^\circ$.
9. B 解析: $\because \angle BAC = 74^\circ$,
 $\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$.
 $\therefore AB$ 的垂直平分线交 BC 边于点 E , AC 的垂直平分线交 BC 边于点 N ,
 $\therefore EA = EB, NA = NC$,
 $\therefore \angle EAB = \angle B, \angle NAC = \angle C$,
 $\therefore \angle BAC = \angle EAB + \angle NAC - \angle NAE = \angle B + \angle C - \angle NAE$,
 $\therefore \angle NAE = \angle B + \angle C - \angle BAC = 106^\circ - 74^\circ = 32^\circ$.
10. D 解析:① $\because AD$ 平分 $\angle BAC, \angle C = 90^\circ, DE \perp AB$,
 $\therefore DC = DE$,故结论①正确;
②过点 D 作 $DH \perp FG$ 于点 H ,
 $\because FD$ 平分 $\angle CFG, \angle C = 90^\circ$,
 $DH \perp FG$,
 $\therefore DC = DH$.
又 $\because DC = DE$,
 $\therefore DH = DE$,
 $\therefore$ 点 D 在 $\angle FGE$ 的平分线上,
 $\therefore GD$ 平分 $\angle FGE$,故结论②正确;
③ $\because FD$ 平分 $\angle CFG, GD$ 平分 $\angle FGE$,
 $\therefore \angle CFG = 2\angle DFG, \angle FGE = 2\angle DGF$,
 $\therefore \angle AFG = 180^\circ - \angle CFG = 180^\circ - 2\angle DFG, \angle AGF = 180^\circ - \angle FGE = 180^\circ - 2\angle DGF$,
 $\therefore \angle AFG + \angle AGF = 360^\circ - 2(\angle DFG + \angle DGF)$.
在 $\triangle DFG$ 中, $\angle DFG + \angle DGF = 180^\circ - \angle FDG$,
 $\therefore \angle AFG + \angle AGF = 360^\circ - 2(180^\circ - \angle FDG) = 2\angle FDG$.
在 $\triangle AFG$ 中, $\angle CAB + \angle AFG + \angle AGF = 180^\circ$,
 $\therefore \angle CAB + 2\angle FDG = 180^\circ$,故结论③正确;
④在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 和 $\text{Rt}\triangle HDF$ 中,
 $\begin{cases} DC=DH, \\ DF=DF, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle CDF \cong \text{Rt}\triangle HDF$ (HL),
 $\therefore S_{\triangle CDF} = S_{\triangle HDF}$.
同理证明, $\text{Rt}\triangle DEG \cong \text{Rt}\triangle DHG$ (HL),
 $\therefore S_{\triangle DEG} = S_{\triangle DHG}$,
 $\therefore S_{\triangle CDF} + S_{\triangle DEG} = S_{\triangle HDF} + S_{\triangle DHG} = S_{\triangle FDG}$,
即 $S_{\triangle FDG} = S_{\triangle CDF} + S_{\triangle DEG}$,故结论④正确.
综上所述,正确的结论是①②③④,共4个.

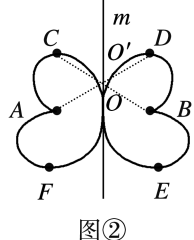
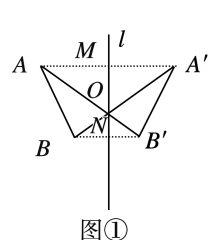


11. 40 解析: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $AD \perp BC$,
 $\therefore BD = CD, \angle ABC = 60^\circ$,
 $\therefore AD$ 垂直平分 BC ,
 $\therefore EB = EC$,
 $\therefore \angle EBD = \angle ECD = 20^\circ$,
 $\therefore \angle ABE = \angle ABC - \angle EBD = 40^\circ$.
12. 3 解析:由题意,点 C 在线段 BD 内, $1 < x < 5$,
 $\therefore AB = 2, BC = x - 1, CD = 5 - x$.
若能组成三角形,
 $\therefore \begin{cases} AB + BC > CD, \\ AB + CD > BC, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x - 1 + 2 > 5 - x, \\ 5 - x + 2 > x - 1, \end{cases}$
解得 $2 < x < 4$.
 $\therefore x$ 取整数,
 $\therefore x = 3$.

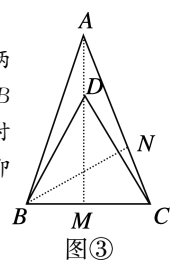
13. 3
14. 61 解析:连接 AC ,如图所示,
依题意,得 $AE \perp EF, CF \perp EF, AE = 5, CF = 6$,
 $\therefore \angle AEB = \angle BFC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$.
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ, AB = CB$,
 $\therefore \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$.
在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle BFC$ 中,
 $\begin{cases} \angle AEB = \angle BFC = 90^\circ, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ AB = CB, \end{cases}$
 $\therefore \triangle AEB \cong \triangle BFC$ (AAS),
 $\therefore AE = BF = 5, EB = CF = 6$,
 $\therefore S_{\triangle AEB} = S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$.
- 又 $\because EF = EB + BF = 11, S_{\text{梯形}AEFC} = \frac{1}{2} \times (5 + 6) \times 11 = 60.5$,
 $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\text{梯形}AEFC} - S_{\triangle AEB} - S_{\triangle BFC} = 60.5 - 15 - 15 = 30.5$.
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形, AC 为对角线,
 $\therefore S_{\text{正方形}ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \times 30.5 = 61$.
15. 2° 解析: $\because \triangle ABC$ 的内角平分线 BP_1 与外角平分线 CP_1 交于 P_1 ,
 $\therefore \angle P_1BC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle P_1CE = \frac{1}{2} \angle ACE$.
 $\therefore \angle ACE = \angle A + \angle ABC, \angle P_1CE = \angle P_1BC + \angle P_1$,
 $\therefore \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) = \angle P_1BC + \angle P_1 = \frac{1}{2} \angle ABC + \angle P_1$,
 $\therefore \angle P_1 = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$,
同理 $\angle P_2 = \frac{1}{2} \angle P_1 = 32^\circ$,
 $\therefore \angle P_6 = 2^\circ$.
16. 证明:在 $\triangle ABD$ 中, $AD + AB > BD$.
在 $\triangle BCD$ 中, $CD + BC > BD$.
在 $\triangle ACD$ 中, $AD + CD > AC$.
在 $\triangle ABC$ 中, $AB + BC > AC$.
 $\therefore AD + AB + CD + BC + AD + CD + AB + BC > BD + BD + AC + AC$,
 $\therefore 2(AD + AB + CD + BC) > 2(AC + BD)$,
 $\therefore AD + AB + CD + BC > AC + BD$,
 $\therefore AC$ 与 BD 的和小于四边形 $ABCD$ 的周长.
17. 证明: $\because DF \perp BC, \therefore \angle B + \angle F = 90^\circ, \angle C + \angle DEC = 90^\circ$.
 $\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C, \therefore \angle F = \angle DEC$.
 $\because \angle AEF = \angle DEC, \therefore \angle F = \angle AEF, \therefore AF = AE$,
 $\therefore \triangle AEF$ 是等腰三角形.
18. 解析:(1)如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



- (2) $\triangle A'B'C'$ 的面积 $= 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 16 - 2 - 4 - 4 = 6$.
19. 解析:(1)证明: $\because BE = CF$,
 $\therefore BE + CE = CF + CE$,
即 $BC = EF$.
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中,
 $\begin{cases} BC=EF, \\ AC=DF, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF$ (HL).
(2) $\because \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF$,
 $\therefore \angle ACE = \angle F$.
 $\because \angle F = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ACE = 30^\circ$,
 $\therefore AC \parallel DF$,
 $\therefore \angle CGE = \angle D$.
 $\because \angle D = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CGE = 90^\circ$.
 $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle CGE$ 中, $\angle ACB = 30^\circ, GE = 2$,
 $\therefore CE = 2GE = 4$.
20. 解析:(1)证明: $\because BD \perp DE, CE \perp DE$,
 $\therefore \angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$.
在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中,
 $\therefore \begin{cases} AB=AC, \\ AD=CE, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle CAE$ (HL),
 $\therefore \angle DAB = \angle ECA, \angle DBA = \angle EAC$.
 $\because \angle DAB + \angle DBA = 90^\circ, \angle EAC + \angle ACE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - (\angle BAD + \angle CAE) = 90^\circ$,
 $\therefore AB \perp AC$.
(2) $AB \perp AC$.证明如下:
同(1)一样可证得 $\text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle CAE$,
 $\therefore \angle DAB = \angle ECA, \angle DBA = \angle EAC$.
 $\because \angle CAE + \angle ECA = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CAE + \angle BAD = 90^\circ$,即 $\angle BAC = 90^\circ$,
 $\therefore AB \perp AC$.
21. 解析:(1)如图①所示,发现:点 O 在对称轴 l 上.



- (2)如图②,连接 AD, BC 交于点 O' ,过点 O, O' 作直线 m ,则直线 m 即为所求.
- (3)如图③, $\triangle BCD$ 即为所求,
步骤:将 $\triangle ABC$ 沿过点 A 的直线对折,使 B, C 两点重合得到折痕 AM ,展开,再将 $\triangle ABC$ 沿过点 B 的直线 BN 折叠,使得点 C 落在 AM 上.设此时点 C 的对应点为 D ,连接 BD, DC .则 $\triangle BCD$ 即为所求.
22. 解析:(1)SSS(或边边边)
(2)①证明:由题可知, $\angle PCO = \angle PDO = 90^\circ$,



在 Rt△PCO 和 Rt△PDO 中, $\begin{cases} OP=OP, \\ OC=OD, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle PCO \cong \text{Rt}\triangle PDO (\text{HL}), \therefore \angle COP = \angle DOP,$
 $\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$.

②正确.证明如下:

由题可知, $OC=OD, OE=OF, \therefore CE=DF$.

在△OCF 和△ODE 中,

$$\begin{cases} OC=OD, \\ \angle COF=\angle DOE, \\ OF=OE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCF \cong \triangle ODE (\text{SAS}), \therefore \angle OED = \angle OFC.$$

在△PCE 和△PDF 中,

$$\begin{cases} \angle CPE = \angle DPF, \\ \angle CEP = \angle DFP, \\ CE = DF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PCE \cong \triangle PDF (\text{AAS}), \therefore CP = DP.$$

在△OCP 和△ODP 中,

$$\begin{cases} OC=OD, \\ OP=OP, \\ CP=DP, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCP \cong \triangle ODP (\text{SSS}), \therefore \angle COP = \angle DOP,$$

$$\therefore OP \text{ 平分 } \angle AOB.$$

23. 解析:(1) $\because$ 点 P 从顶点 A , 点 Q 从顶点 B 同时出发, 且它们的速度都为 1 cm/s, 运动时间为 t s, 则 $AP=BQ=t$ (cm), $PB=(4-t)$ cm. $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore \angle ABC=60^\circ$. 连接 PQ , 如图, 当 $BQ=BP$ 时, $\triangle PBQ$ 是等边三角形, $\therefore t=4-t$, 解得 $t=2$. $\therefore$ 当 $t=2$ s 时, $\triangle PBQ$ 是等边三角形. (2) $\angle CMQ=60^\circ$ 不变.

$\because$ 点 P 从顶点 A , 点 Q 从顶点 B 同时出发, 且它们的速度都为 1 cm/s, $\therefore AP=BQ$. $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore \angle ABC = \angle BAC = 60^\circ, AB=AC$. 在△ABQ 与△CAP 中, $\begin{cases} AB=AC, \\ \angle B = \angle CAP, \\ AP=BQ, \end{cases}$ $\therefore \triangle ABQ \cong \triangle CAP (\text{SAS}), \therefore \angle BAQ = \angle ACP$, $\therefore \angle CMQ = \angle ACP + \angle CAM = \angle BAQ + \angle CAM = \angle BAC = 60^\circ$.

(3) 运动时间为 t s, $AP=BQ=t$ (cm), $PB=(4-t)$ cm,

①如图 1, 当 $\angle PQB=90^\circ$ 时,

$$\because \angle ABC=60^\circ, \therefore PB=2BQ, \text{ 即 } 4-t=2t, \therefore t=\frac{4}{3}.$$

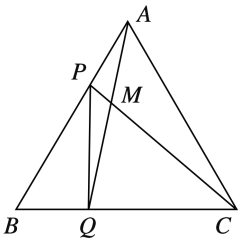


图 1

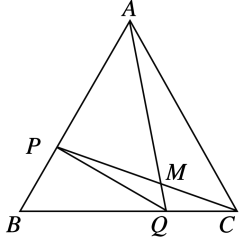


图 2

②如图 2, 当 $\angle QPB=90^\circ$ 时, $\because \angle ABC=60^\circ, \therefore BQ=2BP$, 即 $t=2(4-t), \therefore t=\frac{8}{3}$.

$\therefore$ 当 t 为 $\frac{4}{3}$ s 或 $\frac{8}{3}$ s 时, $\triangle PBQ$ 为直角三角形.

(4) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore BC=AC, \angle ABC = \angle CAP = 60^\circ$, $\therefore \angle PBC = \angle ACQ = 120^\circ$. $\because AP=BQ, \therefore BP=CQ$.

在△PBC 与△QCA 中,

$$\begin{cases} BC=AC, \\ \angle PBC = \angle ACQ, \\ BP=CQ, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PBC \cong \triangle QCA (\text{SAS}), \therefore \angle BPC = \angle MQC.$$

$$\text{又 } \because \angle PCB = \angle MCQ,$$

$$\therefore \angle CMQ = \angle PBC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

第十六章 整式的乘法

教材基础对点热身练

1. D 2. B 3. A 4. C 5. A
 6. C 解析: 调整后, 甲袋中有 $(9-3^x+3^x+3^y)=(9+3^y)$ 个球, 乙袋中有 $(54+3^x-3^y)$ 个球, 丙袋中有 $[45+3^y-(3^x+3^y)]= (45-3^x)$ 个球. $\because$ 一共有 $9+54+45=108$ (个) 球, 且调整后三只袋中球的个数相同, $\therefore$ 调整后每只袋中有 $108 \div 3=36$ (个) 球, $\therefore 9+3^y=36, 45-3^x=36$, $\therefore 3^x=9, 3^y=27, \therefore 3^{x+y}=3^x \cdot 3^y=27 \times 9=243$.
 7. C 解析: $\because h(m+n)=h(m) \cdot h(n), h(2)=k(k \neq 0), 2\ 026=2 \times 1\ 013$, $\therefore h(2\ 026)=h(\underbrace{2+2+\cdots+2}_{1\ 013 \text{ 个}})$
 $=\underbrace{h(2) \cdot h(2) \cdot \cdots \cdot h(2)}_{1\ 013 \text{ 个}}$
 $=\underbrace{k \cdot k \cdot \cdots \cdot k}_{1\ 013 \text{ 个}}$
 $=k^{1\ 013}$.
 8. ③②①
 9. 解析: (1) $\because 2^3=8, \therefore (2, 8)=3$.

(2) $\because (5, x)=m, (5, y)=n$, 且 $m+n=3$, $\therefore 5^m=x, 5^n=y, \therefore xy=5^m \times 5^n=5^{m+n}=125$.
 (3) ①证明: $\because (4, 3)=a, (4, 8)=b, (4, 24)=c$, $\therefore 4^a=3, 4^b=8, 4^c=24$. $\therefore 3 \times 8=24, \therefore 4^a \cdot 4^b=4^c$, 即 $4^{a+b}=4^c, \therefore a+b=c$.

$$\textcircled{2} (8, 27) + \left(4, \frac{64}{9}\right) = (2^3, 3^3) + \left(2^2, \left(\frac{8}{3}\right)^2\right) = (2, 3) + \left(2, \frac{8}{3}\right);$$

$$\text{设 } (2, 3)=a, \left(2, \frac{8}{3}\right)=b, \text{ 则 } c=a+b=(2, 3) + \left(2, \frac{8}{3}\right),$$

$$\therefore c=\left(2, 3 \times \frac{8}{3}\right)=(2, 8), \therefore 2^c=8.$$

$$\because 2^3=8, \therefore c=3, \therefore (8, 27) + \left(4, \frac{64}{9}\right)=3.$$

10. D 解析: $\because$ 正方形 $ABCD, CEFG$ 的边长分别是 $a, b(a > b)$, $\therefore BG=BC-CG=a-b$, $\therefore S_{\text{阴影}}=S_{\triangle BDG}+S_{\triangle BGF}=\frac{1}{2}BG \cdot CD+\frac{1}{2}BG \cdot FG=$
 $\frac{1}{2}a(a-b)+\frac{1}{2}b(a-b)=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab-\frac{1}{2}b^2=$

$$\frac{1}{2}(a^2-b^2),$$

$\therefore$ 只需要知道 a^2-b^2 的值就可以得到阴影部分的面积.

11. B 解析: $(x-1)(x+4)-2\ 020=x^2-x+4x-2\ 024=x^2+3x-2\ 024$. $\because x^2+3x=2\ 025$, $\therefore x^2+3x-2\ 024=2\ 025-2\ 024=1$.

【解题提示】解题的关键是熟练掌握运算法则及整体代入.

12. A 解析: $(x-p)(x+2)=x^2+2x-px-2p=x^2+(2-p)x-2p$. $\because (x-p)(x+2)=x^2-2p$, $\therefore 2-p=0, \therefore p=2$.

【解题提示】 $(x+p)(x+q)$ 型多项式乘法, 根据对应项系数相等可得 p 的值.

13. A 14. C
 15. D 解析: $\because 3^{2m-4n}=4$, $\therefore 3^{2m} \div 3^{4n}=(3^m)^2 \div (3^2)^{2n}=(3^m)^2 \div (9^n)^2=4$. $\therefore 3^m=2, \therefore (9^n)^2=1$. $\therefore 9^n=x > 0, \therefore x=1$.

16. 18
 17. 解析: (1) $(-a)^2-a(2a-1)=a^2-2a^2+a=-a^2+a$.
 (2) $(4a^3b^2-8ab^3) \div (4ab^2)=(4a^3b^2) \div (4ab^2)-(8ab^3) \div (4ab^2)=a^2-2b$.
 18. 解析: $\because (a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$, $\therefore (x+2)^4=x^4+4x^3 \cdot 2+6x^2 \cdot 2^2+4x \cdot 2^3+2^4=x^4+8x^3+24x^2+32x+16$, $\therefore m=8$.

19. C 解析: $(a+2)^2+(a+1)(a-1)=(a^2+4a+4)+(a^2-1)=a^2+4a+4+a^2-1=2a^2+4a+3=2(a^2+2a)+3$. 把 $a^2+2a=1$ 代入上式, 得原式 $=2 \times 1+3=5$.

20. B

21. C 解析: $\because (x+y)^2=25, (x-y)^2=9$, $\therefore x+y=\pm 5, x-y=\pm 3, x^2+2xy+y^2=25, x^2-2xy+y^2=9$, 故 A, B 错误; 则 $x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2=25+9$, $\therefore 2x^2+2y^2=34$, 即 $x^2+y^2=17$, 故 D 错误; $(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)=25-9$, 即 $xy=4$, 故 C 正确.

22. C 解析: 设 $a=x-2\ 024$, 则 $x-2\ 026=a-2$.

原方程变为 $a^2+(a-2)^2=38$, 展开并整理, 得 $a^2+a^2-4a+4=38$, $\therefore 2a^2-4a+4=38, \therefore 2a^2-4a=34, \therefore a^2-2a=17$, $\therefore (x-2\ 024)(x-2\ 026)=a(a-2)=a^2-2a=17$.

23. 25

24. 11 解析: 设 $AC=a, BC=b$. $\because AB=10, S_1+S_2=56, \therefore a+b=10, a^2+b^2=56$. $\therefore (a+b)^2=a^2+b^2+2ab, \therefore 10^2=56+2ab, \therefore ab=22$.

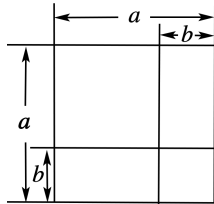
$\therefore$ 接缝处 (阴影三角形) 面积为 $\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2} \times 22=11$ (平方米).

25. 解析: $[2(x+2y)^2-(2x+y)(x-2y)+2y(x^2y-5y)] \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)$
 $= (2x^2+8xy+8y^2-2x^2+4xy-xy+2y^2+2x^2y^2-10y^2) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)$
 $= (11xy+2x^2y^2) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)$
 $= -4xy-22$.

$$\text{当 } x=-\frac{1}{2}, y=3 \text{ 时, 原式}=-4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 3-22=-16.$$

26. 解析: (1) 图 1 中阴影部分面积 $=a^2-b^2$, 图 2 中阴影部分面积 $=(a+b)(a-b)$. $\because$ 阴影部分的面积相等, $\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

(2) 如图所示.



大正方形的面积为 a^2 , 大正方形的面积还可以表示为 $(a-b)^2+b^2+2(a-b)b=(a-b)^2-b^2+2ab$, $\therefore a^2=(a-b)^2-b^2+2ab$, $\therefore (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. (3) 设正方形 A, B 的边长分别为 m, n . $\because$ 图①中阴影部分的面积为 20, $\therefore (m+n)^2-m^2-n^2=20$, 即 $2mn=20$. $\because$ 图②中阴影部分 (正方形) 的面积为 9, $\therefore (m-n)^2=9$, 即 $m^2-2mn+n^2=9$, $\therefore m^2+n^2=2mn+9=20+9=29$. $\therefore$ 正方形 A, B 的面积之和为 29.

第十六章 整式的乘法

关键能力达标测试卷

1. D
 2. D 解析: $\because (x+1)^0=1$ 成立, $\therefore x+1 \neq 0, \therefore x \neq -1$.
 3. C 解析: $a^3+a^3=2a^3$, 则 A 不符合题意; $a \cdot a^6=a^7$, 则 B 不符合题意; $a^8 \div a^2=a^6$, 则 C 符合题意; $(-a^2)^3=-a^6$, 则 D 不符合题意.
 4. B 5. A
 6. B 解析: $\because a^x=3, \therefore a^{x+y}=a^x \cdot a^y=3a^y=12, \therefore a^y=4, \therefore a^x+a^y=3+4=7$.
 7. C
 8. A 解析: $(x^2+ax+1)(x-3)=x^3+(-3+a)x^2-3ax+x-3=x^3+(a-3)x^2+(1-3a)x-3$. $\because$ 关于 x 的多项式 $(x^2+ax+1)(x-3)$ 展开合并后不含 x^2 项, $\therefore a-3=0$, 解得 $a=3$.
 【技法点拨】因为不含二次项, 先利用多项式乘多项式法则展开, 再合并同类项, 得到关于待定字母的方程求解.

9. B
 10. C 解析: 设小正方形的边长为 x , 则 $a+x=b+2x$, 解得 $x=a-b$, $\therefore$ 小正方形的边长为 $a-b$, 大正方形的边长为 $a+x=a+(a-b)=2a-b$, $\therefore P+2Q=2(a-b)^2+2[(2a-b)^2-2(a-b)^2]=2a^2-4ab+2b^2+2(4a^2-4ab+b^2-2a^2+4ab-2b^2)=2a^2-4ab+2b^2+2(2a^2-b^2)=2a^2-4ab+2b^2+4a^2-2b^2=6a^2-4ab$.
 【解题提示】用代数式分别表示出大、小正方形的边长, 进而可求得阴影部分和空白部分的面积.

11. $-x^3$ 12. $-\frac{1}{4}$

- 13.24 **解析:**∵ $5^a=4, 5^b=6, 5^c=9$,
∴ $5^{2a-b+c}=(5^a)^2\div 5^b\times 5^c=16\div 6\times 9=24$.
【技法点拨】指数相加,可考虑逆用同底数幂的乘法;指数相减,可考虑逆用同底数幂的除法;指数相乘,可考虑逆用幂的乘方;指数相同,可考虑逆用积的乘方.
14. $a-3b+2$
15. **解析:**(1)∵ $2^x=3$,
∴ $(2^{x+2}\cdot 2^x)^2=(2^{x+2+x})^2=(2^{2x+2})^2=2^{4x+4}=2^{4x}\cdot 2^4=(2^x)^4\cdot 2^4=3^4\times 16=1\ 296$.
(2)∵ $10^a=5, 10^b=3$,
∴ $10^{2a-b}=(10^a)^2\div 10^b=5^2\div 3=\frac{25}{3}$.
16. **解析:**(1)原式= $a^6-a^6=0$.
(2) $x(5-x)+x^2+3=5x-x^2+x^2+3=5x+3$.
当 $x=2$ 时,原式= $5\times 3+3=13$.
(3) $a(a+b)+(ab^2-a^2b)\div b=a^2+ab+ab-a^2=2ab$.
当 $a=4, b=-\frac{1}{2}$ 时,原式= $2\times 4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-4$.
17. **解析:**∵魔方的边长为 $9b^2$ cm,
∴一个小正方体的边长为 $9b^2\div 3=3b^2$ (cm).
∴ $V=(9b^2)^3-2\times(3b^2)^3=729b^6-2\times 27b^6=(729-54)b^6=675b^6$ (cm³).
18. **解析:**(1)∵ $9^x=3^{10}$,
∴ $(3^2)^x=3^{10}, \therefore 3^{2x}=3^{10}, \therefore 2x=10, \therefore x=5$.
(2)∵ $3^{x+2}-3^{x+1}=162$,
∴ $3\times 3^{x+1}-3^{x+1}=2\times 3^4$,
∴ $(3-1)3^{x+1}=2\times 3^4$,
∴ $2\times 3^{x+1}=2\times 3^4, \therefore 3^{x+1}=3^4$,
∴ $x+1=4, \therefore x=3$.
19. **解析:**(1) $[2x(x^2y-xy^2)+xy(xy-x^2)]\div x^2y$
 $= (2x^3y-2x^2y^2+x^2y^2-x^3y)\div x^2y$
 $= (x^3y-x^2y^2)\div x^2y$
 $= x-y$.
当 $x=2\ 024, y=2\ 025$ 时,原式= $2\ 024-2\ 025=-1$.
(2) $(a+2b)(a-2b)+(a+2b)^2+(2ab^2-8a^2b^2)\div 2ab$
 $=a^2-4b^2+a^2+4ab+4b^2+b-4ab$
 $=2a^2+b$.
∵ $a=-\sqrt{2}, a, b$ 互为相反数,
∴ $b=\sqrt{2}$,
∴当 $a=-\sqrt{2}, b=\sqrt{2}$ 时,原式= $2\times(-\sqrt{2})^2+\sqrt{2}=2\times 2+\sqrt{2}=4+\sqrt{2}$.
- 【技法点拨】**化简求值的两种思路:(1)已知字母取值,化简后直接代入求值;(2)已知式子取值,变形后整体代入求值.
20. **解析:**(1)∵ $a_n=(2n+1)^2-(2n-1)^2=4n^2+4n+1-4n^2+4n-1=8n, n$ 为非零的自然数,∴ a_n 是 8 的倍数.
这个结论用文字语言表述为:两个连续的大于零的奇数的平方差是 8 的倍数.
(2)这些数中从小到大排列的前 4 个“完全平方数”为 16, 64, 144, 256.
当 n 为一个“完全平方数”的 2 倍时, a_n 为“完全平方数”.
21. **解析:**(1) $(3x^4-4x^3+5x-1)\div(x^2+3x-1)$.

$$\begin{array}{r} 3x^2-13x+42 \\ x^2+3x-1 \overline{) 3x^4-4x^3+0x^2+5x-1} \\ \underline{3x^4+9x^3-3x^2} \\ -13x^3+3x^2+5x-1 \\ \underline{-13x^3-39x^2+13x} \\ 42x^2-8x-1 \\ \underline{42x^2+126x-42} \\ -134x+41 \end{array}$$

所以商式为 $3x^2-13x+42$, 余式为 $-134x+41$.
(2) $(x^4+x^3+mx^2+x+n)\div(x^2+x+1)$.

$$\begin{array}{r} x^2+m-1 \\ x^2+x+1 \overline{) x^4+x^3+mx^2+x+n} \\ \underline{x^4+x^3+x^2} \\ (m-1)x^2+x+n \\ \underline{(m-1)x^2+(m-1)x+m-1} \\ 0 \end{array}$$

∵余式为零, ∴ $1-(m-1)=0, n-(m-1)=0$,
∴ $m=2, n=1$.
【解题提示】(1)按降幂排列补项→逐项试商→逐次相减→余式次数低于除式时终止.
(2)若多项式除法余式为零,则被除式也可表示为除式与商式的乘积,通过展开对比系数求解参数,此时需要先设出商式.

第十六章 整式的乘法

核心素养提优测试卷

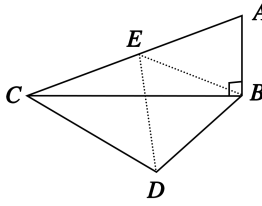
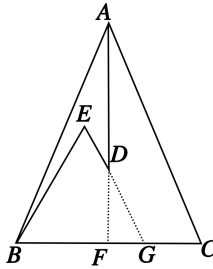
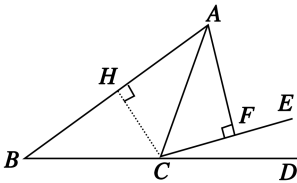
1. B 2. B 3. C 4. B 5. D 6. A
7. A **解析:**设“”为正数 a , 则 $(x+15)(x-a)=x^2+(15-a)x-15a$, ∴常数项 $-15a<0$, 但丙与丁的常数项均为正数, 故排除丙与丁. 若 $x^2-120x-2\ 025=x^2+(15-a)x-15a$, 得 $15-a=-120$ 且 $-15a=-2\ 025$, 均解得 $a=135$, 故甲符合题意; 若 $x^2+120x-2\ 025=x^2+(15-a)x-15a$, 得 $15-a=120$ 且 $-15a=-2\ 025$, 解得 $a=-105$ 与 $a=135$ 矛盾, 无解, 故乙不符合题意; 综上, 只有甲符合题意.
8. D **解析:** $(3x^3-3x^2+3x)\div(-3x)=-x^2+x-1$,
∴这个多项式为 $-x^2+x-1$,
∴ $-3x+(-x^2+x-1)=-x^2-2x-1$.
9. B **解析:** $(x-2)(2x+1)=2x^2+x-4x-2=2x^2-3x-2=2x^2+mx+n$,
∴ $m=-3, n=-2, \therefore m+n=-5$.
10. A
11. 1 **解析:**∵ $2\ 024\times 2\ 025^m=2\ 025\times 2\ 024^m$,
∴ $\frac{2\ 024\times 2\ 025^m}{2\ 024\times 2\ 025}=\frac{2\ 025\times 2\ 024^m}{2\ 024\times 2\ 025}$,
∴ $2\ 025^{m-1}=2\ 024^{m-1}$,
∴ $m-1=0, m=1$.
12. 3
13. 12 **解析:**设小长方形的长为 a , 宽为 b ,
由题意得 $(a+b)^2=64, (a-b)^2=16$,
∴ $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab=48$,
∴ $ab=12$, 即 1 个小长方形的面积为 12.
14. $9x^2+37x+4$ **解析:**由题意得 $(9x+m)(x-n)=9x^2+(m-9n)x-mn=9x^2-35x-4, \therefore mn=4$.
∵ $9x(x+n)=9x^2+9nx=9x^2+36x$,
∴ $9n=36, \therefore n=4, \therefore m=1$,

- ∴原式为 $(9x+1)(x+4)=9x^2+37x+4$.
- 【解题提示】**本题还可以用十字相乘法将 $9x^2-35x-4$ 化为 $(9x+1)(x-4)$ 的形式, 从而可直接得出 $m=1, n=4$, 进而代入求解即可.
15. 10 **解析:**由题意得 $(3a+b)(a+3b)=3a^2+9ab+ab+3b^2=3a^2+10ab+3b^2$,
∴需要 C 类卡片张数为 10.
16. **解析:**(1)原式= $x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3=x^3+y^3+x^2y^2-xy^2+x^2y-x^2y=y^3+x^3+y^3$.
(2)原式= $[12x^3\div(-6x)]+[(-18x^2)\div(-6x)]+[6x\div(-6x)]=-2x^2+3x-1$.
17. **解析:**(1) $\left(\frac{1}{4}a^2b\right)\cdot(-2ab^2)^2\div(-0.5a^4b^5)=\left(\frac{1}{4}a^2b\right)\cdot(4a^2b^4)\div(-0.5a^4b^5)=a^4b^5\div(-0.5a^4b^5)=-2$.
(2) $2\ 016^2-2\ 018\times 2\ 014=2\ 016^2-(2\ 016+2)(2\ 016-2)=2\ 016^2-(2\ 016^2-4)=4$.
(3) $(3x+y-2)(3x-y+2)=[3x+(y-2)][3x-(y-2)]=(3x)^2-(y-2)^2=9x^2-y^2+4y-4$.
(4) $\left(4ab^3-a^2b-\frac{1}{2}ab\right)\div\left(\frac{1}{2}ab\right)=4ab^3\div\left(\frac{1}{2}ab\right)-a^2b\div\left(\frac{1}{2}ab\right)-\frac{1}{2}ab\div\left(\frac{1}{2}ab\right)=8b^2-2a-1$.
18. **解析:**(1)原式= $-3x^2+4y^2-y-4y^2+x^2=-2x^2-y$.
当 $x=1, y=-2$ 时, 原式= $-2+2=0$.
(2) $\begin{cases} m+2n=1, \textcircled{1} \\ 3m-2n=11, \textcircled{2} \end{cases}$
①+②, 得 $4m=12$, 解得 $m=3$.
将 $m=3$ 代入①, 得 $3+2n=1$, 解得 $n=-1$.
故方程组的解是 $\begin{cases} m=3, \\ n=-1. \end{cases}$
 $(m-n)(m+n)+(m+n)^2-2m^2=m^2-n^2+m^2+2mn+n^2-2m^2=2mn$.
当 $m=3, n=-1$ 时, 原式= $2\times 3\times(-1)=-6$.
19. **解析:**(1)由题意可得 $(3a+2b)(2a+b)-b(2a-b)=6a^2+3ab+4ab+2b^2-(2ab-b^2)=6a^2+7ab+2b^2-2ab+b^2=(6a^2+5ab+3b^2)\text{m}^2$.
故绿化的面积为 $(6a^2+5ab+3b^2)\text{m}^2$.
(2)若 $a=4, b=3$, 则 $110(6a^2+5ab+3b^2)=110\times(6\times 16+5\times 12+3\times 9)=20\ 130$ (元),
即完成绿化共需要花费 20 130 元.
20. **解析:【探究】**∵题图 1 中的阴影部分面积为 a^2-b^2 , 题图 2 中的阴影部分面积为 $(a+b)(a-b)$, 这两个阴影部分面积相等,
∴ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.
【应用】①根据【探究】的公式可得 $(2m-n)(2m+n)=4m^2-n^2$.
∵ $2m-n=3, 2m+n=4, \therefore 4m^2-n^2=3\times 4=12$.
② $(x-3)(x+3)(x^2+9)=(x^2-9)(x^2+9)=x^4-81$.
【拓展】 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)=(2^8-1)(2^8+1)\cdots(2^{32}+1)$
∴

- $=2^{64}-1$.
21. **解析:**(1) $(a-1)(a+1)=a^2-1$;
 $(a-1)(a^2+a+1)=a^3-1$;
 $(a-1)(a^3+a^2+a+1)=a^4-1$;
……
以此类推可得 $(a-1)(a^n+a^{n-1}+a^{n-2}+\cdots+a^2+a+1)=a^{n+1}-1$;
∴ $(a-1)(a^{2\ 018}+a^{2\ 017}+a^{2\ 016}+\cdots+a^2+a+1)=a^{2\ 018+1}-1=a^{2\ 019}-1$.
(2)∵ $(a-1)(a^{2\ 018}+a^{2\ 017}+a^{2\ 016}+\cdots+a^2+a+1)=a^{2\ 019}-1$,
∴当 $a=2$ 时, $(2-1)(2^{2\ 018}+2^{2\ 017}+2^{2\ 016}+\cdots+2^2+2+1)=2^{2\ 019}-1$,
∴ $2^{2\ 018}+2^{2\ 017}+2^{2\ 016}+\cdots+2^2+2+1=2^{2\ 019}-1$.
(3) $(-2)^{50}+(-2)^{49}+(-2)^{48}+\cdots+(-2)^2+(-2)+1=-\frac{1}{3}\times(-2-1)[(-2)^{50}+(-2)^{49}+(-2)^{48}+\cdots+(-2)^2+(-2)+1]=-\frac{1}{3}[(-2)^{51}-1]=\frac{1+2^{51}}{3}$.

阶段素养强化卷(三)

1. B **解析:**过点 C 作 $CH\perp AB$ 于点 H , 如图.
∵ $CA=CB, \angle ACB=110^\circ$,
∴ $\angle ACH=\frac{1}{2}\angle ACB=55^\circ$,
 $\angle ACD=70^\circ$.
∵ $\angle ECD=15^\circ$,
∴ $\angle ACF=\angle ACD-\angle ECD=55^\circ$,
∴ $\angle ACH=\angle ACF=55^\circ$,
∴ CA 平分 $\angle HCF$.
∵ $AF\perp CE, CH\perp AB$,
∴ $AH=AF=\sqrt{5}$,
∴ $AB=2AH=2\sqrt{5}$.
【解题提示】作等腰三角形底边上的高, 运用“三线合一”及“角平分线上的点到角两边的距离相等”的性质解题.
2. A **解析:**延长 AD 交 BC 于点 F , 延长 ED 交 BC 于点 G .
∵ $AB=AC, AD$ 平分 $\angle BAC$,
∴ $AF\perp BC, BF=FC, \therefore \angle DFC=90^\circ$.
∵ $\angle E=\angle EBC=60^\circ, \therefore \angle EGB=60^\circ$,
∴ $EB=EG=BG=6$.
∵ $DE=2, \therefore DG=4$.
∵ $\angle DFG=90^\circ, \angle DGF=60^\circ$,
∴ $\angle FDG=30^\circ, \therefore FG=\frac{1}{2}DG=2$,
∴ $BF=BG-FG=4, \therefore BC=2BF=8$.
3. 30° **解析:**在 AC 上取一点 E , 使 $CE=BE$, 连接 ED , 如图.
由条件可知 $\angle ACB=\angle EBC=20^\circ$,
∴ $\angle AEB=\angle ACB+\angle EBC=40^\circ$.
∵ $AB\perp BC$,
∴ $\angle ABC=90^\circ$,
∴ $\angle ACB+\angle A=90^\circ=\angle EBC+\angle EBA$,
∴ $\angle A=\angle EBA, \therefore BE=AE, \therefore CE=BE=AE$.
∵ $AC=4=AE+BE, \therefore CE=BE=AE=2$,



$\therefore CE=BE=AE=BD=2$.
 $\because \angle CBD=40^\circ, \therefore \angle EBD=\angle CBD+\angle EBC=40^\circ+20^\circ=60^\circ$,
 $\therefore \triangle BDE$ 是等边三角形, $\therefore DE=BD=2=CE, \angle DEB=60^\circ$,
 $\therefore \angle AED=60^\circ+40^\circ=100^\circ, \angle ECD=\angle EDC$.
 由条件可得 $\angle ECD=\angle EDC=50^\circ$,
 $\therefore \angle BCD=\angle ECD-\angle ECB=50^\circ-20^\circ=30^\circ$.

【解题提示】构造等腰三角形和等边三角形,运用其性质解题.

4. 证明:如图,过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E,交 BD 于点 F.

$\because AB=AC, AE \perp BC$,

$\therefore \angle CAE=\frac{1}{2}\angle BAC$.

$\because \angle DBC=\frac{1}{2}\angle BAC$ (已知),

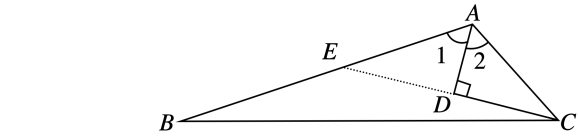
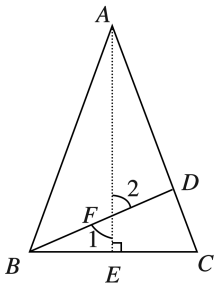
$\therefore \angle CAE=\angle DBC$ (等量代换).

又 $\because \angle 1=\angle 2, \angle ADF=180^\circ-\angle 2-\angle CAE$,

$\angle BEF=180^\circ-\angle 1-\angle DBC$,

$\therefore AC \perp BD$ (垂直定义).

5. 解析:如图,延长 CD 交 AB 于点 E.



$\because AD$ 平分 $\angle BAC, \therefore \angle 1=\angle 2$.

$\because CD \perp AD, \therefore \angle ADE=\angle ADC=90^\circ$.

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1=\angle 2, \\ AD=AD, \\ \angle ADE=\angle ADC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ADC$ (ASA), $\therefore AE=AC=10, DE=DC$.

$\because \angle DCB=\angle B, \therefore BE=CE=2DC$.

$\therefore AB=AE+BE=10+2CD=25. \therefore CD=7.5$.

【解题提示】构造等腰三角形,运用“三线合一”性质.

6. 解析:【解决问题】证明:如图 3,在直线 l 上另取任一点 E,连接 AE, BE, DE .

因为直线 l 是点 B, D 的对称轴,点

C, E 在直线 l 上,

所以 $CB=CD, BE=DE$.

所以 $AC+CB=AC+CD=AD$.

因为在 $\triangle ADE$ 中, $AD < AE+DE$

(三角形的两边之和大于第三边),

所以 $AC+CB < AE+DE$, 即 $AC+CB$ 最小.

【拓展延伸】如图 4 所示,作出点 M 关于 OA 的对称点 M' , 点 M 关于 OB 的对称点 M'' , 连接 $M'M''$, 交 OA 于点 P, 交 OB 于点 Q, 连接 MP, PQ, MQ, 此时 $\triangle MPQ$ 的周长最小.

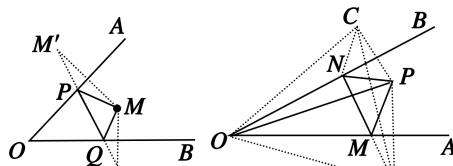


图4

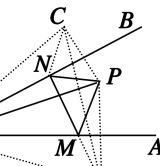


图5

【变式探究】分别作点 P 关于 OB, OA 的对称点 C, D, 连接 CD, OC, OD, DM, CN, 如图 5 所示.

$\because$ 点 P 关于 OA 的对称点为点 D,

$\therefore PM=DM, OP=OD, \angle DOA=\angle POA$.

$\because$ 点 P 关于 OB 的对称点为点 C,

$\therefore PN=CN, OP=OC, \angle COB=\angle POB$,

$\therefore OC=OP=OD, \angle AOB=\frac{1}{2}\angle COD$.

$\because \triangle PMN$ 周长 $=PM+MN+PN=DM+MN+CN \geqslant CD$,

$\therefore \triangle PMN$ 周长的最小值是 CD 的长.

$\because \triangle PMN$ 周长的最小值是 8 cm,

$\therefore CD=8 \text{ cm}=OP, \therefore OC=OD=CD$,

$\therefore \triangle OCD$ 是等边三角形, $\therefore \angle COD=60^\circ, \therefore \angle AOB=30^\circ$.

阶段素养强化卷(四)

1. B

2. A 解析: $\because 2^x=3, 4^y=5$,

$$\therefore 2^{x-2y}=2^x \div 2^{2y}=2^x \div 4^y=3 \div 5=\frac{3}{5}.$$

3. $-\frac{49}{4}$ 解析: 原式 $=\left(\frac{2}{7}\right)^{2\ 023} \times \left(-\frac{7}{2}\right)^{2\ 023} \times \left(-\frac{7}{2}\right)^2$

$$=\left(-\frac{2}{7} \times \frac{7}{2}\right)^{2\ 023} \times \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = -\frac{49}{4}.$$

4. 1 解析: $\because 2x-3y+8=0, \therefore 2x-3y=-8$,

$$\therefore 4^{x+1} \cdot 8^{2-y}=(2^2)^{x+1} \cdot (2^3)^{2-y}=2^{2x+2} \cdot 2^{6-3y}=2^{2x+2+6-3y}=2^{2x-3y+8}=2^{-8+8}=2^0=1.$$

5. 解析: (1) $\because 3^m \times 9^m \times 27^m=3^{12}, \therefore 3^m \times (3^2)^m \times (3^3)^m=3^{12}$,

$$\therefore 3^m \times 3^{2m} \times 3^{3m}=3^{m+2m+3m}=3^{12}, \therefore m+2m+3m=12,$$

$$\therefore 6m=12, \text{解得 } m=2.$$

$$(2) \because a=2^{55}=(2^5)^{11}=32^{11}, b=3^{44}=(3^4)^{11}=81^{11}, c=5^{33}=(5^3)^{11}=125^{11}, 32 < 81 < 125, \therefore 32^{11} < 81^{11} < 125^{11}, \therefore a < b < c.$$

【技法点拨】对于底数不同、指数也不同但存在倍数关系的幂的大小比较,可以先化为同指数的幂,然后根据底数的大小进行比较.

6. C 解析:根据多项式乘多项式的乘法法则可得

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab=x^2+mx-8,$$

$$\therefore a+b=m, ab=-8,$$

$$\therefore \begin{cases} a=-1, \\ b=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-2, \\ b=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-4, \\ b=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-8, \\ b=1. \end{cases}$$

$$\text{当 } \begin{cases} a=-1, \\ b=8 \end{cases} \text{ 时, } m=a+b=7; \text{ 当 } \begin{cases} a=-2, \\ b=4 \end{cases} \text{ 时, } m=a+b=2;$$

$$\text{当 } \begin{cases} a=-4, \\ b=2 \end{cases} \text{ 时, } m=a+b=-2; \text{ 当 } \begin{cases} a=-8, \\ b=1 \end{cases} \text{ 时, } m=a+b=-7.$$

故 m 的值不可能是 9.

7. -3 解析: $\because M=x^2-ax+3, N=-x, P=x^3+3x^2+5$,

$$\therefore M \cdot N+P=(x^2-ax+3) \cdot (-x)+(x^3+3x^2+5)=-x^3+ax^2-3x+x^3+3x^2+5=(a+3)x^2-3x+5.$$

$\because M \cdot N+P$ 的值与 x^2 的取值无关,

$$\therefore a+3=0, \text{解得 } a=-3.$$

8. 解析: (1) $(mx-3)(-x+n)=-mx^2+mnx+3x-3n=-mx^2+(mn+3)x-3n$.

$\because (mx-3)(-x+n)$ 的展开式中不含 x 项, 且常数项是 -3 ,

$$\therefore mn+3=0, -3n=-3, \text{解得 } m=-3, n=1.$$

$$\therefore m^3+n^3=(-3)^3+1^3=-27+1=-26.$$

(2) 由(1)可知 $m=-3, n=1$,

$$\therefore (m+n)(m^2-mn+n^2)=m^3-m^2n+mn^2+m^2n-mn^2+n^3=m^3+n^3=(-3)^3+1^3=-27+1=-26.$$

9. 解析: (1) 由条件可知正方形草坪的面积为 $a^2 \text{ m}^2$.

将正方形草坪的东西方向加长 3 m, 南北方向缩短 3 m,

则长为 $(a+3) \text{ m}$, 宽为 $(a-3) \text{ m}$,

$\therefore$ 改造后的草坪面积为 $(a+3)(a-3)=(a^2-9) \text{ m}^2$,

故改造后的草坪面积与原来不相等, 改造后面积减少了 9 m^2 .

(2) 最大面积是 $\frac{l^2}{16} \text{ m}^2$. 理由如下:

设一边长为 $\left(\frac{l}{4}+x\right) \text{ m}$, 另一边长为 $\left(\frac{l}{4}-x\right) \text{ m}$,

$\therefore$ 种植草坪的面积为 $\left(\frac{l}{4}+x\right)\left(\frac{l}{4}-x\right)=\left(\frac{l^2}{16}-x^2\right) \text{ m}^2$.

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, 种植草坪的面积最大, 最大面积为 $\frac{l^2}{16} \text{ m}^2$.

【技法点拨】(1) 根据正方形和长方形的面积公式求出原来正方形草坪面积和改造后的长方形草坪面积, 比较即得结论.

(2) 设种植草坪的一边长为 $\left(\frac{l}{4}+x\right) \text{ m}$, 另一边长为 $\left(\frac{l}{4}-x\right) \text{ m}$,

进而得种植草坪的面积, 即可得出结论.

10. 解析: (1) 由题图 2 知, 阴影部分正方形的边长为 $a-b$.

(2) 由题意知, 大正方形的面积为 $(a+b)^2$, 小正方形的面积为 $(a-b)^2$, 小长方形的面积为 ab .

由题图 2 可知, 大正方形的面积减去小正方形的面积等于 4 个小长方形的面积,

$$\therefore (a+b)^2-(a-b)^2=4ab.$$

(3) 由(2)可得 $(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$.

$$\because (x+y)^2=28, xy=3, \therefore 28-(x-y)^2=4 \times 3,$$

$$\therefore (x-y)^2=16.$$

$$\because x > y, \therefore x-y > 0, \therefore x-y=4.$$

(4) 设 $AO=OB=a, DO=OC=b$.

$$\because AC=20, \therefore a+b=20, \therefore (a+b)^2=400,$$

$$\text{即 } a^2+b^2+2ab=400.$$

$$\because AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle AOD=90^\circ.$$

$\because$ 无人机和机器人表演区域的面积和为 84 平方米,

$$\therefore \frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab=ab=84, \therefore 2ab=168,$$

$$\therefore a^2+b^2=400-168=232,$$

$$\therefore \text{主舞台和观众区的面积和为 } \frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2=\frac{1}{2}(a^2+b^2)=116(\text{平方米}).$$

第十七章 因式分解

教材基础对点热身练

1. C 2. B 3. B 4. B 5. A

6. C 解析: $\because 2a^2-a-3=0$,

$$\therefore 2a^2-a=3, \therefore a(2a-1)=3,$$

$$\therefore 4a(2a-1)-8=4 \times 3-8=4.$$

7. A

8. 8 9. $(x+4y)(x-4y)$ 10. $(x-2)^2$

11. 0 解析: $4y^2-12y+9-x^2=(4y^2-12y+9)-x^2=(2y-3)^2-x^2=-(2y-3+x)(x-2y+3)$.

$\because x-2y=-3$, 将 $x-2y=-3$ 代入, 得

$$\text{原式}=- (2y-3+x) \times 0=0.$$

12. $\frac{1\ 013}{2\ 025}$ 解析: $\left(1-\frac{1}{2^2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3^2}\right) \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{2\ 025^2}\right)$

$$=\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1-\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \left(1-\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{2\ 025}\right) \times \left(1-\frac{1}{2\ 025}\right)$$

$$=\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} \times \cdots \times \frac{2\ 026}{2\ 025} \times \frac{2\ 024}{2\ 025}$$

$$=\left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{2\ 026}{2\ 025}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \cdots \times \frac{2\ 024}{2\ 025}\right)$$

$$=\frac{2\ 026}{2} \times \frac{1}{2\ 025}=\frac{1\ 013}{2\ 025}.$$

$$13. 1\ 012 \quad \text{解析: 原式}=\frac{(1\ 013+1\ 011)^2}{(1\ 013+1\ 011)(1\ 013-1\ 011)}=\frac{1\ 013+1\ 011}{1\ 013-1\ 011}=\frac{2\ 024}{2}=1\ 012.$$

14. 等腰三角形 解析: $\because (a-b)-c(b-a)=0$,

$$\therefore (a-b)+c(a-b)=0, \therefore (a-b)(1+c)=0.$$

$\because a, b, c$ 是 $\triangle ABC$ 的三边, $\therefore 1+c > 0$,

$$\therefore a-b=0, \therefore a=b,$$

$\therefore \triangle ABC$ 的形状为等腰三角形.

15. 解析: (1) 原式 $=2m(2x-3y+1)$.

$$(2) \text{原式}=y(4x^2+4xy+y^2)=y(2x+y)^2.$$

16. 解析: (1) 原式 $=3(a^2-2ab+b^2)=3(a-b)^2$.

$$(2) \text{原式}=m^2(a-b)-n^2(a-b)=(a-b)(m^2-n^2)=(a-b)(m+n)(m-n).$$

17. 解析: (1) $\because 36=10^2-8^2, \therefore 36$ 是“智慧数”.

(2) 是 4 的倍数. 理由如下:

$$(2n+2)^2-(2n)^2=(2n+2+2n)(2n+2-2n)=2(4n+2)=4(2n+1),$$

而 $4(2n+1)$ 是 4 的倍数,

$\therefore$ 由 $2n$ 和 $2n+2$ (其中 n 取正整数) 这两个连续偶数构造的“智慧数”是 4 的倍数.

$$(3) S_{\text{阴影}}=4^2-2^2+8^2-6^2+12^2-10^2+16^2-14^2+20^2-18^2$$

$$=4 \times (3+7+11+15+19)$$

$$=220.$$

18. 解析: (1) $x^2+2x-8=x^2+(-2+4)x+(-2 \times 4)=(x-2)(x+4)$.

$$(2) 2x^3-10x^2+12x=2x(x^2-5x+6)=2x\{x^2+[-(-2)+(-3)]x+(-2) \times (-3)\}=2x(x-2)(x-3).$$

(3) 满足题意的整数 p 有 7, $-7, 8, -8, 13, -13$.

$$\text{当 } p=7 \text{ 时, } 2x^2+px+6=2x^2+7x+6=(x+2)(2x+3);$$

$$\text{当 } p=-7 \text{ 时, } 2x^2+px+6=2x^2-7x+6=(x-2)(2x-3);$$

$$\text{当 } p=8 \text{ 时, } 2x^2+px+6=2x^2+8x+6=2(x+1)(x+3);$$

$$\text{当 } p=-8 \text{ 时, } 2x^2+px+6=2x^2-8x+6=2(x-1)(x-3);$$

$$\text{当 } p=13 \text{ 时, } 2x^2+px+6=2x^2+13x+6=(x+6)(2x+1);$$

$$\text{当 } p=-13 \text{ 时, } 2x^2+px+6=2x^2-13x+6=(x-6)(2x-1).$$

19. 解析: (1) $x^5-x^3+3x^2-3=x^3(x^2-1)+3(x^2-1)=(x^2-1)(x^3+3)=(x-1)(x+1)(x^3+3)$.

$$(2) a^2+2a+1+b^2-2b-2ab=(a^2-2ab+b^2)+2(a-b)+1=(a-b)^2+2(a-b)+1=(a-b+1)^2.$$

20. 解析: (1) 观察可知, 上述分解因式的方法是提公因式法; 第一、二步各用了一次提公因式法, 共应用了 2 次.

$$(2) 1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2\ 025}$$

$$=(x+1)[1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2\ 024}]$$

$$=(x+1)^2[1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2\ 023}]$$

$$\cdots \cdots$$

$$=(x+1)^{2\ 026},$$

需应用上述方法 $2\ 025$ 次, 结果是 $(x+1)^{2\ 026}$.

$$(3) 1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^n$$

$$=(x+1)[1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{n-1}]$$

$$=(x+1)^2[1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{n-2}]$$

$$\cdots \cdots$$

$$=(x+1)^{n+1}.$$

$$21. \text{解析:}(1) \because a^2+8a+\left(\frac{8}{2}\right)^2=a^2+8a+16=(a+4)^2,$$

$\therefore$ 在横线上添上一个常数项 16 使之成为完全平方式.

$$(2) a^2+10a+16=a^2+10a+25-9=(a+5)^2-3^2=$$

$$(a+5+3)(a+5-3)=(a+8)(a+2).$$

$$(3) 3x^2-12x+15=3(x^2-4x+5),$$

$$x^2-4x+5=x^2-4x+4+1=(x-2)^2+1.$$

$\therefore (x-2)^2$ 是非负数,

$$\therefore (x-2)^2 \geqslant 0, \therefore (x-2)^2+1 \geqslant 1.$$

即 x^2-4x+5 的最小值为 1,

$$\therefore 3x^2-12x+15 \text{ 的最小值为 } 3.$$

第十七章 因式分解

关键能力达标测试卷

1. A

2. A **解析:** $6a^3b^2-3a^2b^3=3a^2b^2(2a-b)$,

故将 $6a^3b^2-3a^2b^3$ 因式分解时,应提取的公因式是 $3a^2b^2$.

【易错避坑】在找公因式时,一找系数的最大公约数,二找相同字母的最低次幂.

3. B 4. B 5. D 6. B

7. A **解析:** $3a(x^2-1)-3b(x^2-1)$

$$=(3a-3b)(x^2-1)$$

$$=3(a-b)(x-1)(x+1),$$

分别对应 4 个汉字:我,爱,数,学.即结果呈现的密码信息可能是我爱数学.

8. A

9. C **解析:** $\because a=m+2\ 024, b=m+2\ 025, c=m+2\ 026,$

$$\therefore a-b=-1, b-c=-1, a-c=-2,$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-$$

$$2ac)=\frac{1}{2}(a-b)^2+\frac{1}{2}(b-c)^2+\frac{1}{2}(a-c)^2=\frac{1}{2}\times(-1)^2+$$

$$\frac{1}{2}\times(-1)^2+\frac{1}{2}\times(-2)^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2=3.$$

10. D **解析:** 设阴影部分各边的长度分别为 x, y , 如图,

则 $a+x=b+y$, 即 $a-b=y-x$,

$\therefore$ 图 1 中的阴影部分面积为 x^2+y^2 , 图 2 中的阴影部分面积为

$$2xy,$$

$$\therefore x^2+y^2-2xy=(x-y)^2=(a-b)^2.$$

$$\therefore S_1=(b-x)(a-y), S_2=(a-x)(b-y),$$

$$\therefore S_1-S_2=(b-x)(a-y)-(a-x)(b-y)$$

$$=ab-by-ax+xy-ab+ay+bx-xy$$

$$=ay-by-ax+bx$$

$$=(a-b)(y-x)$$

$$=(a-b)^2,$$

$\therefore S_1-S_2$ 即为图 1 与图 2 阴影部分的面积差.

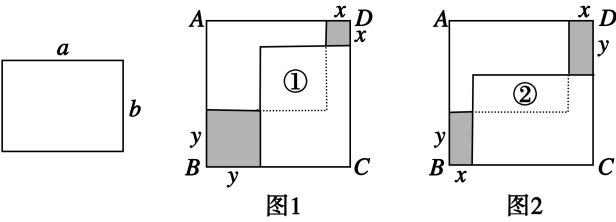


图1

图2

11. $2m(m+2)(m-2)$ 12. 6

13. 2 **解析:** $\because a^2-2a-1=0,$

$$\therefore a^4-2a^3-2a+1$$

$$=a^4-2a^3-a^2+a^2-2a-1+1+1$$

$$=a^2(a^2-2a-1)+(a^2-2a-1)+2$$

$$=0+0+2$$

$$=2.$$

14. 土 8 **解析:** 根据题意,得 $x^2+mx+16=(x+n)^2$,

$$\text{整理得 } x^2+mx+16=x^2+2nx+n^2,$$

$$\therefore m=2n, n^2=16,$$

$$\text{解得 } n=\pm 4, m=2n=\pm 8.$$

【易错避坑】注意考虑全面,不要漏掉负值.

15. **解析:** (1) 原式 $= (2x-3y)^2$.

$$(2) \text{原式} = a(a^2-16) = a(a+4)(a-4).$$

$$(3) \text{原式} = (m-1)(m^2-4) = (m-1)(m+2)(m-2).$$

$$(4) \text{原式} = (m^2-4)^2 = (m+2)^2(m-2)^2.$$

16. **解析:** $\because mn=2, m-3n=-1,$

$$\therefore 3mn(m+n)-12mn^2=3m^2n+3mn^2-12mn^2=3m^2n-9mn^2=$$

$$3mn(m-3n)=3\times 2\times(-1)=-6.$$

17. **解析:** $a(a-2)-6(a-2)=(a-2)(a-6)$.

$$\text{当 } a=3 \text{ 时, } (a-2)(a-6)=(3-2)\times(3-6)=-3.$$

18. **解析:** (1) $x^3+x^2-4x-4=(x^3+x^2)-(4x+4)=x^2(x+1)-$

$$4(x+1)=(x^2-4)(x+1)=(x+2)(x-2)(x+1).$$

$$(2) y^2+2yz+z^2-9x^2=(y+z)^2-(3x)^2=(y+z+3x)(y+z-3x).$$

19. **解析:** (1) $(3a+2b)(2a+b)-(a+2b)(a+b)=5a^2+4ab.$

$$(a+a+b)(2a+b+a+a)-(2a+b)(a+b)$$

$$=(2a+b)(4a+b)-(2a+b)(a+b)$$

$$=(2a+b)(4a+b-a-b)$$

$$=(2a+b)\cdot 3a=6a^2+3ab.$$

即回字形福建土楼的占地面积为 $5a^2+4ab$, 山西大院的占地面积为 $6a^2+3ab$.

$$(2) \because a^2+b^2=10a+12b-61,$$

$$\therefore a^2-10a+b^2-12b=-61,$$

$$\therefore (a-5)^2-25+(b-6)^2-36=-61,$$

$$\therefore (a-5)^2+(b-6)^2=0, \therefore a-5=0, b-6=0,$$

$$\therefore a=5, b=6,$$

$$\therefore 5a^2+4ab-(6a^2+3ab)=-a^2+ab=-5^2+5\times 6=5.$$

【技法点拨】根据大长方形的面积-空白长方形的面积计算两个建筑物的占地面积.

第十七章 因式分解

核心素养提优测试卷

1. B 2. C 3. B 4. C

5. B **解析:** 由题意,得 $2a^2+2b^2+2c^2=2ab+2ac+2bc$,

$$\therefore 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2ac-2bc=0,$$

$$\therefore a^2-2ab+b^2+a^2-2ac+c^2+b^2-2bc+c^2=0,$$

$$\therefore (a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2=0,$$

$$\therefore a-b=0, a-c=0, b-c=0,$$

$$\therefore a=b=c,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形.

6. C **解析:** $\because a-b=3, b-c=-4, \therefore a-c=-1.$

$$a^2-ac-b(a-c)=a^2-ac-ab+bc=a(a-b)-c(a-b)=$$

$$(a-b)(a-c).$$

$$\text{将 } a-b=3, a-c=-1 \text{ 代入得 } (a-b)(a-c)=3\times(-1)=-3.$$

7. C **解析:** $(x-6)(x+2)=x^2-6x+2x-12=x^2-4x-12.$

$$(x+8)(x-4)=x^2-4x+8x-32=x^2+4x-32.$$

$\therefore$ 因式分解 x^2+mx+n 时,甲看错了 m 的值,分解的结果是 $(x-$

$$6)(x+2), \text{乙看错了 } n \text{ 的值,分解的结果为 } (x+8)(x-4),$$

$$\therefore n=-12, m=4,$$

$$\therefore x^2+mx+n=x^2+4x-12=(x+6)(x-2).$$

【解题提示】先根据多项式乘多项式法则进行计算,分别求出 m, n 的值,然后代入求解.本题可以用十字相乘法进行因式分解.

8. B **解析:** 由题意可知, $S_2=(a-b)^2+\frac{1}{2}\times b\times(a+b)+\frac{1}{2}\times b\times$

$$(a+b)=a^2-ab+2b^2,$$

$$\text{拼成的正方形面积}=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$$

$$\therefore S_1=a^2+2ab+b^2-(a^2-ab+2b^2)=3ab-b^2.$$

$$\therefore S_1=S_2, \therefore 3ab-b^2=a^2-ab+2b^2,$$

$$\text{即 } a^2-4ab+3b^2=0,$$

$$\therefore a^2-4ab+4b^2-b^2=0, \therefore (a-2b)^2-b^2=0,$$

$$\therefore (a-3b)(a-b)=0,$$

解得 $a=3b$ 或 $a=b$ (舍去).

9. C

10. A **解析:** $\because P=2a^2-2a+3, Q=a^2+1,$

$$\therefore P-Q=2a^2-2a+3-(a^2+1)=2a^2-2a+3-a^2-1=a^2-2a+2=(a-1)^2+1.$$

$$\therefore (a-1)^2 \geqslant 0, \therefore (a-1)^2+1 \geqslant 1 > 0,$$

$$\therefore P-Q > 0, \therefore P > Q.$$

11. $(x+3)(x-3)$ 12. 80

13. $2a^2+a$ **解析:** 由 $m^2-2am+1=0$, 得 $m^2-2am+a^2=a^2-1$,

$$\text{即 } (m-a)^2=a^2-1 \text{ ①};$$

$$\text{由 } n^2-2(a+1)n+2a+2=0, \text{得 } n^2-2(a+1)n+(a+1)^2=(a+1)^2-2a-2,$$

$$\text{即 } (n-a-1)^2=a^2-1 \text{ ②}.$$

$$\text{由 ①-②, 得 } (m-a)^2-(n-a-1)^2=0,$$

$$\text{则 } (m+n-2a-1)(m-n+1)=0,$$

$$\therefore m+n-2a-1=0 \text{ 或 } m-n+1=0,$$

$$\therefore m+n=2a+1 \text{ 或 } m-n=-1,$$

$$\therefore k=a(m+n)=a(2a+1)=2a^2+a.$$

14. 48 **解析:** $\because x-y=4, \therefore x=4+y,$

$$\therefore y(4+y)+z^2-2z+5=0,$$

$$\therefore y^2+4y+4+z^2-2z+1=0,$$

$$\therefore (y+2)^2+(z-1)^2=0,$$

$$\therefore y=-2, z=1, x=2,$$

$$\therefore 4^x+y^2\times 8^z=4^2+(-2)^2\times 8=16+4\times 8=16+32=48.$$

15. **解析:** (1) 原式 $= x(x-y)[y-(x-y)]=x(x-y)(2y-x).$

$$(2) \text{原式} = (a^2)^2-2\times a^2\times 4b^2+(4b^2)^2=(a^2-4b^2)^2=$$

$$[(a-2b)(a+2b)]^2=(a-2b)^2(a+2b)^2.$$

16. **解析:** (1) $\because x^2y=2, x-2y=5,$

$$\therefore x^3y-2x^2y^2=x^2y(x-2y)=2\times 5=10.$$

$$(2) (4a^2b^2+2a^3b)\div(ab)-(a+2b)(a-2b)$$

$$=4ab+2a^2-a^2+4b^2$$

$$=a^2+4ab+4b^2$$

$$=(a+2b)^2.$$

$$a=1, b=\frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = \left(1+2\times\frac{1}{2}\right)^2=2^2=4.$$

17. **解析:** a, b 的平方差一定是 40 的倍数, 例如 $b=1, a=11, a^2-b^2=11^2-1^2=120=3\times 40.$

证明如下:

$$\text{设 } b=2n+1(n\geqslant 1), \text{则 } a=2n+1+10=2n+11(n\geqslant 1),$$

$$a^2-b^2=(2n+11)^2-(2n+1)^2=(2n+11+2n+1)(2n+11-$$

$$2n-1)=(4n+12)\times 10=40(n+3).$$

因为 $n\geqslant 0$, 且为整数, 所以 $n+3\geqslant 3$,

所以 $40(n+3)$ 一定是 40 的倍数,

即 a, b 的平方差一定是 40 的倍数.

18. **解析:** (1) 原式 $= x^2-2x+1-4=(x-1)^2-2^2=(x+1)(x-3).$

(2) $\triangle ABC$ 是等腰三角形. 理由如下:

$$\because a^2+2b^2+c^2=2ab+4b+6c-13,$$

$$\therefore a^2-2ab+b^2+b^2-4b+4+c^2-6c+9=0,$$

$$\therefore (a-b)^2+(b-2)^2+(c-3)^2=0.$$

$$\therefore (a-b)^2\geqslant 0, (b-2)^2\geqslant 0, (c-3)^2\geqslant 0,$$

$$\therefore a-b=0, b-2=0, c-3=0,$$

$$\therefore a=b=2, c=3,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形.

19. **解析:** (1) 由图可得 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$,

$$\text{故得到的等式为 } (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab.$$

$$(2) \because x^2+3x+2=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab,$$

$$\therefore a+b=3, ab=2,$$

$$\text{解得 } a=1, b=2 \text{ 或 } a=2, b=1.$$

$$\because a < b, \therefore a=1, b=2.$$

$$(3) \because x^2-5x+m=(x-7)(x+2)=x^2-5x-14,$$

$$\therefore m=-14.$$

$$(4) \text{设 } x^2-6x+q=(x+5)(x+n),$$

$$\text{则 } x^2-6x+q=(x+5)(x+n)=x^2+(5+n)x+5n,$$

$$\therefore 5+n=-6, q=5n,$$

$$\text{解得 } n=-11, q=-55.$$

$$(5) \text{设 } 5x^2+kx-6=(ax+b)(mx+n)=amx^2+(an+bm)x+bn,$$

$$\therefore am=5, an+bm=k, bn=-6.$$

$\because a, b, m, n$ 为整数,

$$\therefore a=1, m=5, b=1, n=-6, k=-1 \text{ 或 } a=1, m=5, b=-1, n=6, k=1 \text{ 或 } a=1, m=5, b=-2, n=3, k=-7 \text{ 或 } a=1, m=5, b=2, n=-3, k=7 \text{ 或 } a=1, m=5, b=3, n=-2, k=13 \text{ 或 } a=1, m=5, b=-3, n=2, k=-13 \text{ 或 } a=5, m=1, b=1, n=-6, k=-29 \text{ 或 } a=5, m=1, b=-1, n=6, k=29 \text{ 或 } a=5, m=1, b=-2, n=3, k=13 \text{ 或 } a=5, m=1, b=2, n=-3, k=-13, \text{ 或 } a=5, m=1, b=3, n=-2, k=-7 \text{ 或 } a=5, m=1, b=-3, n=2, k=7.$$

$$\text{综上所述, } k \text{ 的值可以为 } -1, 1, -7, 7, -13, 13, -29, 29.$$

$$\therefore k \text{ 为正整数,}$$

$$\therefore k=1, 7, 13, 29,$$

$$\therefore \text{正整数 } k \text{ 的值为 } 1, 7, 13, 29.$$

第十八章 分式

教材基础对点热身练

1. B 2. C 3. B

4. B **解析:** ①代数式 $\frac{a}{3}$ 的分母不含字母, 不是分式; $\frac{x+y}{y}$ 的分母含

字母, 是分式, 故此题做对, 得 20 分; ②分式 $\frac$

5. B 6. A

7. $\frac{m^2+2n^2}{2m-2n}$ 解析: $\frac{\frac{1}{2}m^2+n^2}{m-n} = \frac{2 \times \left(\frac{1}{2}m^2+n^2\right)}{2(m-n)} = \frac{m^2+2n^2}{2m-2n}.$

8. C

9. D 解析: $\because a_1 = x, \therefore a_2 = \frac{1}{1-x}, a_3 = \frac{1}{1-\frac{1}{1-x}} = \frac{x-1}{x}, a_4 =$

$$\frac{1}{1-\frac{x-1}{x}} = x, \cdots,$$

$\therefore x \neq 0$ 且 $1-x \neq 0, 1-\frac{1}{1-x} \neq 0$, 即 $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$.

【技法点拨】先找出循环规律,再根据分式有意义的条件得出 x 的取值范围.

10. $x-2$

11. $\frac{2-x}{x}$ 解 析: 由 题 意 知 $\left(\frac{4-x^2}{3x^2-2xy}\right) \div \frac{x+2}{3x-2y} =$
 $\frac{(2-x)(2+x)}{x(3x-2y)} \cdot \frac{3x-2y}{x+2} = \frac{2-x}{x},$

$\therefore$ 被污染的代数式为 $\frac{2-x}{x}.$

12. $\frac{1}{x}$ 解析: $\frac{5x-7}{x^2+3x} - \frac{4x-10}{x^2+3x} = \frac{5x-7-4x+10}{x(x+3)} = \frac{x+3}{x(x+3)} =$
 $\frac{1}{x}.$

13. $\frac{9\,000}{x^2-3x}$ 解析: 由题意可知,原来人均车费为 $\frac{3\,000}{x-3}$ 元,实际人均
车费为 $\frac{3\,000}{x}$ 元.

则 $\frac{3\,000}{x-3} - \frac{3\,000}{x} = \frac{3\,000x-3\,000(x-3)}{x(x-3)} = \frac{9\,000}{x^2-3x}.$

即甲厂为员工支付的人均车费可比原来少 $\frac{9\,000}{x^2-3x}$ 元.

14. $\frac{1}{x-1}$ 解 析: 原 式 $= \left(\frac{2x-3}{x-2} - \frac{x-2}{x-2}\right) \cdot \frac{x-2}{(x-1)^2} = \frac{x-1}{(x-1)^2} = \frac{x-1}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1}.$

15. 解析: $\left(m - \frac{4m-4}{m}\right) \cdot \frac{m^2}{2-m} = \frac{m^2-4m+4}{m} \cdot \frac{m^2}{2-m} = \frac{(2-m)^2}{m} \cdot$

$$\frac{m^2}{2-m} = (2-m) \cdot m = -m^2 + 2m.$$

$\because m^2 - 2m + 2 = 0, \therefore m^2 - 2m = -2,$

$\therefore -m^2 + 2m = -(-m^2 - 2m) = -(-2) = 2.$

16. 解析: $\left(2+m+\frac{4}{m-2}\right) \div \frac{m}{3m-6} = \frac{m^2}{m-2} \cdot \frac{3(m-2)}{m} = 3m.$

$\because m = (-1)^{2\,025} = -1,$

$\therefore$ 原式 $= 3 \times (-1) = -3.$

17. 解析: (1) $\because \frac{x}{y} = 5, \therefore x = 5y,$

$$\therefore \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} - \frac{y^2}{x^2-y^2} = \frac{5y}{5y-y} - \frac{y}{5y+y} - \frac{y^2}{25y^2-y^2} = \frac{5}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{24} = \frac{25}{24}.$$

(2) $\frac{2a+2}{a-1} \div (a+1) + \frac{a^2-1}{a^2-2a+1} = \frac{2(a+1)}{a-1} \times \frac{1}{a+1} +$

$$\frac{(a+1)(a-1)}{(a-1)^2} = \frac{2}{a-1} + \frac{a+1}{a-1} = \frac{a+3}{a-1}.$$

$\because$ 当 $a=1$ 或 -1 时,分式无意义,

$\therefore$ 当 $a=0$ 时,原式 $= -3.$

18. B 19. D 20. C 21. A

22. 解析: 原式 $= (-3)^2 + 4 \times (-1) - 8 + 1 = 9 - 4 - 8 + 1 = -2.$

23. C 24. A 25. C 26. C

27. $x=2$

28. 解析: 方程两边同时乘 $(x-1)(x+1)$, 得 $3(x-1) - (x+1) = 0,$
去括号, 得 $3x - 3 - x - 1 = 0,$

移项、合并同类项, 得 $2x = 4,$

系数化为 1, 得 $x = 2.$

检验: 当 $x=2$ 时, $(x-1)(x+1) \neq 0,$

$\therefore x=2$ 是原方程的解.

29. 解析: (1) 设生产了 x 辆 B 型车, 则生产了 $2x$ 辆 A 型车,

根据题意, 得 $2x + x = 1\,500$, 解得 $x = 500,$

$\therefore 2x = 2 \times 500 = 1\,000.$

即生产了 1 000 辆 A 型车, 500 辆 B 型车.

(2) 设每辆 B 型车的预计成本是 y 万元, 则每辆 A 型车的预计成本是 $1.5y$ 万元, 每辆 A 型车的实际生产成本是 $(1-20\%) \times 1.5y = 1.2y$ (万元), 每辆 B 型车的实际生产成本是 y 万元.

根据题意, 得 $\frac{12\,000}{1.2y} - \frac{8\,000}{y} = 100$, 解得 $y = 20.$

经检验, $y=20$ 是所列方程的解, 且符合题意,

$\therefore 1.2y = 24.$

即每辆 A 型车的实际生产成本是 24 万元, 每辆 B 型车的实际生产成本是 20 万元.

第十八章 分式

关键能力达标测试卷

1. D

2. B 解析: $\because$ 分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值为零,

$\therefore x^2-4=0$ 且 $x+2 \neq 0$, 解得 $x=2.$

3. A 解析: 分式 $\frac{1}{3x^2}$ 与 $\frac{5}{12xy}$ 的最简公分母是 $12x^2y.$

【技法点拨】最简公分母: 取各分母系数的最小公倍数与字母因式的最高次幂的积作公分母.

4. A

5. A 解析: $\because \frac{2 \times 2x}{2x-2y} = \frac{4x}{2(x-y)} = \frac{2x}{x-y},$

$\therefore$ 将分式 $\frac{2x}{x-y}$ 中的 x, y 的值同时扩大为原来的 2 倍, 分式的值保持不变.

6. C 7. B 8. A

9. B 解析: 将关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x+1} = \frac{m}{x+1} - 2$ 两边都乘 $x+1,$

得 $x = m - 2x - 2$, 解得 $x = \frac{m-2}{3}.$

由于分式方程的增根是 $x = -1,$

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时, 即 $-1 = m + 2 - 2,$

解得 $m = -1.$

【解题提示】分式方程有增根, 就是所得未知数的值满足由分式方程所转化成的整式方程, 但不满足原分式方程.

10. D

11. 2 解析: $\because a^2 - 2b + 1 = 0, \therefore a^2 + 1 = 2b.$

$\because a^2 \geq 0, \therefore a^2 + 1 \geq 1, \therefore b > 0,$

$\therefore \frac{4b}{a^2+1} = \frac{4b}{2b} = 2.$

12. 1 (答案不唯一)

【解题提示】解答本题的关键是理解分式有意义的条件, 根据分式有意义的条件求出 x 的取值范围, 在取值范围内选一个 x 的值即可.

13. 1

14. 1 或 3 解析: 解方程 $\frac{x}{x-2} = 2 + \frac{m}{x-2}$, 得 $x = 4 - m.$

$\because$ 方程的解为正数, 且 $x-2 \neq 0,$

$\therefore \begin{cases} 4-m > 0, \\ 4-m-2 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $m < 4$ 且 $m \neq 2,$

$\therefore$ 满足条件的正整数 m 的值为 1 或 3.

15. 320 解析: 由题意得 $\frac{88}{1.1v} - \frac{48}{v} = 0.1,$

解得 $v = 320,$

经检验, $v = 320$ 是原方程的解, 且符合题意,

即区间设计最高时速 $v = 320$ km/h.

16. 解析: (1) $\left(\frac{a^2b}{-c}\right)^3 \cdot \left(\frac{c^2}{-ab}\right)^2 \div \left(\frac{bc}{a}\right)^4 = -\frac{a^6b^3}{c^3} \cdot \frac{c^4}{a^2b^2} \div \frac{b^4c^4}{a^4} =$
 $-\frac{a^6b^3}{c^3} \cdot \frac{c^4}{a^2b^2} \cdot \frac{a^4}{b^4c^4} = -\frac{a^8}{b^3c^3}.$

(2) $\frac{m-1}{m} \div \left(m - \frac{1}{m}\right) = \frac{m-1}{m} \div \frac{m^2-1}{m} = \frac{m-1}{m} \div \frac{(m+1)(m-1)}{m} =$
 $\frac{m-1}{m} \times \frac{m}{(m+1)(m-1)} = \frac{1}{m+1}.$

17. 解析: (1) 原式去分母, 得 $5x = 2(2x+1)$, 解得 $x = 2.$

检验: 当 $x = 2$ 时, $x(2x+1) \neq 0,$

$\therefore x = 2$ 是原方程的解.

(2) 原式去分母, 得 $2 = x(x+1) - (x^2-1),$

解得 $x = 1.$

检验: 当 $x = 1$ 时, $x-1 = 0,$

$\therefore x = 1$ 是原方程的增根,

$\therefore$ 原方程无解.

18. 解析: $\left(\frac{m}{m-3} + \frac{7m-4}{9-m^2}\right) \div \frac{4-2m}{m+3} = \left(\frac{m^2+3m}{m^2-9} - \frac{7m-4}{m^2-9}\right) \cdot$
 $\frac{m+3}{4-2m} = \frac{(m-2)^2}{(m+3)(m-3)} \cdot \frac{m+3}{-2(m-2)} = \frac{m-2}{6-2m}.$

根据题意, 可得 $m = \pm \sqrt{9-5} = \pm \sqrt{4} = \pm 2.$

$\because 4-2m \neq 0, \therefore m \neq 2.$

$\therefore$ 当 $m = -2$ 时, 原式 $= \frac{-2-2}{6+4} = -\frac{2}{5}.$

19. 解析: (1) $\frac{56}{0.8x} - \frac{60}{x}$

(2) 由题意, 可列方程为 $\frac{56}{0.8x} - \frac{60}{x} = \frac{1}{8}$, 解得 $x = 80,$

检验: $x = 80$ 时, $0.8x \neq 0$, 且符合实际,

$\therefore 0.8x = 0.8 \times 80 = 64$ (km/h).

所以大巴车在路线一上行驶的平均速度是 64 km/h, 在路线二上行驶的平均速度是 80 km/h.

20. 解析: (1) 设 B 款哪咤玩偶的单价是 x 元, 则 A 款哪咤玩偶的单价是 $2x$ 元.

由题意得 $\frac{2\,400}{2x} + 50 = \frac{1\,600}{x}$, 解得 $x = 8.$

经检验, $x = 8$ 是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore 2x = 16.$

即 A, B 两款哪咤玩偶的单价分别是 16 元和 8 元.

(2) 设购进 A 款哪咤玩偶 a 个, 则购进 B 款哪咤玩偶 $(100-a)$ 个.

由题意, 得 $\begin{cases} 100-a \leq 2a, \\ 16a+8(100-a) \leq 1\,100, \end{cases}$ 解得 $\frac{100}{3} \leq a \leq \frac{75}{2}.$

$\because a$ 为整数, $\therefore a$ 的值为 34, 35, 36, 37,

$\therefore 100-a$ 的值为 66, 65, 64, 63.

故共有 4 种进货方案.

第十八章 分式

核心素养提优测试卷

1. C 2. D 3. A

4. B 解析: 由题意可得 1 毫米 $= 1$ 百万纳米 $= 10^6$ 纳米, 则 0.015 毫米 $= 1.5 \times 10^{-2} \times 10^6$ 纳米 $= 1.5 \times 10^4$ 纳米.

5. D

6. A 解析: $\because \frac{A}{xy+y^2} - \frac{y}{x^2+xy} = \frac{x-y}{xy},$

$\therefore \frac{A}{xy+y^2} = \frac{x-y}{xy} + \frac{y}{x^2+xy}, \therefore \frac{A}{y(x+y)} = \frac{x-y}{xy} + \frac{y}{x(x+y)},$

$\therefore Ax = (x-y)(x+y) + y^2, \therefore Ax = x^2, \therefore A = x.$

7. A 解析: 根据比例式 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$, 设 $a = 2k, b = 3k$, 代入分式得

$$\frac{2a-b}{a+b} = \frac{2(2k)-3k}{2k+3k} = \frac{4k-3k}{5k} = \frac{k}{5k} = \frac{1}{5}.$$

8. B

9. C 解析: 设实际每天铺设管道 x 米, 原计划每天铺设管道 $(x-10)$ 米, 方程 $\frac{3\,000}{x-10} - \frac{3\,000}{x} = 15$ 则表示原计划用的时间—实际用

的时间 $= 15$ 天, 那么就说明实际每天比原计划多铺设 10 米, 结果提前 15 天完成任务.

10. B 解析: 当 $x < 5$ 时, 原方程可整理为 $\frac{5}{5-x} = 2$, 解得 $x = \frac{5}{2}$, 经

检验, $x = \frac{5}{2}$ 是原分式方程的解, 且 $\frac{5}{2} < 5$, 故 $x = \frac{5}{2}$ 符合题意; 当

$x > 5$ 时, 原方程可整理为 $\frac{x}{x-5} = 2$, 解得 $x = 10$, 经检验, $x = 10$

是原分式方程的解, 且 $10 > 5$, 故 $x = 10$ 符合题意.

综上, $x = \frac{5}{2}$ 或 $x = 10.$

11. $\frac{4b}{a}$

12. 11 解析: $\because m - \frac{1}{m} = 3, \therefore \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = 9,$

$\therefore m^2 - 2m \cdot \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} = 9$, 则 $m^2 + \frac{1}{m^2} = 9 + 2 = 11.$

13. $-\frac{1}{3}$ 或 -1 解析: 由 $\frac{3m}{x-3} + m = \frac{x-2}{3-x},$

得 $3m + m(x-3) = 2-x$, 即 $(m+1)x = 2.$

当 $m+1=0$, 即 $m=-1$ 时, 方程无解;

当 $x=3$ 时, $3(m+1)=2$, 解得 $m=-\frac{1}{3}.$

综上, 若分式方程 $\frac{3m}{x-3} + m = \frac{x-2}{3-x}$ 无解, 则 $m = -\frac{1}{3}$ 或 $m = -1.$

【易错避坑】分式方程无解分两种情况讨论.

14. 2 解析: $\because \begin{cases} y-3 \leq \frac{y+3}{2} \text{ ①,} \\ 4y+1-m > 0 \text{ ②,} \end{cases}$

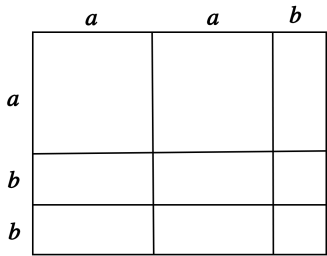
解不等式 ① 得 $y \leq 9$, 解不等式 ② 得 $y > \frac{m-1}{4},$

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} y-3 \leq \frac{y+3}{2}, \\ 4y+1-m > 0 \end{cases}$ 的解集为 $\frac{m-1}{4} < y \leq 9.$

$\because$ 不等式组 $\begin{cases} y-3 \leq \frac{y+3}{2}, \\ 4y+1-m > 0 \end{cases}$ 有且只有 5 个奇数解,

- $\therefore -1 \leq \frac{m-1}{4} < 1$, 解得 $-3 \leq m < 5$.
- $\therefore 3 - \frac{1}{1-x} = \frac{m}{x-1}$, 解得 $x = \frac{m+2}{3}$.
- 又 $\therefore$ 方程有整数解, 且 $x \neq 1, -3 \leq m < 5$,
- $\therefore$ 符合题意的整数 m 的值为 $-2, 4$,
- $\therefore$ 符合条件的所有整数 m 的值的和是 $-2+4=2$.
15. 20.8% **解析**: 设一件甲纪念品的成本为 a 元, 一件乙纪念品的成本为 b 元,
- 则 $\frac{a \times 16\% \times 3 + b \times 24\% \times 2}{3a + 2b} = 18\%$,
- 解得 $a = 2b$.
- 当销售量的比为 $1:3$ 时, 总获利为 $\frac{a \times 16\% \times 1 + b \times 24\% \times 3}{a + 3b} = \frac{2b \times 16\% \times 1 + b \times 24\% \times 3}{2b + 3b} = \frac{104\% \times b}{5b} = 20.8\%$.
16. 第一步是去分母, 去分母的依据是: 等式两边同时乘一个不为 0 的数(或式子), 等式仍然成立. 小李的解答过程不正确, 正确解答过程如下:
- $\frac{1-x}{x-2} = \frac{1}{2-x} - 2, 1-x = -1-2(x-2),$
 $1-x = -1-2x+4, -x+2x = -1+4-1,$
 解得 $x=2$.
- 经检验, $x=2$ 是增根, $\therefore$ 原方程无解.
- 【易错避坑】**不要漏乘, 求出解后要检验.
17. **解析**: 原式 $= \frac{2+x-1}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{x}{x+1}$.
- 当 $x = -2$ 时, 原式 $= \frac{-2}{-2+1} = 2$.
18. **解析**: (1) 由题意可得, 妈妈两次加油的总量是 $\frac{200}{x} + \frac{200}{y} = \frac{200y+200x}{xy}$ (升), 妈妈两次加油的平均价格是 $\frac{400}{\frac{200y+200x}{xy}} = \frac{2xy}{x+y}$ (元/升).
- (2) 设爸爸每次加满油箱的油是 a 升, 则爸爸两次加油的平均价格是 $\frac{ax+ay}{2a} = \frac{x+y}{2}$ (元/升).
- $\frac{2xy}{x+y} - \frac{x+y}{2} = \frac{4xy - (x+y)^2}{2(x+y)} = \frac{-(x-y)^2}{2(x+y)} \leq 0$.
- 当 $x=y$ 时, 爸爸的加油方式和妈妈的加油方式一样省钱; 当 $x \neq y$ 时, 妈妈的加油方式更省钱.
19. **解析**: (1) 设甲种手写板的单价为 x 元, 则乙种手写板的单价为 $(x+300)$ 元.
- 根据题意, 得 $\frac{6\ 000}{x} = \frac{7\ 500}{x+300}$, 解得 $x = 1\ 200$.
- 经检验, $x = 1\ 200$ 是所列分式方程的解,
- $\therefore x+300 = 1\ 500$.
- 即甲种手写板的单价为 $1\ 200$ 元, 乙种手写板的单价为 $1\ 500$ 元.
- (2) 设购买乙种手写板的数量为 y 台, 则购买甲种手写板的数量为 $(50-y)$ 台, 则 $50-y \geq 2y$, 解得 $y \leq \frac{50}{3}$.
- $\therefore$ 购买乙种手写板的数量为整数,
- $\therefore y$ 最大值为 16.
- $\therefore 1\ 500 \times 0.75 = 1\ 125, 1\ 200 > 1\ 125$,
- $\therefore$ 购买乙种手写板的数量为 16 台, 购买甲种手写板的数量为 34 台为最省钱的购买方案.

- 阶段素养强化卷(五)**
1. D **解析**: $\therefore xy = 3, x-3y = -5$,
- $\therefore 2x^2y - 6xy^2 = 2xy(x-3y) = 2 \times 3 \times (-5) = -30$.
2. C **解析**: 原式 $= k^2 + 6k + 9 - (k^2 - 4k + 4) = 10k + 5 = 5(2k+1)$.
 由条件可知 $2k+1$ 是整数,
- $\therefore (k+3)^2 - (k-2)^2$ 的值总能被 5 整除.
3. A **解析**: $\therefore A-B = (x^2+6y+4) - (-y^2+2x-6) = x^2+6y+4+y^2-2x+6 = (x^2-2x+1) + (y^2+6y+9) = (x-1)^2 + (y+3)^2 \geq 0, \therefore A \geq B$.
4. 2435 (答案不唯一) **解析**: 原式 $= 2x(x^2-1) = 2x(x-1)(x+1)$.
 由条件可知多项式 $2x^3-2x$ 因式分解后呈现的密码信息可以是 2435.
5. 257 048 **解析**: 设两个连续的正奇数分别是 $2n+1, 2n-1 (n \geq 1)$,
 所以有 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = (2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1) = 8n$,
 有 $8n \leq 2\ 024$, 得 $n \leq 253$.
 因为 n 是正整数,
 当 $n = 253$ 时,
 $2n+1 = 2 \times 253 + 1 = 507, 2n-1 = 2 \times 253 - 1 = 505$.
 即不超过 2 024 的所有“登高数”的和为 $3^2-1^2+5^2-3^2+7^2-5^2+\cdots+505^2-503^2+507^2-505^2 = 507^2-1^2 = (507+1)(507-1) = 257\ 048$.
6. **解析**: (1) 由图可知, 图 3 是由 1 张 A 卡片、3 张 B 卡片、2 张 C 卡片拼成的, $\therefore$ 图 3 的面积为 $a^2+3ab+2b^2$.
 又 $\therefore$ 图 3 的面积又等于一个长为 $(a+2b)$ 、宽为 $(a+b)$ 的长方形的面积, $\therefore a^2+3ab+2b^2 = (a+b)(a+2b)$.
 (2) 图形如下(画法不唯一):



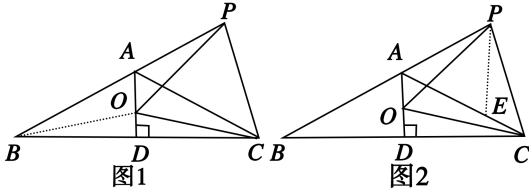
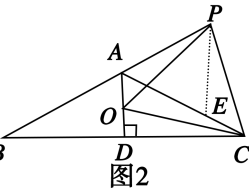
- $\therefore 2a^2+5ab+2b^2 = (2a+b)(a+2b)$.
- (3) ① 由图可知, 剩余草皮的面积为 $(a+2b)(a-2b) = a^2-4b^2$.
 ② 设计方案不唯一.
 $\therefore$ 剩余草皮的面积为 a^2-4b^2 , 设计成一个全新的正方形草坪,
 $\therefore$ 草坪的长、宽需要一样长.
 方案一: 购买 4 块 C 型号草皮, 则 $a^2-4b^2+4b^2 = a^2$,
 $\therefore$ 正方形的边长为 a .
 方案二: 购买 2 块 B 型号草皮, 5 块 C 型号草皮,
 $a^2-4b^2+2ab+5b^2 = (a+b)^2$,
 $\therefore$ 正方形的边长为 $a+b$.
 方案三: 购买 3 块 A 型号草皮, 4 块 B 型号草皮, 5 块 C 型号草皮,
 $a^2-4b^2+3a^2+4ab+5b^2 = (2a+b)^2$,
 $\therefore$ 正方形的边长为 $2a+b$.
7. **解析**: (1) $x^2+6x-27 = (x+9)(x-3)$.
 (2) $6x^2-7x-3 = (3x+1)(2x-3)$.
 (3) $20(x+y)^2+7(x+y)-6 = [4(x+y)+3][5(x+y)-2] = (4x+4y+3)(5x+5y-2)$.
8. **解析**: (1) $ab-ac+bc-b^2 = (ab-ac) + (bc-b^2) = a(b-c) -$

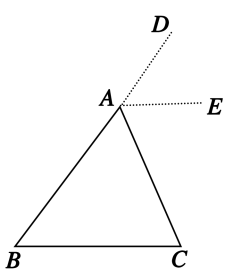
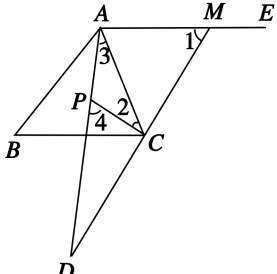
- $b(b-c) = (b-c)(a-b)$.
- (2) ① $m^2+5n-mn-5m = m^2-mn+5n-5m = m(m-n)+5(n-m) = m(m-n)-5(m-n) = (m-n)(m-5)$.
 ② $x^2-2x+1-y^2 = (x^2-2x+1)-y^2 = (x-1)^2-y^2 = (x-1+y)(x-1-y)$.
 (3) 这个三角形为等边三角形. 理由如下:
 $\therefore a^2+2b^2+c^2 = 2b(a+c)$,
 $\therefore a^2+2b^2+c^2-2ba-2bc = 0$,
 $\therefore a^2-2ba+b^2+c^2-2bc+b^2 = 0$,
 $\therefore (a-b)^2+(c-b)^2 = 0$.
 $\therefore (a-b)^2 \geq 0, (c-b)^2 \geq 0$,
 $\therefore a-b=0, c-b=0, \therefore a=b=c$,
 $\therefore$ 这个三角形是等边三角形.

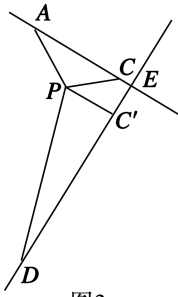
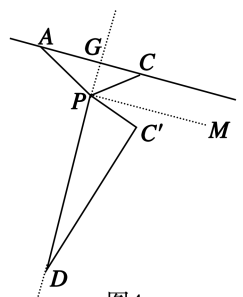
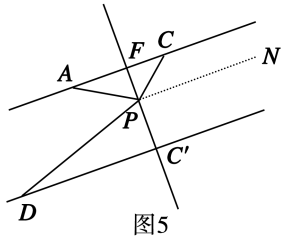
阶段素养强化卷(六)

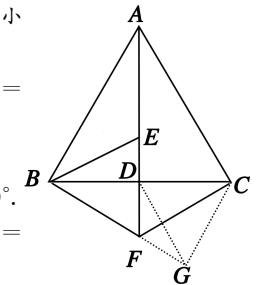
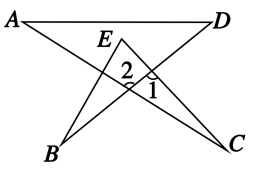
1. B **解析**: $\therefore x^2+x-3=0$,
 $\therefore x^2=3-x$.
 原式 $= \frac{x^2+3x}{x(x-1)} + \frac{2x-9}{x^2-x} = \frac{x^2+5x-9}{x^2-x} = \frac{3-x+5x-9}{3-x-x} = \frac{2(2x-3)}{-(2x-3)} = -2$.
2. B **解析**: 原式 $= \frac{a+1}{a(a-1)} \div \frac{a+1}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a(a-1)} \cdot \frac{(a-1)^2}{a+1} = \frac{a-1}{a}$.
 $\therefore a \neq 0, a+1 \neq 0, a-1 \neq 0$,
 $\therefore a \neq 0$ 且 $a \neq -1$ 且 $a \neq 1$.
 又 $\therefore a$ 为正整数, $\therefore a-1 < a$,
 即 $\frac{a-1}{a} < 1$ 且 $\frac{a-1}{a} \neq 0$,
 $\therefore$ 选项 A, C, D 均不符合题意.
- 当 $a=2$ 时, 原式 $= \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$, 故选项 B 符合题意.
3. C
4. 4 **解析**: 由条件可得 $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{k_1+k_2}{k_1k_2} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$,
 $\therefore k=4$.
5. **解析**: (1) $T = \frac{x-3+2}{x-3} \cdot \frac{(x-3)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-1}{x-3} \cdot \frac{(x-3)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-3}{x+1}$.
 (2) $\therefore x$ 是 9 的平方根, $\therefore x = \pm 3$.
 $\therefore x-3 \neq 0$ 且 $x+1 \neq 0$ 且 $x-1 \neq 0$,
 $\therefore x \neq 3$ 且 $x \neq -1$ 且 $x \neq 1, \therefore x$ 可以取 -3 .
 当 $x = -3$ 时, 原式 $= \frac{-3-3}{-3+1} = 3$.
 即此时 T 的值为 3.
6. C **解析**: $\therefore x=5$ 是分式方程 $\frac{a}{x-1} = \frac{5}{2x}$ 的解,
 $\therefore \frac{a}{5-1} = \frac{5}{2 \times 5}, \therefore \frac{a}{4} = \frac{1}{2}$, 解得 $a=2$.
7. **解析**: 浩浩的解题过程从第三步开始出错.
 分式方程去分母, 得 $(3-2x) - (2+mx) = 3-x$,
 整理, 得 $(m+1)x = -2$.

- 当 $x-3=0$ 时, 分式方程无解, 即 $x=3$,
- 代入整式方程, 得 $3(m+1) = -2$, 即 $m = -\frac{5}{3}$.
- 当 $x-3 \neq 0$ 时, 原式可化为 $x = -\frac{2}{m+1}$.
- $\therefore$ 原方程无解,
 $\therefore m+1=0$, 即 $m=-1$.
- 综上所述, $m = -\frac{5}{3}$ 或 $m=-1$.
8. A **解析**: 由递推关系求得 $f(x_n) = \frac{3}{n+5}$.
 $f(x_n) + \frac{2n-20}{25-n^2} = \frac{3}{n+5} - \frac{2n-20}{(n-5)(n+5)} = \frac{1}{n-5}$.
9. $\frac{n}{n+1}$ **解析**: 由题知, 倒 1 次水倒出的总水量为 $\frac{1}{2}$;
 倒 2 次水倒出的总水量为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$;
 倒 3 次水倒出的总水量为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$;
 $\cdots$,
 所以倒 n 次水倒出的总水量为:
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} \times \frac{1}{n+1}$
 $= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$
 $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$
 $= 1 - \frac{1}{n+1}$
 $= \frac{n}{n+1}$.
- 所以倒 n 次水倒出的总水量为 $\frac{n}{n+1}$ L.
10. **解析**: (1) 第④个等式为 $\frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11} = \frac{4}{77}$.
 (2) 第 n 个等式为 $\frac{2}{(2n-1)(2n+1)} + \frac{2}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{4}{(2n-1)(2n+3)}$.
 证明: $\frac{2}{(2n-1)(2n+1)} + \frac{2}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{2(2n+3)+2(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} = \frac{4n+6+4n-2}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} = \frac{4(2n+1)}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} = \frac{4}{(2n-1)(2n+3)}$.
- 重难专项补漏卷**
- 分层特训专项**
1. B 2. B 3. A
4. B **解析**: $\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle AB'C'$ 关于直线 l 对称, l 交 CC' 于点 D ,
 $\therefore AB = AB', BC = B'C', DC = DC'$.
 $\therefore AB = 4, B'C' = 2, CD = 0.5$,
 $\therefore AB' = 4, BC = 2, DC' = 0.5$,
 $\therefore$ 五边形 $ABCC'B'$ 的周长为 $4+2+0.5+0.5+2+4=13$.
 5. $BC = AE$ (答案不唯一) 6. 29°

7. $a < 2$ 且 $a \neq -2$ 解析:把关于 x 的方程 $\frac{x+a}{x-2} = -3$ 的两边都乘以 $x-2$, 得 $x+a = -3(x-2)$, 解得 $x = \frac{6-a}{4}$.
- $\because$ 分式方程的解大于 1, $\therefore \frac{6-a}{4} > 1$, 解得 $a < 2$.
- $\because x-2 \neq 0$, $\therefore \frac{6-a}{4} \neq 2$, 解得 $a \neq -2$,
- 综上所述, $a < 2$ 且 $a \neq -2$.
- 【易错避坑】解决与分式的解有关的问题, 注意保证分式的最简公分母不为 0 这一隐含条件, 综合考虑确定出字母参数取值.
8. 解析: $\left(\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} - \frac{x}{x-2}\right) \div \frac{x^2+2x}{x-2} = \left[\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} - \frac{x}{x-2}\right] \cdot \frac{x-2}{x(x+2)} = \left(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{x-2}\right) \cdot \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{2}{x-2} \cdot \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{2}{x^2+2x}$,
解 $\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x} = 0$, 得 $x = -3$.
- 当 $x = -3$ 时, 原式 $= \frac{2}{(-3)^2+2 \times (-3)} = \frac{2}{3}$.
9. B
10. D 解析: 第一个图是尺规作 $AC=AD$, 则 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, 作法正确; 第二个图是尺规作 $\angle BAC$ 的角平分线 AD , $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \angle B = 30^\circ$, 则 $\triangle ABD$ 是等腰三角形, 作法正确; 第三个图形是尺规作 AB 的垂直平分线, $\therefore AD=BD = \frac{1}{2} AB$, 再由 $AC = \frac{1}{2} AB$, 可知 $AC=AD$, 则 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, 作法正确; 第四个图形是尺规作 BC 的垂直平分线, $\therefore BD=CD$, 则 $\triangle BCD$ 是等腰三角形, 作法正确. 所以作法正确的有 4 个.
11. ①③④ 解析: ①如图 1, 连接 OB ,
 $\because AB=AC, AD \perp BC$,
 $\therefore BD=CD, \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$,
 $\therefore OB=OC, \angle ABC = 90^\circ - \angle BAD = 30^\circ$.
 $\because OP=OC, \therefore OB=OC=OP$,
 $\therefore \angle APO = \angle ABO, \angle DCO = \angle DBO$,
 $\therefore \angle APO + \angle DCO = \angle ABO + \angle DBO = \angle ABD = 30^\circ$, 故①正确;
- 
- 图1
- 
- 图2
- ②由①知, $\angle APO = \angle ABO, \angle DCO = \angle DBO$,
 $\because$ 点 O 是线段 AD 上一点,
 $\therefore \angle ABO$ 与 $\angle DBO$ 不一定相等, 则 $\angle APO$ 与 $\angle DCO$ 不一定相等, 故②不正确;
- ③ $\because \angle APC + \angle DCP + \angle PBC = 180^\circ$,
 $\therefore \angle APC + \angle DCP = 150^\circ$.
 $\because \angle APO + \angle DCO = 30^\circ, \therefore \angle OPC + \angle OCP = 120^\circ$,
 $\therefore \angle POC = 180^\circ - (\angle OPC + \angle OCP) = 60^\circ$.
 $\because OP=OC$,
 $\therefore \triangle OPC$ 是等边三角形, 故③正确;
- ④如图 2, 在 AC 上截取 $AE=AP$, 连接 PE ,
 $\because \angle PAE = 180^\circ - \angle BAC = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle APE$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle PEA = \angle APE = 60^\circ, PE=AP$,

- $\therefore \angle APO + \angle OPE = 60^\circ$.
 $\because \angle OPE + \angle CPE = \angle CPO = 60^\circ, \therefore \angle APO = \angle CPE$.
由③知, $OP=CP$.
- 在 $\triangle OPA$ 和 $\triangle CPE$ 中, $\begin{cases} PA=PE, \\ \angle APO = \angle CPE, \\ OP=CP, \end{cases}$
- $\therefore \triangle OPA \cong \triangle CPE$ (SAS), $\therefore AO=CE$,
 $\therefore AB=AC=AE+CE=AO+AP$, 故④正确.
- 【解题提示】构造三角形全等的“手拉手模型”, 也叫“旋转模型”.
12. 解析: (1) 若方程 $\frac{x-1}{2x} - \frac{x}{x-1} = 0$, 设 $y = \frac{x-1}{x}$, 则原方程可化为 $\frac{y}{2} - \frac{1}{y} = 0$.
- (2) 设 $m = \frac{x-1}{x+2}$,
则原方程化为 $m - \frac{9}{m} = 0$,
解得 $m_1 = 3, m_2 = -3$,
经检验, $m_1 = 3, m_2 = -3$ 都是方程 $m - \frac{9}{m} = 0$ 的解,
当 $m = 3$ 时, $\frac{x-1}{x+2} = 3$, 解得 $x = -3.5$;
当 $m = -3$ 时, $\frac{x-1}{x+2} = -3$, 解得 $x = -1.25$.
经检验, $x = -1.25$ 或 $x = -3.5$ 都是原分式方程的解,
故原方程的解为 $x = -3.5$ 或 $x = -1.25$.
13. 解析: (1) 如图 1, 延长 BA 至 D , 过点 A 作 $AE \parallel BC$,
 $\therefore \angle DAE = \angle B, \angle CAE = \angle C$.
 $\because \angle BAC + \angle CAE + \angle DAE = 180^\circ$,
 $\therefore \angle BAC + \angle C + \angle B = 180^\circ$,
即三角形的内角和为 180° .
- 
- 图1
- 
- 图2
- (2) ①如图 2,
 $\because AE \parallel BC, \therefore \angle MAC = \angle ACB$.
 $\because CP$ 是 $\angle ACB$ 的平分线,
 $\therefore \angle 2 = \angle PCB = \frac{1}{2} \angle ACB$.
则 $\angle MAC = 2\angle 2$,
又 $2\angle 2 + \angle ACM + \angle 1 = 180^\circ, \angle ACM = \angle 1$,
 $\therefore 2\angle 2 + 2\angle ACM = 180^\circ. \therefore \angle 2 + \angle ACM = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DCP = 180^\circ - (\angle 2 + \angle ACM) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.
② $\because AP$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,
 $\therefore \angle 3 = \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC$.
在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B + 2\angle 2 + 2\angle 3 = 180^\circ$.
 $\because \angle 4 = \angle 2 + \angle 3, \angle PCD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 4 = 90^\circ - \angle D$, 即 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ - \angle D$.
 $\therefore \angle B + 2\angle 2 + 2\angle 3 = \angle B + 2(90^\circ - \angle D) = 180^\circ$,
 $\therefore \angle B + 180^\circ - 2\angle D = 180^\circ, \therefore \angle B = 2\angle D$.

- $\because \angle B = \alpha, \therefore \angle D = \frac{\alpha}{2}$.
- (3) 由(2)可知, $\angle DCP = 90^\circ, \angle D = \frac{1}{2} \angle B, \angle PAC = \frac{1}{2} \angle BAC$,
 $\because \angle BAC = 60^\circ, \angle B = 40^\circ$,
 $\therefore \angle D = 20^\circ, \angle PAC = 30^\circ$,
 $\therefore \angle DPC = 90^\circ - \angle D = 70^\circ$,
 $\therefore \angle ACP = \angle DPC - \angle CAP = 40^\circ, \angle APC = 180^\circ - \angle CPD = 110^\circ$.
①当 $AC \perp CD$ 时, 如图 3, 则 $\angle AED = \angle PC'D = 90^\circ$,
 $\therefore PC' \parallel AE$,
 $\therefore \angle APC' = 180^\circ - \angle CAP = 150^\circ$,
 $\therefore \angle CPC' = \angle APC' - \angle APC = 40^\circ$,
 $\therefore 2t + 3t = 40$, 解得 $t = 8$;
- 
- 图3
- 
- 图4
- ②当 $AC \perp DP$ 时, 如图 4, 作 $PM \parallel AC$, 则 $\angle DPM = \angle CGD = 90^\circ$,
 $\angle CPM = \angle ACP = 40^\circ$.
 $\because \angle C'PM = \angle DPM - \angle DPC' = 20^\circ$,
 $\therefore \angle CPC' = \angle CPM + \angle C'PM = 60^\circ$,
 $\therefore 2t + 3t = 60$, 解得 $t = 12$;
- ③当 $AC \perp PC$ 时, 如图 5, 则 $\angle CFC' = \angle PC'D = 90^\circ$,
 $\therefore AC \parallel C'D$.
作 $PN \parallel AC$, 则 $PN \parallel AC \parallel C'D$,
 $\therefore \angle CPN = \angle ACP = 40^\circ$,
 $\angle C'PN = \angle DC'P = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CPC' = \angle CPN + \angle C'PN = 130^\circ$,
 $\therefore 2t + 3t = 130$, 解得 $t = 26$.
综上, $t = 8$ 或 $t = 12$ 或 $t = 26$.
- 
- 图5
14. 解析: (1) 设第一批鲜桃的进价为 x 元/kg, 则第二批鲜桃的进价为 $(1-0.2)x = 0.8x$ 元/kg,
根据题意, 得 $\frac{1\ 000}{0.8x} - \frac{1\ 000}{x} = 50$, 解得 $x = 5$,
 $\therefore$ 第一批鲜桃的数量为 $\frac{1\ 000}{5} = 200$ (kg).
- (2) ①前两天平均每天销售 $\frac{160}{2} = 80$ (kg),
第一批鲜桃剩余 $200 - 160 = 40$ (kg),
 $\therefore$ 第二批鲜桃的数量为 $\frac{1\ 000}{5 \times 0.8} = 250$ (kg),
 $\therefore$ 总剩余数量为 $40 + 250 = 290$ (kg).
降价后, 平均每天销售 $(80 + 30m)$ kg, 两天共销售 $2(80 + 30m)$ kg,
根据题意, 得 $290 - 2(80 + 30m) \leq 10$, 解得 $m \geq 2$.
 $\because m$ 为整数, 且保证销售量不超过总剩余量, $\therefore$ 取 $m = 2$.
②总成本为 $1\ 000 + 1\ 000 = 2\ 000$ (元),
总收入为 $5(1 + 60\%) \times 160 + 2 \times (8 - 2) \times (80 + 30 \times 2) + 20 = 1\ 280 + 1\ 680 + 20 = 2\ 980$ (元),
 $\therefore$ 前后一共获利 $2\ 980 - 2\ 000 = 980$ (元).

15. 解析: (1) ① $\because \triangle ABC, \triangle BEF$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle ABC = \angle EBF = 60^\circ$.
 $\because AD$ 是 BC 边上的中线,
 $\therefore AD \perp BC$, 即 $\angle ADB = 90^\circ$.
 $\because BD = DE, \therefore \angle EBD = \angle BED = 45^\circ$,
 $\therefore \angle CBF = \angle EBF - \angle EBD = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$,
 $\therefore \angle ABF = \angle ABC + \angle CBF = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$.
②证明: $\because \triangle ABC, \triangle BEF$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle ABC = \angle EBF = 60^\circ, AB = BC, BE = BF$.
 $\because \angle ABE + \angle EBD = 60^\circ, \angle CBF + \angle EBD = 60^\circ$,
 $\therefore \angle ABE = \angle CBF, \therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF$ (SAS).
(2) 连接 CF ,
由(1)②证得, $\triangle ABE \cong \triangle CBF$ (SAS),
 $\therefore AD$ 是 BC 边上的中线,
 $\therefore \angle BCF = \angle BAD = 30^\circ$.
如图, 作点 D 关于 CF 的对称点 G , 连接 CG, DG, FG , 则 $DF = FG$,
 $\therefore$ 当 B, F, G 三点共线, $BF + DF$ 的最小值为 BG , 此时 $\triangle BDF$ 的周长最小.
由轴对称的性质, 得 $\angle DCG = 2\angle BCF = 60^\circ, CD = CG$,
 $\therefore \triangle DCG$ 是等边三角形,
 $\therefore DG = DC = DB, \angle CGD = \angle CDG = 60^\circ$.
 $\because DG = DB, \angle BDG = 180^\circ - \angle CDG = 120^\circ$,
 $\therefore \angle DBF = \angle DGB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BDG) = 30^\circ$.
- 
- 【解题提示】通过轴对称进行线段转换, 根据两点之间线段最短求解.
- 回归教材专项
1. D
2. 180° 解析: 如图,
 $\because \angle 1 = \angle B + \angle E, \angle 2 = \angle 1 + \angle C$,
 $\angle A + \angle 2 + \angle D = 180^\circ$,
 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$.
【解题提示】运用三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和, 将已知角转化在同一个三角形中.
- 
3. 解析: (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 60^\circ, \angle C = 70^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$.
 $\because AE$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$.
 $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高,
 $\therefore \angle ADC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CAD = 180^\circ - \angle ADC - \angle C = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$,
 $\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 25^\circ - 20^\circ = 5^\circ$.
(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 70^\circ$,
 $\therefore \angle ABC + \angle BAC = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.
 $\because AE$ 平分 $\angle BAC, BF$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle BAO = \frac{1}{2} \angle BAC, \angle ABO = \frac{1}{2} \angle ABC$,
 $\therefore \angle BAO + \angle ABO = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAC) = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$,

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - (\angle BAO + \angle ABO) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ.$$

【技法点拨】将两角的和视为一个整体,不必求出每个角的度数.

4. B 解析: $\because E, F$ 分别为 AB, AC 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB, AF = \frac{1}{2}AC.$$

$$\because AB = AC, \therefore AE = AF,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle AFD$ 中, $\begin{cases} AE = AF, \\ AD = AD, \\ DE = DF, \end{cases}$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle AFD (SSS),$$

$$\therefore \text{立杆在伸缩过程总有 } \angle EAD = \angle FAD,$$

$$\therefore \text{其判定依据是 SSS.}$$

5. $CF = BE$ (答案不唯一)

6. 解析: (1) $\because$ 沿过点 B 的直线折叠这个三角形, 使点 C 落在 AB 边上的点 E 处, 折痕为 BD ,

$$\therefore \triangle BED \cong \triangle BCD, \angle BED = \angle C = 90^\circ, CD = ED = 4 \text{ cm},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$$

$$= \frac{1}{2}AB \cdot DE + \frac{1}{2}BC \cdot CD$$

$$= \frac{1}{2}CD \cdot (AB + BC)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 18$$

$$= 36 (\text{cm}^2).$$

(2) 证明: 如图 2, 过点 P 分别作 AB, ED, AC 边的垂线, 垂足分别为 F, H, M ,

由题可知, $\triangle BED \cong \triangle BCD, \angle BDC = \angle BDE$,

$$\therefore PH = PM.$$

$$\because EP \text{ 平分 } \angle BED, \therefore PF = PH, \therefore PF = PM.$$

在 $\text{Rt}\triangle PFA$ 和 $\text{Rt}\triangle PMA$ 中,

$$\begin{cases} PM = PF, \\ AP = AP, \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle PFA \cong \text{Rt}\triangle PMA (\text{HL}), \therefore \angle PAC = \angle PAB,$$

即 AP 平分 $\angle CAB$.

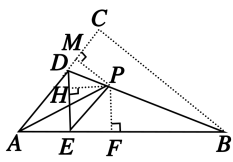


图2

(3) 如图 3, 过点 P 分别作 BC, AC 边的垂线, 垂足分别为 G, M , 连接 PC ,

由题可知, $\triangle BED \cong \triangle BCD, \angle DBC = \angle DBE, \therefore PH = PG$.

由(2)可知 $PH = PM, \therefore PH = PM = PG$.

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle BCP} + S_{\triangle ACP},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}PH(AB + BC + AC) = \frac{1}{2}AC \cdot BC.$$

$$\because AB = 15 \text{ cm}, BC = 12 \text{ cm}, AC = 9 \text{ cm},$$

$$\therefore \frac{1}{2}(15 + 12 + 9)PH = \frac{1}{2} \times 12 \times 9,$$

$$\text{解得 } PH = 3 \text{ cm}.$$

【技法点拨】(2) 见到角平分线, 向两边作垂线段, 想法运用角平分线的性质定理.

(3) 同一图形的面积有不同的表示方法, 根据此计算叫作等面积法.

7. B 解析: 选项 A 有两条对称轴, 选项 B 有五条对称轴, 选项 C 不

是轴对称图形, 选项 D 有四条对称轴.

8. D 解析: $\because$ 点 $A(3, -2), B(m, n)$ 关于 x 轴对称,

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (3, 2),$$

$\therefore$ 将点 B 向左平移 3 个单位长度得到点 C ,

则点 C 的坐标为 $(0, 2)$.

9. 10 解析: $\because OB, OC$ 分别是 $\angle ABC, \angle ACB$ 的平分线,

$$\therefore \angle ABO = \angle EBO, \angle ACO = \angle FCO,$$

$$\therefore OE \parallel AB, OF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BOE, \angle ACO = \angle COF,$$

$$\therefore \angle EBO = \angle BOE, \angle FCO = \angle COF,$$

$$\therefore BE = OE, OF = FC,$$

$$\therefore BC = BE + EF + FC = OF + OE + EF.$$

$$\because BC = 10, \therefore OF + OE + EF = 10,$$

$$\therefore \triangle OEF \text{ 的周长} = OF + OE + EF = 10.$$

【解题提示】“平行线+角平分线”可得等腰三角形.

10. 解析: (1) 证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = BC = AC, \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ.$$

$$\therefore BD \perp AC,$$

$$\therefore AD = CD = \frac{1}{2}AC, \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 30^\circ.$$

$$\therefore CE = CD, \therefore \angle CDE = \angle E.$$

$$\because \angle ACB = \angle CDE + \angle E, \therefore \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle E, \therefore DB = DE.$$

(2) $\because DF \perp BE, \therefore \angle DFC = 90^\circ$.

$$\because \angle ACB = 60^\circ, CF = 3,$$

$$\therefore \angle CDF = 90^\circ - \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = 2CF = 6.$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC, \therefore AC = 2CD = 12,$$

$$\therefore AB = AC = BC = 12,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 36.$$

【解题提示】充分运用等边三角形的“三线合一”.

11. B

12. 5 解析: $(x-2)(x+m)$

$$= x^2 + mx - 2x - 2m$$

$$= x^2 + (m-2)x - 2m,$$

$$\therefore (x-2)(x+m) = x^2 + ax - 14,$$

$$\therefore -2m = -14, m-2 = a, \therefore m = 7.$$

$$\text{把 } m = 7 \text{ 代入 } m-2 = a, \text{ 得 } a = 7-2 = 5.$$

【解题提示】两式恒等, 对应项完全相等.

13. 解析: (1) $\because x - y = -3$,

$$\therefore (x-y)^2 = 9, \text{ 即 } x^2 - 2xy + y^2 = 9.$$

$$\therefore xy = -2.$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 9 + 2 \times (-2) = 9 - 4 = 5,$$

$$\therefore (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 1.$$

$$\therefore xy = \frac{(x+y)^2 - (x^2 + y^2)}{2} = 12.$$

$$\therefore (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 1,$$

$$\therefore x - y = \pm 1.$$

【技法点拨】整体代入求值.

14. A

15. 9 解析: 因为 $x - 2y = 3$,

$$x^2 - 4y^2 - 12y$$

$$= (x-2y)(x+2y) - 12y$$

$$= 3(x+2y) - 12y$$

$$= 3x + 6y - 12y$$

$$= 3x - 6y$$

$$= 3(x-2y)$$

$$= 3 \times 3$$

$$= 9.$$

【技法点拨】将 $x - 2y = 3$ 整体分步代入代数式求值.

16. 解析: (1) $14^2 - 12^2 = 52 = 4 \times 13$.

(2) 正确. 设这两个连续的偶数为 $2n$ 和 $2n+2$,

$$(2n+2)^2 - (2n)^2 = 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 = 8n + 4 = 4(2n+1).$$

因为 $2n+1$ 是整数, 所以 $4(2n+1)$ 一定能被 4 整除.

17. B 解析: 由表格可知当 $x = -1$ 时分式无意义, 即分母为 $x+1$.

当 $x = -2$ 时, $y = 0$, 分子中含因式 $x+2$, 所以 y 代表的分式可能是 $\frac{x+2}{x+1}$.

18. D

19. $-\frac{9}{2}$ 解析: $\left(2 - \frac{1}{a-2}\right) \div \frac{a-5}{a^2-4} = \left(\frac{2a-4}{a-2} - \frac{1}{a-2}\right) \times \frac{a^2-4}{a-5} =$

$$\frac{2a-5}{a-2} \times \frac{(a+2)(a-2)}{a-5} = \frac{(2a-5)(a+2)}{a-5}.$$

$$\therefore |a| = 5,$$

$$\therefore a = \pm 5.$$

$$\therefore a \neq \pm 2, a \neq 5,$$

$$\therefore a = -5,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{(-10-5) \times (-5+2)}{-5-5} = -\frac{9}{2}.$$

【解题提示】当 $a = 5$ 时, 原分式除式为 0, 无意义.

20. 解析: (1) 设人工每人每小时分拣 x 件, 根据题意, 得

$$\frac{7\ 200}{20x} - \frac{7\ 200}{3 \times 20x} = 4,$$

$$\text{解得 } x = 60,$$

检验: 当 $x = 60$ 时, $60x \neq 0$,

$\therefore x = 60$ 是方程的解, 且符合题意,

即人工每人每小时分拣 60 件.

(2) 设需要安排 y 台这样的分拣机, 则有

$$16 \times 20 \times 60y \geq 80\ 000, \text{ 解得 } y \geq \frac{25}{6},$$

$\therefore y$ 的最小值为 5,

即至少需要安排 5 台这样的分拣机.

【易错避坑】解分式方程后的检验步骤必须要写.

新考向专项

1. D

$$2. \frac{896}{x} + \frac{896}{30-x} = 120$$

3. C 4. A

5. D 解析: A 选项: $\because BO = DO, AC \perp BD$,

$\therefore AC$ 是 BD 的垂直平分线,

$\therefore AB = AD, CB = CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是筝形,

$\therefore$ A 选项不符合题意;

B 选项: 在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ACB$ 中,

$$\begin{cases} AD = AB, \\ \angle DAC = \angle BAC, \\ AC = AC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ACB (\text{SAS}),$$

$$\therefore CD = CB,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是筝形,

$\therefore$ B 选项不符合题意;

C 选项: 在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ACB$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle BAC, \\ AC = AC, \\ \angle DCA = \angle BCA, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ACB (\text{ASA}),$$

$$\therefore AD = AB, CD = CB,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是筝形,

$\therefore$ C 选项不符合题意;

D 选项: 由 $\angle ADC = \angle ABC, BO = DO$,

不能证明四边形 $ABCD$ 是筝形,

$\therefore$ D 选项符合题意.

6. 解析: (1) 2 不是“树人数”, 3 是“树人数”,

理由: 假设存在整数 a, b , 使得 $a^2 - b^2 = 2$,

$$\text{则 } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 2,$$

$$\therefore (a+b)(a-b) \text{ 可能为 } 1 \times 2 \text{ 或 } (-1) \times (-2),$$

$$\therefore \begin{cases} a-b=1, \\ a+b=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a-b=2, \\ a+b=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a-b=-2, \\ a+b=-1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a-b=-1, \\ a+b=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=\frac{3}{2}, \\ b=\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=\frac{3}{2}, \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-\frac{3}{2}, \\ b=\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-\frac{3}{2}, \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ 非整数, 矛盾,}$$

盾,

$\therefore 2$ 不是“树人数”.

$\because 3 = 2^2 - 1^2, \therefore 3$ 是“树人数”.

(2) ① 设奇数 $n = 2k+1$, 令 $a = k+1, b = k$,

则 $a^2 - b^2 = (k+1)^2 - k^2 = 2k+1 = n$, 故 ① 正确;

② 由(1)中 2 不是“树人数”得出 ② 错误;

③ 设被 4 整除的数是 $4k$, 令 $a = k+1, b = k-1$, 则有 $a^2 - b^2 =$

$$(k+1)^2 - (k-1)^2 = 4k, \text{ 故 ③ 正确};$$

④ 设被 4 除余 2 的数是 $4k+2$, 若存在 a, b 使得 $a^2 - b^2 = 4k+2$,

若 a, b 同奇偶, 则 $a^2 - b^2$ 为偶数但被 4 整除, 矛盾; 若 a, b 一奇一偶, 则 $a^2 - b^2$ 为奇数, 矛盾, 故 ④ 错误.

故正解的序号有 ①③.

(3) 证明: $\because a, b$ 是“树人数”,

$$\therefore \text{设 } a = m^2 - n^2, b = p^2 - q^2 (m, n, p, q \text{ 是整数}),$$

$$\therefore ab = (m^2 - n^2)(p^2 - q^2) = m^2 p^2 - m^2 q^2 - n^2 p^2 + n^2 q^2$$

$$= (m^2 p^2 + n^2 q^2) - (m^2 q^2 + n^2 p^2)$$

$$= (m^2 p^2 + 2mnpq + n^2 q^2) - (m^2 q^2 + 2mnpq + n^2 p^2)$$

$$= (mp + nq)^2 - (mq + np)^2,$$

$$\text{或 } ab = (m^2 - n^2)(p^2 - q^2)$$

$$= m^2 p^2 - m^2 q^2 - n^2 p^2 + n^2 q^2$$

$$= (m^2 p^2 + n^2 q^2) - (m^2 q^2 + n^2 p^2)$$

$$= (m^2 p^2 - 2mnpq + n^2 q^2) - (m^2 q^2 - 2mnpq + n^2 p^2)$$

$$= (mp - nq)^2 - (mq - np)^2.$$

$\therefore m, n, p, q$ 都是整数,

$\therefore mp + nq, mq + np, mp - nq, mq - np$ 都是整数,

$\therefore ab$ 能写成两个整数的平方差的形式,

$\therefore ab$ 是“树人数”.

【技法点拨】在(3)中可以通过添项配成完全平方式.

7. 解析: 项目任务 1: 根据题意, 得 $\frac{7.5}{a} = \frac{18.75}{a+0.45}$,

$$\text{解得 } a = 0.3,$$

经检验, $a = 0.3$ 是所列方程的解, 且符合题意,

$$\therefore a + 0.45 = 0.3 + 0.45 = 0.75 (\text{元}).$$

纯电动汽车的每千米行驶费用为 0.3 元, 燃油车的每千米行驶费用为 0.75 元.

任务 2:纯电动汽车的年使用费用为 $0.3x+6\ 500+1\ 230=(0.3x+7\ 730)$ 元,燃油车的年使用费用为 $0.75x+2\ 900+0.075x=(0.825x+2\ 900)$ 元,

当 $0.3x+7\ 730>0.825x+2\ 900$ 时, $x<9\ 200$,

∴当 $0<x<9\ 200$ 时,购买燃油车比较划算;

当 $0.3x+7\ 730=0.825x+2\ 900$ 时, $x=9\ 200$,

∴当 $x=9\ 200$ 时,购买纯电动汽车和燃油车均可;

当 $0.3x+7\ 730<0.825x+2\ 900$ 时, $x>9\ 200$,

∴当 $x>9\ 200$ 时,购买纯电动汽车比较划算.

【技法点拨】项目任务 2 要根据“大于”“等于”“小于”三种情况分类讨论.

8. **解析:**当选择① $BF=DE$ 时, $\triangle ABF\cong\triangle CDE$, 证明如下:

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} AB=CD, \\ AF=CE, \\ BF=DE, \end{cases}$$

∴ $\triangle ABF\cong\triangle CDE$ (SSS), ∴ $\angle B=\angle D$.

∵ $BF=DE$,

∴ $BF+EF=DE+EF$, 即 $BE=DF$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} AB=CD, \\ \angle B=\angle D, \\ BE=DF, \end{cases}$$

∴ $\triangle ABE\cong\triangle CDF$ (SAS), ∴ $\angle AEB=\angle CFD$,

∴ $AE\parallel CF$;

当选择② $\angle BAF=\angle DCE$ 时, $\triangle ABF\cong\triangle CDE$, 证明如下:

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} AB=CD, \\ \angle BAF=\angle DCE, \\ AF=CE, \end{cases}$$

∴ $\triangle ABF\cong\triangle CDE$ (SAS),

∴ $\angle B=\angle D$, $BF=DE$.

同理可证: $\triangle ABE\cong\triangle CDF$ (SAS),

∴ $\angle AEB=\angle CFD$, ∴ $AE\parallel CF$;

当选择③ $AF=CF$ 时, 不能判定 $\triangle ABF\cong\triangle CDE$.

9. **解析:** (1) ∵ $x+\frac{ab}{x}=a+b$ 的解为 $x_1=a, x_2=b$,

$$\therefore \frac{x^2+2}{x}=x+\frac{2}{x}=3+\frac{2}{3}$$
 的解为 $x_1=3, x_2=\frac{2}{3}$.

(2) ∵ $x+\frac{3}{x}=5$, ∴ $a+b=5, ab=3$,

$$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=25-6=19.$$

(3) $\frac{4}{x-1}=k-x$ 可化为 $x^2-(k+1)x+4+k=0$, 进而得到 $x+\frac{4+k}{x}=k+1$.

∴方程 $x+\frac{4+k}{x}=k+1$ 的解为 x_1, x_2 , 且 $x_1x_2=1$,

$$\therefore 4+k=1, \therefore k=-3.$$

【技法点拨】转化为“ $x+\frac{ab}{x}=(a+b)$ ”型的分式.

10. **解析:** (1) 如图 1,

作法: ①在 AB, AC 上分别截取 $AP=AQ$;

②分别以点 P, Q 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}PQ$ 长为半径作弧, 两弧交于点 R ;

③作射线 AR 交 BC 于点 D ;

④在 AB 上截取 $AE=AC$, 连接 DE , 射线 AR , 线段 DE 就是所求的图形.

(2) 证明: ∵ AD 平分 $\angle BAC$, ∴ $\angle EAD=\angle CAD$.

在 $\triangle EAD$ 和 $\triangle CAD$ 中,

$$\begin{cases} AE=AC, \\ \angle EAD=\angle CAD, \\ AD=AD, \end{cases}$$

∴ $\triangle EAD\cong\triangle CAD$ (SAS), ∴ $\angle C=\angle AED$.

∵ $\angle AED>\angle B$, ∴ $\angle C>\angle B$.

通过探究可以得出结论: 在同一个三角形中, 大边对大角.

(3) $\angle ABC>\angle ADC$.

证明: 如图 2, 连接 BD ,

∵ $AB=AD$, ∴ $\angle ABD=\angle ADB$.

∵ $CD>BC$,

∴ $\angle CBD>\angle CDB$,

∴ $\angle CBD+\angle ABD=\angle CDB+\angle ADB$,

∴ $\angle ABC>\angle ADC$.

【解题提示】(3) 中直接应用探究得到的结论“在同一个三角形中, 大边对大角”.

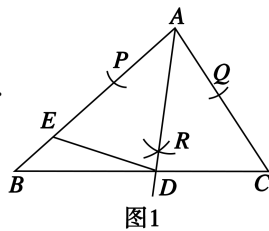


图1

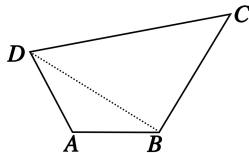


图2

11. **解析:** (1) 在 $\triangle ADC$ 与 $\triangle EDC$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC=\angle EDC, \\ DC=DC, \\ \angle ACD=\angle ECD=90^\circ, \end{cases}$$

∴ $\triangle ADC\cong\triangle EDC$ (ASA),

∴ $CE=AC=a$ m.

∵ $BC=b$ m,

∴ $AB=AC-BC=(a-b)$ m.

(2) (方法不唯一) 如图, 在池塘外取一点 M , 连接 AM, BM ,

延长 AM 到 D , 使 $MD=AM$;

延长 BM 到 E , 使 $ME=BM$;

连接 DE 并测量出它的长度 d , DE 的长度就是 A, B 两点间的距离.

证明: 在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DEM$ 中,

$$\begin{cases} AM=DM, \\ BM=EM, \\ \angle DME=\angle AMB, \end{cases}$$

∴ $\triangle ABM\cong\triangle DEM$ (SAS),

∴ $AB=DE=d$ (m)

【技法点拨】核心都是构造全等三角形.

原创情境预测练

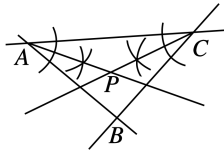
1. B

2. (3)(4)(11)(12)(13) **解析:** 根据轴对称图形的定义, 沿某条直线折叠后能够重合的是: (3) 烟台、(4) 东营、(11) 威海、(12) 潍坊、(13) 聊城.

3. **解析:** (1) 舞台展示区的宽为 $3a+2b-(a-b)=3a+2b-a+b=(2a+3b)$ 米, 所以面积为 $(3a+2b)(2a+3b)=(6a^2+13ab+6b^2)$ 平方米, 周长为 $2(3a+2b)+2(2a+3b)=6a+4b+4a+6b=(10a+10b)$ 米, 所以需要摆放 $(10a+10b)\div 0.1=(100a+100b)$ 盆花.

(2) 新展示区的长为 $\frac{4}{3}a\times(6a^2+13ab+6b^2)\div 2b^2=(\frac{4a^3}{b^2}+\frac{26a^2}{3b}+4a)$ 米.

4. **解析:** 如图, 点 P 即为拍照打卡地位置.



5. **解析:** 情境一: ∵ $\angle BCE=45^\circ, BE\perp EC$, ∴ $\triangle BEC$ 是等腰直角三角形.

∵ $CE=AD=40$ 米, $AE=CD=1.7$ 米,

∴ $BE=40$ 米,

∴ $AB=BE+AE=40+1.7=41.7$ 米.

情境二: 设现场购票成人票每张 x 元.

则 $\frac{720}{x-8}=\frac{800}{x}$, 解得 $x=80$,

经检验, $x=80$ 是原分式方程的解,

∴现场购票成人票每张 80 元.

6. C **解析:** $(x^2-9)a^2-(x^2-9)b^2=(x^2-9)(a^2-b^2)=(x+3)(x-3)(a+b)(a-b)$,

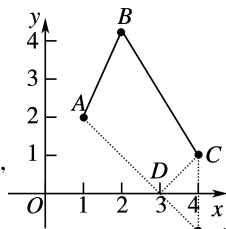
∴结果呈现的密码信息为: 我爱德州.

7. B **解析:** $\frac{2x^2-6x}{x-3}\div\frac{x^2}{3-x}=\frac{2x^2-6x}{x-3}\times\frac{3-x}{x^2}$, 故甲正确, 不符合题意;

$\frac{2x^2-6x}{x-3}\times\frac{3-x}{x^2}=\frac{2x^2-6x}{x-3}\times\frac{-(x-3)}{x^2}$, 故乙错误, 符合题意;

$\frac{2x^2-6x}{x-3}\times\frac{x-3}{x^2}=\frac{2x(x-3)}{x-3}\times\frac{x-3}{x^2}$, 故丙错误, 符合题意;

$\frac{x(x-6)}{x-3}\times\frac{x-3}{x^2}=\frac{x-6}{x}$, 故丁正确, 不符合题意.



8. **解析:** (1) 存在点 D 如图所示.

(2) ∵ $A(1, 2), \angle ADO=45^\circ$,

∴ $OD=1+2=3$,

∴点 D 的坐标为 $(3, 0)$.

9. **解析:** (1) 延长 AD 至点 E , 使得 $DE=AD$, 连接 BE .

∵ D 是 BC 的中点, ∴ $BD=CD$.

∵ $DE=AD, \angle BDE=\angle ADC$,

∴ $\triangle ADC\cong\triangle EDB$ (SAS), ∴ $AC=BE$.

∵ $AE=2AD, AE<AB+BE$, ∴ $2AD<AB+AC$.

(2) ∵ $BF\parallel AC$, ∴ $\angle F=\angle CAD$.

∵ D 是 BC 的中点, ∴ $BD=CD$.

∵ $\angle BDF=\angle ADC$, ∴ $\triangle ADC\cong\triangle FDB$ (AAS),

∴ $AC=BF, AD=DF$, ∴ $AE=2AD$.

∵ $AE<AB+BF$, ∴ $2AD<AB+AC$.

10. **解析:** (1) $M-N=\frac{a}{b}-\frac{a+1}{b+3}=\frac{a(b+3)}{b(b+3)}-\frac{b(a+1)}{b(b+3)}=\frac{ab+3a-ab-b}{b(b+3)}=\frac{3a-b}{b(b+3)}$.

∵ $3a>b>0$, ∴ $3a-b>0, b(b+3)>0$, ∴ $\frac{3a-b}{b(b+3)}>0$,

∴ $M>N$.

(2) $\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$, 证明如下:

加入 m 克糖后, 糖水浓度为 $\frac{b+m}{a+m}$.

$\frac{b+m}{a+m}-\frac{b}{a}=\frac{a(b+m)-b(a+m)}{a(a+m)}=\frac{m(a-b)}{a(a+m)}$.

∵ $a>b>0$, ∴ $a-b>0$.

又∵ $m>0$, ∴ $\frac{m(a-b)}{a(a+m)}>0$, ∴ $\frac{b+m}{a+m}-\frac{b}{a}>0$, ∴ $\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$.

(3) 证明: ∵ a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边长,

∴ $a+b>c, b+c>a, c+a>b$, ∴ $\frac{c}{a+b}<1, \frac{a}{b+c}<1, \frac{b}{c+a}<1$.

由实验 2 的结论可知, $\frac{c}{a+b}<\frac{2c}{a+b+c}, \frac{a}{b+c}<\frac{2a}{a+b+c}, \frac{b}{c+a}<\frac{2b}{a+b+c}$, ∴ $\frac{c}{a+b}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}<\frac{2c}{a+b+c}+\frac{2a}{a+b+c}+\frac{2b}{a+b+c}=\frac{2(a+b+c)}{a+b+c}=2$, 即 $\frac{c}{a+b}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}<2$.

11. **解析:** (1) ①如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=40^\circ, \angle C=70^\circ$,

∴ $\angle BAC=180^\circ-40^\circ-70^\circ=70^\circ$.

∴ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线,

∴ $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=35^\circ$.

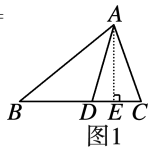


图1

∵ $\angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角,

∴ $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=40^\circ+35^\circ=75^\circ$.

∵用三角尺作 BC 边上的高 AE , 垂足为点 E ,

∴ $\angle DAE=90^\circ-\angle ADC=90^\circ-75^\circ=15^\circ$.

②如图 2, ∵ $\angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角,

∴ $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=40^\circ+35^\circ=75^\circ$.

∵ $FE\perp BC$,

∴ $\angle DFE=90^\circ-\angle ADC=15^\circ$.

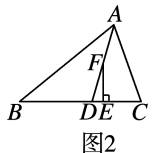


图2

(2) 不会发生变化, 理由如下:

如图 3, 由 (1) 可知 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=35^\circ, \angle B=40^\circ$.

∵ $\angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角,

∴ $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=40^\circ+35^\circ=75^\circ$,

∵ $FE\perp BC$,

∴ $\angle DFE=90^\circ-\angle ADC=15^\circ$.

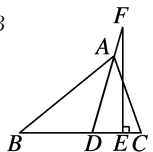


图3

(3) 如图 4, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=\alpha, \angle ACB=\beta$,

∴ $\angle BAC=180^\circ-\alpha-\beta$.

∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线,

∴ $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=90^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}$.

∵ $\angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角,

∴ $\angle ADC=\angle ABC+\angle BAD=\alpha+90^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}=90^\circ+\frac{\alpha-\beta}{2}$.

∵ $FE\perp AD$,

∴ $\angle DEF=90^\circ-\angle ADC=90^\circ-(90^\circ+\frac{\alpha-\beta}{2})=\frac{\beta-\alpha}{2}$.

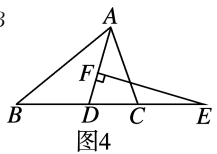


图4

如图 5, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=\alpha, \angle ACB=\beta$,

∴ $\angle BAC=180^\circ-\alpha-\beta$.

∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线,

∴ $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=90^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}$,

∴ $\angle ADB=180^\circ-\angle ABC-\angle BAD=180^\circ-\alpha-(90^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2})=90^\circ-\frac{\alpha-\beta}{2}$.

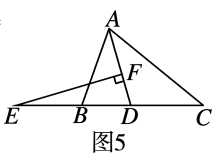


图5

∵ $FE\perp AD$,

∴ $\angle DEF=90^{\circ}-\angle ADB=90^{\circ}-\left(90^{\circ}-\frac{\alpha-\beta}{2}\right)=\frac{\alpha-\beta}{2}$.

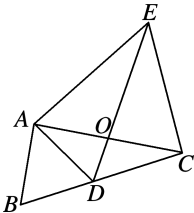
综上所述,对于图 4, $\angle DEF=\frac{\beta-\alpha}{2}$;

对于图 5, $\angle DEF=\frac{\alpha-\beta}{2}$.

期末测试卷

关键能力达标测试卷

1. C 解析: A 有 3 条对称轴, 不符合题意;
B 有 6 条对称轴, 不符合题意;
C 有 1 条对称轴, 符合题意;
D 有 5 条对称轴, 不符合题意.
2. D
3. D 解析: $0.000\ 000\ 000\ 28=2.8\times 10^{-10}$.
4. C 解析: ∵ $x^5+x^5=2x^5$, 故 A 选项不符合题意;
∵ $m+n^2\cdot\frac{1}{n}=m+n$, 故 B 选项不符合题意;
∵ $a^6\div a^2=a^4$, 故 C 选项符合题意;
∵ $(-a^2)^3=-a^6$, 故 D 选项不符合题意.
5. D
6. C 解析: $a^2-1=(a+1)(a-1)$, A 不符合题意;
 $a^2-2a+1=(a-1)^2$, B 不符合题意;
 $a^2+a=a(a+1)$, C 符合题意;
 $a(a-2)+(2-a)=(a-2)(a-1)$, D 不符合题意.
7. D 解析: 设慢马的速度为 x 里/天, 则快马的速度为 $2x$ 里/天, 根据“规定时间相等”可得方程为 $\frac{800}{x}-1=\frac{800}{2x}+3$.
8. B 9. D
10. C 解析: 如图, AC 和 DE 交于点 O .
∵ $\triangle ABC\cong\triangle ADE$,
∴ $AB=AD, AC=AE, \angle ADE=\angle B, \angle BAC=\angle DAE$,
∴ $\angle B=\angle ADB, \angle BAD=\angle CAE, \angle ACE=\angle AEC$,
∴ $\angle ACE=\angle ADB=\angle ADE$,
∴ AD 平分 $\angle BDE$.
∵ $\angle AOD=\angle EOC$,
∴ $\angle DAC=\angle DEC$.
∵ $\angle CDE+\angle ADE=\angle B+\angle BAD=180^{\circ}-\angle ADB$,
∴ $\angle CDE=\angle BAD$.
由条件不能推出 $AD=DC$,
∴①②③正确.



11. 三角形具有稳定性
12. $AD=CE$ 或 $\angle ACD=\angle B$ 解析: ∵ C 是 AB 的中点,
∴ $AC=BC$.
∵ $CD=BE$,
∴添加 $AD=CE$ 或 $\angle ACD=\angle B$,
可分别根据 SSS 或 SAS 判定 $\triangle ACD\cong\triangle CBE$.
13. 100° 解析: ∵ CD 是边 AB 上的高,
∴ $\angle CDB=\angle CDA=90^{\circ}$.
∵ $\angle BCD=30^{\circ}, \angle ACB=80^{\circ}$,
∴ $\angle ACD=\angle ACB-\angle BCD=50^{\circ}, \angle CBD=90^{\circ}-\angle BCD=60^{\circ}$,
∴ $\angle CAB=90^{\circ}-\angle ACD=40^{\circ}$.

∵ AE 是 $\angle CAB$ 的平分线,

∴ $\angle EAB=\frac{1}{2}\angle CAB=20^{\circ}$,

∴ $\angle AEB=180^{\circ}-\angle EAB-\angle EBA=100^{\circ}$.

14. 2 或 -1 解析: 方程去分母, 得 $3-(kx-1)=x-2$,

解得 $x=\frac{6}{1+k}$.

①当 $x=2$ 时, 分母为 0, 方程无解,

即 $\frac{6}{1+k}=2$, ∴ $k=2$ 时方程无解;

②当 $1+k=0$, 即 $k=-1$ 时, 方程无解.

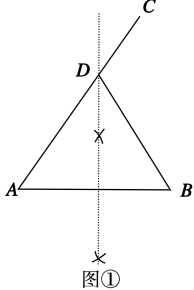
15. 84° 解析: ∵ $\triangle ABC$ 为等边三角形,
∴ $\angle B=60^{\circ}$.
∵ $\angle GEC=36^{\circ}$,
∴ $\angle BEG=180^{\circ}-\angle GEC=180^{\circ}-36^{\circ}=144^{\circ}$,
由翻折的性质, 得 $\angle BED=\angle GED, \angle BDE=\angle FDE$,
∴ $\angle BED=\frac{1}{2}\angle BEG=\frac{1}{2}\times 144^{\circ}=72^{\circ}$,
∴ $\angle BDE=180^{\circ}-\angle B-\angle BED=180^{\circ}-60^{\circ}-72^{\circ}=48^{\circ}$,
∴ $\angle FDE=\angle BDE=48^{\circ}$,
∴ $\angle BDF=\angle BDE+\angle FDE=96^{\circ}$,
∴ $\angle ADF=180^{\circ}-\angle BDF=180^{\circ}-96^{\circ}=84^{\circ}$.

16. 解析: (1) $(2x-y+3)(2x+y-3)$
 $=[2x-(y-3)][(2x+(y-3))]$
 $=4x^2-(y-3)^2$
 $=4x^2-y^2+6y-9$.
(2) $\frac{a^2-9}{a^2+6a+9}\div\frac{a-3}{a}$
 $=\frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)^2}\cdot\frac{a}{a-3}$
 $=\frac{a}{a+3}$.

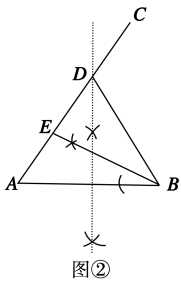
17. 解析: (1) 原式 $=(a^2+b^2+2ab)(a^2+b^2-2ab)$
 $=(a+b)^2(a-b)^2$.
(2) 原分式方程去分母得 $1=3x-1-4$,
整理得 $3x=6$,
解得 $x=2$,
检验: 当 $x=2$ 时, $6x-2\neq 0$,
故原分式方程的解为 $x=2$.

18. 解析: (1) 如图①, 点 D 即为所作;

(2) 如图②, 点 E 即为所作.



图①



图②

19. 解析: (1) 证明: ∵ $DE\perp AB$,
∴ $\angle EFB=90^{\circ}$,
∴ $\angle BEF+\angle ABC=90^{\circ}$.
∵ $\angle A+\angle ABC=90^{\circ}$,
∴ $\angle A=\angle BEF$.
在 $\triangle BCA$ 和 $\triangle DBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A=\angle DEB, \\ \angle ACB=\angle EBD=90^{\circ}, \\ AB=DE, \end{cases}$$

∴ $\triangle BCA\cong\triangle DBE$ (AAS).

(2) ∵ $\triangle BCA\cong\triangle DBE$,

∴ $BC=DB, AC=BE$.

∵ E 是 BC 的中点, ∴ $BC=2BE$.

∵ $AC=3\text{ cm}$, ∴ $BE=3\text{ cm}$,

∴ $BC=6\text{ cm}$,

∴ $BD=BC=6\text{ cm}$,

即 BD 的长为 6 cm .

20. 解析: (1) 甲同学解法的依据是②分式的基本性质, 乙同学解法的依据是③乘法分配律.

(2) 若选择甲同学的解法:

原式 $=\left[\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)}\right]\cdot\frac{x^2-1}{x}$
 $=\frac{x^2-x+x^2+x}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}$
 $=\frac{2x^2}{x}$
 $=2x$.

若选择乙同学的解法:

原式 $=\frac{x}{x+1}\cdot\frac{x^2-1}{x}+\frac{x}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{x}$

$=\frac{x}{x+1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}+\frac{x}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}$

$=x-1+x+1$

$=2x$.

∵ $x\neq 0, x+1\neq 0, x-1\neq 0$,

∴ $x\neq 0, x\neq -1, x\neq 1$,

∴当 $x=2$ 时, 原式 $=2\times 2=4$; 当 $x=-2$ 时, 原式 $=2\times (-2)=-4$.

21. 解析: (1) 根据题意, 得 $a^2+4ab+4b^2=(a+2b)^2$,
则这个大正方形的边长为 $a+2b$.
(2) 由题意及 (1), 得 $a+2b=5$,
∴ $a^2+4ab+4b^2=(a+2b)^2=5^2=25$.
∵ $ab=3$,
∴ $a^2+4b^2=(a^2+4ab+4b^2)-4ab=25-4\times 3=25-12=13$.

22. 解析: 任务 1: 设每只“德州扒鸡”的进价为 x 元, 则每只“乡盛扒鸡”的进价为 $(x-4)$ 元.

由题意得 $\frac{1\ 800}{x}=\frac{1\ 600}{x-4}$, 解得 $x=36$.

经检验, $x=36$ 是原分式方程的解, 且符合题意, 则 $x-4=32$.

即每只“德州扒鸡”的进价为 36 元, 每只“乡盛扒鸡”的进价为 32 元.

任务 2: 设每只“乡盛扒鸡”的利润为 a 元, 则每只“德州扒鸡”的利润是 $1.25a$ 元.

由题意得 $\frac{240}{a}-\frac{240}{1.25a}=2$, 解得 $a=24$, 则 $1.25a=30$.

即每只“乡盛扒鸡”的利润为 24 元, 每只“德州扒鸡”的利润为 30 元.

任务 3: 设购进“德州扒鸡” m 只, 购进“乡盛扒鸡” n 只.

由题意得 $36m+32n=5\ 000$, ∴ $n=\frac{5\ 000-36m}{32}$,

若要使总利润不低于 $4\ 000$ 元, 则 $30m+24n\geqslant 4\ 000$,

即 $30m+24\times\frac{5\ 000-36m}{32}\geqslant 4\ 000$, 解得 $m\geqslant\frac{250}{3}$.

∴ m 的最小整数值为 84 .

即若要使总利润不低于 $4\ 000$ 元, 那么最少要购进“德州扒鸡” 84 只.

23. 解析: (1) ∵ $AB=AC$,
∴ $\angle ABC=\angle ACB$.
∵ $\angle BDC$ 是 $\triangle ADC$ 的一个外角,
∴ $\angle BDC=\angle A+\angle ACD$.
∵ $\angle ACB=\angle BCD+\angle ACD, \angle BCD=\angle A$,
∴ $\angle BDC=\angle ACB$,
∴ $\angle ABC=\angle BDC$,
∴ $CD=CB$.

(2) ① ∵ $BE\perp AC$,

∴ $\angle BEC=90^{\circ}$,

∴ $\angle CBE+\angle ACB=90^{\circ}$.

设 $\angle CBE=\alpha$, 则 $\angle ACB=90^{\circ}-\alpha$,

∴ $\angle ACB=\angle ABC=\angle BDC=90^{\circ}-\alpha$,

∴ $\angle BCD=180^{\circ}-\angle BDC-\angle ABC=180^{\circ}-(90^{\circ}-\alpha)-(90^{\circ}-\alpha)=2\alpha$,

∴ $\angle BCD=2\angle CBE$.

② ∵ $\angle BFD$ 是 $\triangle CBF$ 的一个外角,

∴ $\angle BFD=\angle CBE+\angle BCD=\alpha+2\alpha=3\alpha$,

分三种情况:

当 $BD=BF$ 时, $\angle BDC=\angle BFD=3\alpha$.

∵ $\angle ACB=\angle ABC=\angle BDC=90^{\circ}-\alpha$,

∴ $90^{\circ}-\alpha=3\alpha$,

∴ $\alpha=22.5^{\circ}$,

∴ $\angle A=\angle BCD=2\alpha=45^{\circ}$;

当 $DB=DF$ 时, $\angle DBE=\angle BFD=3\alpha$.

∵ $\angle DBE=\angle ABC-\angle CBE=90^{\circ}-\alpha-\alpha=90^{\circ}-2\alpha$,

∴ $90^{\circ}-2\alpha=3\alpha$,

∴ $\alpha=18^{\circ}$,

∴ $\angle A=\angle BCD=2\alpha=36^{\circ}$;

当 $FB=FD$ 时, $\angle DBE=\angle BDF$.

∵ $\angle BDF=\angle ABC>\angle DBF$,

∴不存在 $FB=FD$.

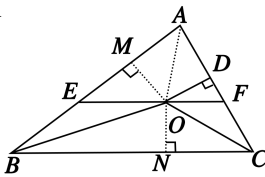
综上所述, 如果 $\triangle BDF$ 是等腰三角形, $\angle A$ 的度数为 45° 或 36° .

期末测试卷

核心素养提优测试卷

1. B
2. C 解析: $m=26\div(2\times 10^5)=13\times 10^{-5}=1.3\times 10^{-4}$.
3. C 解析: ∵ $-3(x-y)=-3x+3y$, ∴A 选项不正确;
∵ $x^3\cdot x^2=x^{3+2}=x^5$, ∴B 选项不正确;
∵ $(\pi-3.14)^0=1$, ∴C 选项正确;
∵ $(x^3)^2=x^6$, ∴D 选项不正确.
4. A 解析: 河宽是确定的, 要使从村庄 A 经桥过河到村庄 B 的路程最短, 只要 $AN+BM$ 最短即可.
∵ AA' 垂直于河岸 $l_2, AA'=d$,
连接 BA' , 与 l_1 相交于点 M , 作 $MN\perp l_1$, 交 l_2 于点 N .
由平移的性质, 知 $MN\parallel AA'$, 且 $MN=AA'=d, MA'=NA$,
根据“两点之间, 线段最短”, BA' 最短, 即 $AN+BM$ 最短,
故方案一符合题意.
5. A 6. A
7. A 解析: 设印刷不清的分母为 y ,
由题意得, $\frac{2}{y}+\frac{1}{-1+2}=0$, 解得 $y=-2$,

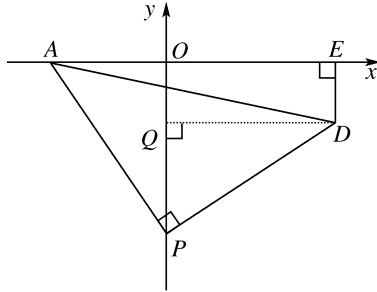
- 将 $x = -1$ 代入各选项可知, A 选项符合题意.
8. D **解析:** 原图阴影部分面积为 $a^2 - b^2$, 重新拼成的新图形是平行四边形, 其中底为 $a + b$, 底边上高为 $a - b$, 则阴影部分面积为 $(a + b) \cdot (a - b)$, 则有 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, 故 A 可以验证;
- 原图阴影部分面积为 $a^2 - b^2$, 重新拼成的新图形中阴影部分是长方形, 长为 $a + b$, 宽为 $a - b$, 阴影部分面积为 $(a + b)(a - b)$, 则有 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, 故 B 可以验证;
- 原图阴影部分面积为 $a^2 - b^2$, 重新拼成的新图形是由两个相同的直角梯形组成的平行四边形, 其底为 $a + b$, 底边上高为 $a - b$, 阴影部分面积为 $(a + b)(a - b)$, 则有 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, 故 C 可以验证;
- 原图阴影部分面积为 $(a + b)^2 - (a - b)^2$, 重新拼成的新图形是由四个相同长方形组成的大长方形, 长为 $2a$, 宽为 $2b$, 阴影部分面积为 $4ab$, 则有 $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$, 故 D 不能验证 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
9. A **解析:** $\because \angle DCB$ 是 $\triangle ACD$ 的外角, $\angle D = 2\angle DAC$,
 $\therefore \angle DCB = \angle D + \angle DAC = 3\angle DAC$.
 在 $\triangle BCE$ 中, $\angle E = 2\angle EBC$,
 $\therefore \angle ECB = 180^\circ - \angle E - \angle EBC = 180^\circ - 3\angle EBC$,
 $\therefore \angle 1 = \angle DCB - \angle ECB = 3\angle DAC - (180^\circ - 3\angle EBC) = 3(\angle DAC + \angle EBC) - 180^\circ$,
 $\therefore \angle DAC + \angle EBC = 60^\circ + \frac{1}{3}\angle 1$.
 $\because \angle DAC$ 的平分线与 $\angle EBC$ 的平分线交于点 P ,
 $\therefore \angle PAB = \frac{1}{2}\angle DAC, \angle PBA = \frac{1}{2}\angle EBC$,
 $\therefore \angle PAB + \angle PBA = \frac{1}{2}(\angle DAC + \angle EBC) = \frac{1}{2}\left(60^\circ + \frac{1}{3}\angle 1\right)$,
 $\therefore \angle 2 = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA) = 180^\circ - \frac{1}{2}\left(60^\circ + \frac{1}{3}\angle 1\right) = 150^\circ - \frac{1}{6}\angle 1$.
10. D **解析:** 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ,
 $\therefore \angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle OCB = \frac{1}{2}\angle ACB, \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$,
 $\therefore \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$,
 $\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, 故 ② 正确;
 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ,
 $\therefore \angle OBC = \angle OBE, \angle OCB = \angle OCF$.
 $\because EF \parallel BC$,
 $\therefore \angle OBC = \angle EOB, \angle OCB = \angle FOC$,
 $\therefore \angle EOB = \angle OBE, \angle FOC = \angle OCF$,
 $\therefore BE = OE, CF = OF$,
 $\therefore EF = OE + OF = BE + CF$, 故 ① 正确;
 如图, 过点 O 作 $OM \perp AB$ 于点 M , 作 $ON \perp BC$ 于点 N , 连接 OA ,
 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ,
 $\therefore ON = OD = OM = m$,
 $\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle AOE} + S_{\triangle AOF}$
 $= \frac{1}{2}AE \cdot OM + \frac{1}{2}AF \cdot OD$
 $= \frac{1}{2}OD \cdot (AE + AF)$



- $= \frac{1}{2}mn$, 故 ④ 正确;
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ,
 $\therefore$ 点 O 到 $\triangle ABC$ 各边的距离相等, 故 ③ 正确.
- 综上所述, 正确的结论有 4 个.
11. $2(a + 2b)(a - 2b)$ **解析:** 原式 $= 2(a^2 - 4b^2) = 2(a + 2b)(a - 2b)$.
12. $1 < c < 5$
13. $a \neq -1$ 且 $a \neq \frac{3}{2}$ **解析:** 去分母, 得 $1 - ax + 2 = x - 2$,
 解得 $x = \frac{5}{a + 1}$.
 $\because$ 分式方程 $\frac{1}{x - 2} + \frac{ax - 2}{2 - x} = 1$ 有解,
 $\therefore a + 1 \neq 0$ 且 $\frac{5}{a + 1} \neq 2$,
 解得 $a \neq -1$ 且 $a \neq \frac{3}{2}$.
14. -1
15. 8 或 $\frac{8}{3}$ **解析:** $\because AB \parallel DE$,
 $\therefore \angle ABC = \angle EDC$.
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中,
 $\begin{cases} AC = EC, \\ \angle ACB = \angle ECD, \\ \angle ABC = \angle EDC, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$ (AAS),
 $\therefore AB = ED = 8$ cm.
 $\because \angle ACP = \angle ECQ$,
 在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ECQ$ 中,
 $\begin{cases} \angle CAP = \angle CEQ, \\ AC = EC, \\ \angle ACP = \angle ECQ, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ACP \cong \triangle ECQ$ (ASA),
 $\therefore AP = EQ$,
 当 $0 \leq t \leq 4$ 时, $DQ = t$ cm, $AP = 2t$ cm 则 $EQ = (8 - t)$ cm,
 $\therefore 2t = 8 - t$,
 $\therefore t = \frac{8}{3}$,
 当 $4 < t \leq 8$ 时, $DQ = t$ cm, $AP = (16 - 2t)$ cm, $EQ = (8 - t)$ cm,
 $\therefore 16 - 2t = 8 - t$,
 解得 $t = 8$.
16. **解析:** $\because \triangle ABC$ 是等腰三角形, $\therefore AB = AC$,
 $\because AD \perp BC, \therefore \angle BAD = \angle CAD$.
 $\because DE \parallel AB, \therefore \angle ADE = \angle BAD$,
 $\therefore \angle ADE = \angle CAD, \therefore AE = ED$,
 $\therefore \triangle AED$ 是等腰三角形.
17. **解析:** (1) $(x + 2y)^2 - (x + 2y)(x - 2y) - 8y^2$
 $= x^2 + 4xy + 4y^2 - (x^2 - 4y^2) - 8y^2$
 $= x^2 + 4xy + 4y^2 - x^2 + 4y^2 - 8y^2$
 $= 4xy$.
 (2) 原式 $= \frac{a^2 - 2a + 1}{a} \div \frac{(a + 1)(a - 1)}{a}$
 $= \frac{(a - 1)^2}{a} \cdot \frac{a}{(a + 1)(a - 1)}$
 $= \frac{a - 1}{a + 1}$,

- 要使分式有意义, 则 $a \neq 0$, 且 $a - 1 \neq 0$, 且 $a + 1 \neq 0$,
 所以 a 不能为 $0, 1, -1$.
 当 $a = 2$ 时, 原式 $= \frac{2 - 1}{2 + 1} = \frac{1}{3}$.
18. **解析:** (1) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 即为所作.
-
- (2) $\triangle ABC$ 的面积 $= 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$.
- (3) 设点 P 的坐标为 $(t, 0)$.
 $\because \triangle ABP$ 的面积为 4,
 $\therefore \frac{1}{2} \times |t - 2| \times 1 = 4$, 解得 $t = -6$ 或 10 ,
 $\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-6, 0)$ 或 $(10, 0)$.
19. **解析:** (1) 方程两边同乘 $(x + 3)(x - 3)$, 得 $2(x + 3) + mx = 5(x - 3)$,
 解得 $x = \frac{21}{3 - m}$,
 由题意得 $\frac{21}{3 - m} < 0, \frac{21}{3 - m} \neq \pm 3$,
 解得 $m > 3$ 且 $m \neq 10$.
 (2) 由 (1) 得 $2(x + 3) + mx = 5(x - 3)$,
 由题意得 $m - 3 = 0$ 或 $\frac{21}{3 - m} = \pm 3$,
 解得 $m = 3$ 或 $m = 10$ 或 $m = -4$.
20. **解析:** (1) $\because \triangle ABD$ 沿 AD 折叠得到 $\triangle AED$,
 $\therefore \angle BAD = \angle DAF$.
 $\because \angle B = 50^\circ, \angle BAD = 30^\circ$,
 $\therefore \angle AFC = \angle B + \angle BAD + \angle DAF = 110^\circ$.
 (2) $\because \angle B = 50^\circ, \angle BAD = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ADB = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ = 100^\circ, \angle ADC = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$.
 $\because \triangle ABD$ 沿 AD 折叠得到 $\triangle AED$,
 $\therefore \angle ADE = \angle ADB = 100^\circ$,
 $\therefore \angle EDF = \angle ADE - \angle ADC = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ$.
21. **解析:** 任务 1: 新能源车的每千米行驶费用为 $\frac{100}{a}$ 元.
 任务 2: 由题意得 $\frac{400}{a} - \frac{100}{a} = 0.6$,
 解得 $a = 500$,
 经检验, $a = 500$ 是原分式方程的解, 且符合题意,
 $\therefore \frac{400}{500} = 0.8, \frac{100}{500} = 0.2$,
 即燃油车的每千米行驶费用为 0.8 元, 新能源车的每千米行驶费用为 0.2 元.
 任务 3: 设每年行驶里程为 x 千米,
 由题意得 $0.8x + 4\ 800 > 0.2x + 7\ 500$,
 解得 $x > 4\ 500$,
 即每年行驶里程大于 $4\ 500$ 千米时, 买新能源车的年费用更低.
22. **解析:** (1) 由题图 2 可知, 其表示的代数等式为 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

- (2) $\because a + b + c = 11, ab + bc + ac = 38$,
 $\therefore 11^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 38$,
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 45$.
 (3) 由题意得 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BCD} + S_{\text{正方形CEFG}} - S_{\triangle BGF}$,
 $\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}a^2 + b^2 - \frac{1}{2}(a + b)b = \frac{1}{2}(a^2 - ab + b^2) = \frac{1}{2}(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab) = \frac{1}{2}(a + b)^2 - \frac{3}{2}ab$.
 $\because a + b = 10, ab = 20$,
 $\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} \times 10^2 - \frac{3}{2} \times 20 = 20$.
 即阴影部分的面积为 20 .
23. **解析:** (1) 两角分别相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等 (或 AAS)
 (2) $(-7, -3)$
 (3) 过点 D 作 $DQ \perp OP$ 于点 Q , 如图,



- 则 $OP - DE = PQ$.
 $\because \angle APD = 90^\circ, \therefore \angle APO + \angle QPD = 90^\circ$.
 又 $\because \angle APO + \angle OAP = 90^\circ, \therefore \angle QPD = \angle OAP$.
 在 $\triangle AOP$ 和 $\triangle PQD$ 中, $\begin{cases} \angle AOP = \angle PQD = 90^\circ, \\ \angle OAP = \angle QPD, \\ AP = PD, \end{cases}$
 $\therefore \triangle AOP \cong \triangle PQD$ (AAS),
 $\therefore OP - DE = PQ = OA = 3$.

- (4) 结论 ② 是正确的, $m + n = -4$.
 如图, 过点 F 分别作 $FS \perp x$ 轴于点 S , $FT \perp y$ 轴于点 T ,
 则 $FS = FT = 2, \angle FHS = \angle HFT = \angle FGT$.
 在 $\triangle FSH$ 和 $\triangle FTG$ 中,
 $\begin{cases} \angle FHS = \angle FGT, \\ \angle FSH = \angle FTG, \\ SF = TF, \end{cases}$
 $\therefore \triangle FSH \cong \triangle FTG$ (AAS),
 $\therefore GT = HS$.
 又 $\because G(0, m), H(n, 0)$, 点 F 的坐标为 $(-2, -2)$,
 $\therefore OT = OS = 2, OG = |m| = -m, OH = n$,
 $\therefore GT = OG - OT = -m - 2, HS = OH + OS = n + 2$,
 则 $-m - 2 = n + 2$,
 $\therefore m + n = -4$.

