参考答案

第二十一章　一元二次方程

关键能力达标测试卷

1. C　**解析**:A是二元二次方程,故此选项不符合题意;B是一元一次方程,故此选项不符合题意;C是一元二次方程,此选项符合题意;D含有分式,不是一元二次方程,故此选项不符合题意.

2. C　**解析**:$x^2=-2x+8$,则$x^2+2x-8=0$,常数项是-8.

3. A　**解析**:把$x=0$代入关于x的一元二次方程$x^2-x+a-2=0$,得$a-2=0$,解得$a=2$.

4. B　**解析**:因为关于x的一元二次方程$2x^2-3x+k=0$有实数根,所以$\Delta=(-3)^2-4\times2\times k\geqslant0$,解得$k\leqslant\frac{9}{8}$.

5. B

6. C　**解析**:将$x=2\ 025$代入一元二次方程$ax^2+bx+c=0$,得$2\ 025^2a+2\ 025b+c=0$,等号两边同时除以$2\ 025^2$可确定所求方程的一个根.

7. A　**解析**:∵宽比长少12步,且宽为x步,∴长为$(x+12)$步.∵矩形田地的面积为864平方步,∴根据面积公式可列出方程$x(x+12)=864$.

8. B　**解析**:∵x_1,x_2是一元二次方程$x^2-3x+2=0$的两个实数根,∴$x_1+x_2=3$,$x_1\cdot x_2=2$,∴$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=3^2-2\times2=5$.

9. C　**解析**:设这款扒鸡礼盒每件降价x元,则每件获利$(30-x)$元,每天可以售出$(100+10x)$件,依题意得$(30-x)(100+10x)=3\ 640$.

10. A　**解析**:∵四边形$ABCD$为矩形,∴$\angle BAD=90°$.∵$AB=a$,$AD=b$,∴$BD=\sqrt{a^2+b^2}$,由作图得$BF=a$,$DE=b$,∴$DF=\sqrt{a^2+b^2}-a$,$BE=\sqrt{a^2+b^2}-b$.解方程$x^2+2ax=b^2$得$x=\pm\sqrt{a^2+b^2}-a$,故A符合题意;解方程$x^2-2ax=b^2$得$x=\pm\sqrt{a^2+b^2}+a$,故B不符合题意;解方程$x^2+bx=a^2$得$x=\pm\sqrt{a^2+\frac{1}{4}b^2}-\frac{1}{2}b$,故C不符合题意;解方程$x^2-bx=a^2$得$x=\pm\sqrt{a^2+\frac{1}{4}b^2}+\frac{1}{2}b$,故D不符合题意.

11. 6　**解析**:$(x-1)(x+7)=16-x^2$化为一般形式是$2x^2+6x-23=0$,其中一次项系数是6.

12. 1　**解析**:∵一元二次方程$x^2+2x+c=0$有两个相等的实数根,∴$\Delta=0$,即$4-4c=0$,解得$c=1$.

13. 8或9

14. $x^2-3x+2=0$　**解析**:设该方程为$x^2+bx+c=0$,∴$x_1+x_2=-b$,$x_1\cdot x_2=c$.∵$x_1+x_2=3$,$x_1^2+x_2^2=5$,∴$2x_1\cdot x_2=(x_1+x_2)^2-(x_1^2+x_2^2)=3^2-5=4$,∴$x_1\cdot x_2=2$,∴$-b=3$,$c=2$,即$b=-3$,$c=2$,∴该方程为$x^2-3x+2=0$,即以$x_1,x_2$为根的一元二次方程是$x^2-3x+2=0$.

15. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$　**解析**:根据题意得,四边形$EFGH$的面积为$m^2+\left(\frac{n}{2}\right)^2=m^2+\frac{n^2}{4}$,四边形$ABCD$的面积为$\left(m-\frac{n}{2}\right)^2=m^2-mn+\frac{n^2}{4}$.
∵四边形$EFGH$的面积等于四边形$ABCD$面积的2倍,∴$m^2+\frac{n^2}{4}=2\left(m^2-mn+\frac{n^2}{4}\right)$,整理得$4m^2-8mn+n^2=0$,即$4\left(\frac{m}{n}\right)^2-8\cdot\frac{m}{n}+1=0$.设$\frac{m}{n}=t$,则$4t^2-8t+1=0$,解得$t=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$或$\frac{2-\sqrt{3}}{2}$(舍去),∴$\frac{m}{n}=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

16. **解析**:(1)整理得$2x^2-5x-3=0$.
①因式分解得$(2x+1)(x-3)=0$,
$2x+1=0$或$x-3=0$,
∴$x_1=-\frac{1}{2}$,$x_2=3$;
②∵$a=2$,$b=-5$,$c=-3$,
∴$\Delta=b^2-4ac=25+24=49>0$,
∴$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{5\pm7}{4}$.
即$x_1=-\frac{1}{2}$,$x_2=3$;
③整理得$x^2-\frac{5}{2}x=\frac{3}{2}$,
配方得$x^2-\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{3}{2}+\frac{25}{16}$,即$\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{49}{16}$,
开方得$x-\frac{5}{4}=\pm\frac{7}{4}$,
∴$x_1=-\frac{1}{2}$,$x_2=3$.
(2)整理得$x(x-4)+3(x-4)=0$,
因式分解得$(x-4)(x+3)=0$,
∴$x-4=0$或$x+3=0$,
∴$x_1=4$,$x_2=-3$.

17. **解析**:设增加书架格子x行x列,
根据题意可列方程$(15+x)(7+x)=15\times7+75$,
整理得$x^2+22x-75=0$,
解得$x_1=3$,$x_2=-25$(不符合题意,舍去),
∴增加书架格子的行数和列数均为3.

18. **解析**:(1)原方程可变形为$x^2+8x+15-m^2=0$,∴$\Delta=8^2-4\times(15-m^2)=4+4m^2$.∵$m^2\geqslant0$,∴$\Delta=4+4m^2\geqslant4>0$,∴方程总有两个不相等的实数根.
(2)∵方程的一个根是-1,∴$m^2=8$,解得$m=\pm2\sqrt{2}$,∴原方程为$x^2+8x+7=0$,解得$x_1=-1$,$x_2=-7$.∴m的值为$\pm2\sqrt{2}$,方程的另一个根是-7.

19. **解析**:(1)设从4月份到6月份玩具销售额的月平均增长率为m.
由题意得$50\times40(1+m)^2=2\ 880$,
解得$m_1=0.2=20\%$,$m_2=-2.2$(不符合题意,舍去).
即从4月份到6月份玩具销售额的月平均增长率为20%.
(2)设6月份每个玩具的销售价格增加x元,则6月份每个玩具的销售价格为$(50+x)$元,6月份的销售量为$\left(40-\frac{x}{5}\right)$个.由题意得$(50+x)\left(40-\frac{x}{5}\right)=2\ 880$,整理得$x^2-150x+4\ 400=0$,解得$x_1=40$,$x_2=110$(销售价格小于100元.不符合题意,舍去),
∴$50+x=90$.即6月份每个玩具的销售价格是90元.

20. **解析**:(1)由题知,方程$-12x^2-x+1=0$的倒方程是$x^2-x-12=0$.
(2)由题知,方程$x^2-3x+c=0$的倒方程为$cx^2-3x+1=0$,将$x=5$代入此方程,得$25c-15+1=0$,
解得$c=\frac{14}{25}$,所以c的值为$\frac{14}{25}$.
(3)由题知,一元二次方程$x^2-5x-1=0$的倒方程是$-x^2-5x+1=0$.因为m,n是此方程的两个不相等的实数根,所以$m+n=-5$,$mn=-1$,$-n^2-5n+1=0$,所以$n^2=-5n+1$,所以$2n^2-mn-10m=2(-5n+1)-mn-10m=-10n+2-mn-10m=-10(m+n)-mn+2=-10\times(-5)-(-1)+2=53$.

第二十一章　一元二次方程

核心素养提优测试卷

1. D　**解析**:$x^2-6x=0$的根为$x=0$或$x=6$,∴$x^2-6x=0$有两个不等实数根,A不符合题意;$x^2-9=0$的根为$x=3$或$x=-3$,∴$x^2-9=0$有两个不等实数根,B不符合题意;由$x^2-6x+6=0$,知$\Delta=36-24=12>0$,∴$x^2-6x+6=0$有两个不等实数根,C不符合题意;由$x^2-6x+9=0$,知$\Delta=36-36=0$,∴$x^2-6x+9=0$有两个相等实数根,D符合题意.

2. C　**解析**:当$x=-1$时,$a-(-b)+c=0$,即$a+b+c=0$,所以一元二次方程$ax^2-bx+c=0(a\neq0)$必有一个根是-1.

3. C　4. C

5. B　**解析**:∵a是方程$x^2-2\ 024x+1=0$的一个根,∴$a^2-2\ 024a+1=0$,∴$a^2+1=2\ 024a$,$a^2=2\ 024a-1$,$a\neq0$,∴$a+\frac{1}{a}=2\ 024$,∴$a^2-2\ 023a+\frac{2\ 024}{a^2+1}=2\ 024a-1-2\ 023a+\frac{2\ 024}{2\ 024a}=a-1+\frac{1}{a}=2\ 024-1=2\ 023$.

6. B　**解析**:设菱形的两条对角线长分别为a,b.∵菱形的面积=两条对角线乘积的一半,∴$\frac{1}{2}ab=20$,即$ab=40$,∴$m=40$,∴原方程可化为$x^2-14x+40=0$,$(x-4)(x-10)=0$,解得$x_1=4$,$x_2=10$,∴该菱形两对角线长分别为4与10.

7. C

8. B　**解析**:①当$x=-1$时,$p-q+r=0$,∴一元二次方程$px^2+qx+r=0(p\neq0)$有两个相等的实数根或两个不相等的实数根,∴$\Delta=q^2-4pr\geqslant0$,故①错误;②若方程$px^2+qx+r=0(p\neq0)$的两根之积为4,则$\frac{r}{p}=4$,得到$r=4p$,故②正确;③方程$px^2+r=0$有两个不相等的实根,则$\Delta=-4pr>0$,那么$q^2-4pr>0$,故方程$px^2+qx+r=0(p\neq0)$必有两个不相等的实根,故③正确;④由r是方程$px^2+qx+r=0(p\neq0)$的一个根,得$pr^2+qr+r=0$,即$r(pr+q+1)=0$,当$r=0$时,$pr+q+1$不一定等于0,故④不一定正确.综上所述,正确的有2个.

9. D

10. A　**解析**:设动点P,Q运动t秒后,能使四边形$APQC$的面积为$13\ cm^2$,则BP为$(8-t)$ cm,BQ为$2t$ cm.由三角形的面积计算公式列方程得$\frac{1}{2}\times(8-t)\times2t=\frac{1}{2}\times8\times7-13$,化简得$t^2-8t+15=0$,解得$t_1=3$,$t_2=5$.当$t=5$时,$BQ=10>7$,不符合题意,舍去,即$t=3$.∴动点$P,Q$运动3秒时,能使四边形$APQC$的面积为$13\ cm^2$.

11. 3　**解析**:∵一元二次方程$x^2-4x+3=0$的两个根是a,b,∴$ab=3$,则ab的值是3.

12. $6\sqrt{6}$　**解析**:设长方形的长为$2x$,宽为x.由题意得$2x^2=12$,解得$x_1=\sqrt{6}$,$x_2=-\sqrt{6}$(舍去),则$2x=2\sqrt{6}$,那么其周长为$2\times(2\sqrt{6}+\sqrt{6})=6\sqrt{6}$.

13. 6　**解析**:∵一元二次方程$2x^2-4x-1=0$的两根为m,n,∴$2m^2-4m=1$,$m+n=2$,$mn=-\frac{1}{2}$,∴$3m^2-4m+n^2=2m^2-4m+m^2+$

$n^2=1+(m+n)^2-2mn=1+2^2-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=6$.

14.20%　**解析：**设进园人次的日平均增长率为 x，由题意得 $125(1+x)^2=180$，解得 $x=0.2=20\%$ 或 $x=-2.2$（不合题意，舍去），

∴进园人次的日平均增长率为 20%.

15.-2　**解析：**由方程 $x^2-(3+a)x+3a=0$ 得 $(x-3)(x-a)=0$，解得 $x_1=3,x_2=a$. ∵两个一元二次方程 $x^2-(3+a)x+3a=0$ 和 $(a-1)x^2-a^2x-a+2=0$ 互为联根方程，∴$x_1=3,x_2=a$ 可能是方程 $(a-1)x^2-a^2x-a+2=0$ 的根. 当 $x=3$ 时，则 $(a-1)\times3^2-a^2\times3-a+2=0$，即 $3a^2-8a+7=0$. ∵$\Delta=(-8)^2-4\times3\times7=-20<0$，∴此方程无实数根，即 $x=3$ 不是方程 $(a-1)x^2-a^2x-a+2=0$ 的解. 当 $x=a$ 时，则 $(a-1)\times a^2-a^2\times a-a+2=0$，即 $a^2+a-2=0$，解得 $a_1=1,a_2=-2$. ∵$a\neq1$，∴$a=-2$. 此时，方程 $(a-1)x^2-a^2x-a+2=0$ 为 $3x^2+4x-4=0$，解得 $x_1=-2,x_2=\frac{2}{3}$. 又方程 $x^2-(3+a)x+3a=0$ 的一个解为 $x=-2$，满足题意，故 a 的值为 -2.

【技法点拨】本题考查解一元二次方程及根的判别式，理解题中定义和方程的解的意义，得到关于 a 的方程是解答的关键. 先求得方程 $x^2-(3+a)x+3a=0$ 的解，再根据题中定义和方程的解的意义得到关于 a 的方程，然后解方程求得 a 值，结合根的判别式与根的关系即可求解.

16.**解析：**(1)∵$2x^2-4x-1=0$，∴$x^2-2x=\frac{1}{2}$，$x^2-2x+1=\frac{1}{2}+1$，$(x-1)^2=\frac{3}{2}$，∴$x-1=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$，∴$x_1=1+\frac{\sqrt{6}}{2}$，$x_2=1-\frac{\sqrt{6}}{2}$.

(2)∵$(y-2)(y-3)=12$，∴$y^2-5y-6=0$，$(y-6)(y+1)=0$，

∴$y_1=6,y_2=-1$.

17.**解析：**(1)$y^2-2y-1=0$

(2)设所求方程的根为 t，则 $t=\frac{1}{x}(x\neq0)$，∴$x=\frac{1}{t}(t\neq0)$.

把 $x=\frac{1}{t}$ 代入方程 $ax^2+bx+c=0$，

得 $a\left(\frac{1}{t}\right)^2+b\cdot\frac{1}{t}+c=0$，

去分母，得 $a+bt+ct^2=0$.

若 $c=0$，则有 $ax^2+bx=0$，即方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个根为 0，不符合题意，则 $c\neq0$，

故所求方程为 $ct^2+bt+a=0(c\neq0)$.

18.**解析：【解决问题】**设垂直于墙面的一边长 x 米，则平行于墙面的一边长 $(32-2x)$ 米，根据题意得 $x(32-2x)=78$，

解得 $x=3$ 或 $x=13$.

∴$32-2x=32-2\times3=26$（大于 8，舍去）或 $32-2x=32-2\times13=6$，

∴垂直于墙面的一边长 13 米，平行于墙面的一边长 6 米.

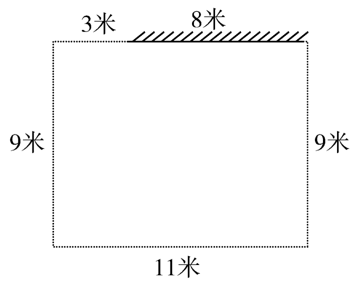
【设计方案】设垂直于墙面的一边长 p 米，平行于墙面的一边长 q 米，

根据题意得 $\begin{cases}2p+2q-8=32,\\pq=99,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}p=9,\\q=11\end{cases}$ 或 $\begin{cases}p=11,\\q=9.\end{cases}$

∴垂直于墙面的一边长 9 米，平行于墙面的一边长 11 米或垂直于墙面的一边长 11 米，平行于墙面的一边长 9 米.

画出一种方案如图：



19.**解析：**(1)由题意可知，每天能售出 $\left(150+\frac{x}{2}\times6\right)$ 千克，即 $(150+3x)$ 千克.

(2)设售价每千克下降 x 元.

由题意得 $(60-x)(150+3x)=9\ 072$，整理得 $x^2-10x+24=0$，

解得 $x_1=4,x_2=6$，∴$60-x=60-4=56$ 或 $60-x=60-6=54$，

即每千克售价为 54 元或 56 元时，每天能获得 9 072 元的销售额.

(3)按题目的条件不能达成这个“小目标”. 理由如下：

设售价每千克下降 m 元，由题意得 $(60-m)(150+3m)=10\ 000$，

整理得 $3m^2-30m+1\ 000=0$，

∴$\Delta=b^2-4ac=(-30)^2-4\times3\times1\ 000=-11\ 100<0$，

∴不能达成这个“小目标”.

20.**解析：**(1)∵一元二次方程 $x^2-3x-1=0$ 的两个根为 x_1 和 x_2，

∴$x_1+x_2=-\frac{-3}{1}=3$，$x_1x_2=\frac{-1}{1}=-1$.

(2)∵一元二次方程 $x^2-3x-1=0$ 的两根分别为 m,n，

∴$m+n=3$，$mn=-1$.

∴$\frac{n}{m}+\frac{m}{n}=\frac{n^2+m^2}{mn}=\frac{(n+m)^2-2mn}{mn}=\frac{3^2-2\times(-1)}{-1}=-11$.

(3)由题意得，$-x^2+3x+1=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{13}{4}$.

又∵$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2\geqslant0$，∴$-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2\leqslant0$，

∴$-x^2+3x+1=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{13}{4}\leqslant\frac{13}{4}$，

∴当 $x=\frac{3}{2}$ 时，代数式 $-x^2+3x+1$ 有最大值为 $\frac{13}{4}$.

第二十二章　二次函数

小阶自测卷(22.1)

1.C　**解析：**∵$y=mx(x-1)-x^2=mx^2-mx-x^2=(m-1)x^2-mx$ 是关于 x 的二次函数，∴$m-1\neq0$，∴$m\neq1$.

2.C　**解析：**$y=2x^2-8x+m=2(x^2-4x+4-4)+m=2(x-2)^2-8+m$，所以 $-8+m=-5$，解得 $m=3$.

3.D　**解析：**二次函数 $y=3(x-1)^2+2$ 的图象的开口向上，对称轴为直线 $x=1$，顶点坐标为 $(1,2)$，抛物线可由 $y=3x^2+2$ 向右平移 1 个单位得到.

4.B

5.D　**解析：**∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 是黄金抛物线，∴$b^2=c$①. 将黄金抛物线 $y=x^2+bx+c$ 向左平移 1 个单位长度得到的抛物线为 $y=(x+1)^2+b(x+1)+c$，即为 $y=x^2+(b+2)x+b+c+1$. ∵得到的抛物线 $y=x^2+(b+2)x+b+c+1$ 是黄金抛物线，∴$(b+2)^2=b+c+1$，∴$b^2+4b+4=b+c+1$，即 $b^2+3b+3=c$②. 将①代入②，得 $b^2+3b+3=b^2$，即 $3b+3=0$，解得 $b=-1$.

6.A　**解析：**由题意，二次函数的对称轴是直线 $x=t$，∴$x=0$ 时的函数值与 $x=2t$ 时的函数值相同，均为 c. 又∵$a>0$，∴抛物线开口向上.

∴当 $x>t$ 时，y 随 x 的增大而增大. 又∵$1<t<2$，∴$2<2t<4$，

∴$m<c<n$.

7.2　**解析：**∵函数 $y=(m^2-1)x^{m^2-m}$ 为关于 x 的二次函数，∴$m^2-1\neq0$ 且 $m^2-m=2$. 由 $m^2-1\neq0$，解得 $m\neq\pm1$. 由 $m^2-m=2$，解得 $m=-1$ 或 $m=2$. 综上所述，m 的值为 2.

8.$a\leqslant1$　**解析：**∵$y=-x^2+2ax$，∴抛物线开口向下，对称轴为直线 $x=-\frac{2a}{-2}=a$. ∵当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小，∴$a\leqslant1$.

9.$0\leqslant t\leqslant2\sqrt{5}$

10.**解析：**(1)把 $A(0,1)$，$B(2,-1)$ 代入 $y=x^2+px+q$，得

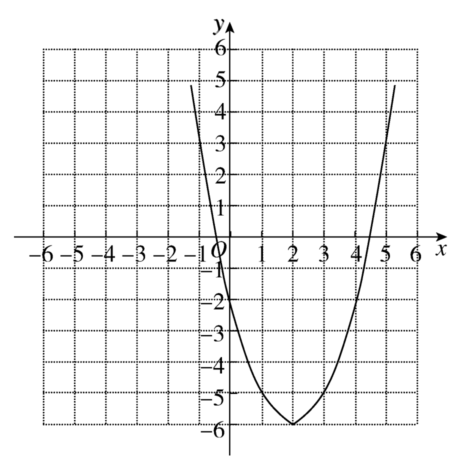
$\begin{cases}q=1,\\2p+q=-5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}q=1,\\p=-3.\end{cases}$

(2)∵把 $x=-1$ 代入 $y=x^2-3x+1$，得 $y=5$，∴点 $P(-1,2)$ 不在此函数的图象上.

11.**解析：**(1)列表如下：

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	-2	-5	-6	-5	-2	…

画图如下：



(2)∵当 $x=-2$ 时，$y=(-2)^2-4\times(-2)-2=10>5$，

∴$A(-2,5)$ 在抛物线的下方.

12.**证明：**(1)任取自变量 x_1,x_2，且满足 $x_1<x_2$.

则对应的函数值为 $y_1=kx_1+b$，$y_2=kx_2+b$，

则 $y_1-y_2=(kx_1+b)-(kx_2+b)=k(x_1-x_2)$.

∵$x_1<x_2$，∴$x_1-x_2<0$.

∵$k<0$，∴$y_1>y_2$，

即在自变量取值范围内任意的 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $y_1>y_2$，

∴函数值 y 随 x 的增大而减小.

(2)任取自变量 x_1,x_2，且满足 $-\frac{b}{2a}<x_1<x_2$，

则对应的函数值为 $y_1=ax_1^2+bx_1+c$，$y_2=ax_2^2+bx_2+c$，

则 $y_1-y_2=(ax_1^2+bx_1+c)-(ax_2^2+bx_2+c)$

$=a(x_1^2-x_2^2)+b(x_1-x_2)$

$=a(x_1+x_2)(x_1-x_2)+b(x_1-x_2)$

$=(x_1-x_2)[a(x_1+x_2)+b]$.

∵$x_1<x_2$，∴$x_1-x_2<0$.

∵$-\frac{b}{2a}<x_1<x_2$，∴$x_1+x_2>2\cdot\left(-\frac{b}{2a}\right)=-\frac{b}{a}$.

∵$a>0$，∴$a(x_1+x_2)>-\frac{b}{a}\cdot a$，即 $a(x_1+x_2)>-b$，

∴$a(x_1+x_2)+b>0$，

∴$(x_1-x_2)[a(x_1+x_2)+b]<0$，

即 $y_1<y_2$，

所以当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，对于任意 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $y_1<y_2$，函数值 y 随 x 的增大而增大.

【技法点拨】(1)任取自变量 x_1,x_2，且满足 $x_1<x_2$，则对应的函数值为 $y_1=kx_1+b$，$y_2=kx_2+b$，利用求差法，即可比较 y_1,y_2 的大小.

(2)任取自变量 x_1,x_2，且满足 $-\frac{b}{2a}<x_1<x_2$，则对应的函数值为 $y_1=ax_1^2+bx_1+c$，$y_2=ax_2^2+bx_2+c$，利用求差法，即可比较 y_1,y_2 的大小.

第二十二章　二次函数

小阶自测卷(22.2、22.3)

1.B　**解析：**∵$\Delta=4^2-4\times(-1)\times(-4)=0$，∴二次函数 $y=-x^2+4x-4$ 的图象与 x 轴只有一个公共点.

2.C　**解析：**二次函数 $y=x^2-4x+c$ 的对称轴为直线 $x=2$，观察表格得方程 $x^2-4x+c=0$ 的一个近似根（精确到 0.1）是 0.8，

∴另一个近似根 m 满足 $\frac{0.8+m}{2}=2$，∴$m=3.2$.

3.C　4.B

5. C 解析:根据从点 A 到路灯的正下方前他与路灯的距离逐渐减小,经过路灯后他与路灯的距离逐渐增大,再结合一次函数、二次函数的性质可得答案.

6. B

7. $k\geqslant3$ 解析:将抛物线 $y=x^2-6x+12$ 向下平移 k 个单位长度得 $y=x^2-6x+12-k$.∵平移后得到的抛物线与 x 轴有公共点,∴$\Delta=b^2-4ac\geqslant0$,∴$(-6)^2-4\times1\times(12-k)\geqslant0$,解得 $k\geqslant3$.

8. $x_1=-2,x_2=4$ 解析:∵一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 与二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 的图象分别交于点 $A(-2,2)$,$B(4,8)$,∴关于 x 的方程 $ax^2=kx+b$ 的解为 $x_1=-2,x_2=4$.

9. ①②③④ 解析:根据图象可知,开口向上,∴$a>0$.∵抛物线的对称轴为直线 $x=-1$,∴$b>0$.∵抛物线交 y 轴负半轴,∴$c<0$,∴$abc<0$,故①正确;∵抛物线的对称轴为直线 $x=-1$,与 x 轴的一个交点坐标为(1,0),根据抛物线的对称性可得,抛物线与 x 轴的另一个交点坐标为(-3,0),将该点坐标代入解析式可得 $9a-3b+c=0$,故②正确;∵抛物线顶点横坐标为 $x=-1$,当 $x=-1$ 时求得 y 值最小,即 $y=a-b+c$,∴无论 x 取何值时,$y=am^2+bm+c$ 总是大于或等于 $y=a-b+c$,即 $a-b\leqslant am^2+bm$,故③正确;根据绝对值的几何意义可知,$|x_1+1|$,$|x_2+1|$ 分别表示 x_1,x_2 到 -1 的距离,根据抛物线图象的性质,距离对称轴越远的点,其 y 坐标就越大,故④正确.

10. 解析:(1)由二次函数 $y=x^2+2(a+1)x+3a^2-2a+3$ 可知,二次函数的图象开口向上.

因为二次函数的图象与直线 $y=2a^2$ 有两个交点,

所以该二次函数的最小值小于 $2a^2$,

则 $\frac{4(3a^2-2a+3)-4(a+1)^2}{4}=2a^2-4a+2<2a^2$,

解得 $a>\frac{1}{2}$.

(2)因为二次函数的图象与 x 轴有交点,

所以 $\Delta=4(a+1)^2-4\times1\times(3a^2-2a+3)=-8a^2+16a-8=-8(a-1)^2\geqslant0$,所以 $8(a-1)^2\leqslant0$.

又因为 $8(a-1)^2\geqslant0$,所以 $8(a-1)^2=0$,

解得 $a=1$.

(3)证明:当 $x=0$ 时,$y=3a^2-2a+3=3\left(a-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{3}>0$,

所以二次函数的图象不经过原点.

11. 解析:(1)设购进甲、乙两款粽子分别为 x 袋、y 袋,根据题意得 $\begin{cases}x+y=100,\\35x+45y=4\ 300,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=20,\\y=80.\end{cases}$

(2)$w=(n-45)(-n+105)=-n^2+150n-4\ 725$,

∴对称轴为 $n=-\frac{150}{2\times(-1)}=75$.

∵抛物线开口向下,∴当 $n=75$ 元时,$w_{最大}=(75-45)\times(-75+105)=900$(元).

12. 解析:(1)∵抛物线 $y=ax^2+3ax+c$ 经过点 $B(1,0)$,$C(0,-3)$,

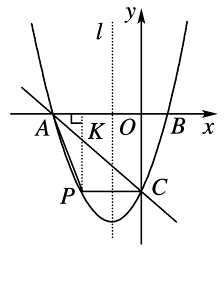
代入得 $\begin{cases}a+3a+c=0,\\c=-3,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}a=\frac{3}{4},\\c=-3,\end{cases}$ ∴抛物线的解析式为 $y=\frac{3}{4}x^2+\frac{9}{4}x-3$,

(2)令 $y=0$,则 $\frac{3}{4}x^2+\frac{9}{4}x-3=0$,则 $x_1=-4$,$x_2=1$.∴$A(-4,0)$.

设直线 AC 解析式为 $y_{AC}=kx+b$,把 $A(-4,0)$,$C(0,-3)$ 代入,

得 $\begin{cases}-4k+b=0,\\b=-3,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}k=-\frac{3}{4},\\b=-3,\end{cases}$ ∴$y_{AC}=-\frac{3}{4}x-3$.

∵$A(-4,0)$,$C(0,-3)$,∴$OA=4$,$OC=3$.



∴$S_{\triangle AOC}=6$,∴当 $S_{\triangle PAC}=\frac{3}{4}S_{\triangle AOC}$ 时,$S_{\triangle PAC}=\frac{9}{2}$.

作 $PK\perp x$ 轴,交 AC 于点 K,如图.

设 $P\left(m,\frac{3}{4}m^2+\frac{9}{4}m-3\right)$,

则 $K\left(m,-\frac{3}{4}m-3\right)$.∴$PK=y_K-y_P=-\frac{3}{4}m^2-3m$,

∴$\frac{1}{2}(x_C-x_A)PK=\frac{9}{2}$,$m^2+4m+3=0$,

∴$m_1=-1$,$m_2=-3$.

即点 P 的横坐标为 -1 或 -3.

第二十二章　二次函数

关键能力达标测试卷

1. B

2. D 解析:∵$y=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$,∴顶点坐标为(2,-3).

3. C 【解题提示】根据题意,对上(下)或左(右)平移进行分类讨论,再结合平移法则即可解决问题.

4. C 解析:根据二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象可知,$a<0$,$-\frac{b}{2a}>0$,∴$b>0$,∴一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过第一、二、四象限,不经过第三象限.

5. C 解析:由题意得二次函数的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-8}{2\times2}=2$.

∵函数图象开口向上,∴当 $x<2$ 时,y 随 x 的增大而减小.

∵$-1\leqslant x\leqslant1$,

∴当 $x=1$ 时,二次函数有最小值,即 $y=2\times1^2-8\times1+1=-5$.

【解题提示】已知二次函数的自变量的取值范围,求函数值的取值范围,必须先判定顶点是否在这个范围内,若顶点在这个范围内,就要求出其顶点的函数值和所给自变量最大、最小时的函数值,从而确定函数值的取值范围内;若顶点不在这个范围,就要先判定所给自变量的范围在对称轴左侧还是右侧,从而根据其增减性确定函数值的范围.

6. C

7. B 解析:由题意,可知 $AB=AD=BC=CD=DE=DG=2m$,$OB=OC=\frac{1}{2}BC=m$,∴$A(-m,2m)$,$F(3m,4m)$.∵抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq0)$ 恰好经过两个全等正方形的顶点 A,F,

∴$\begin{cases}2m=m^2a-mb,\\4m=9m^2a+3mb,\end{cases}$ ∴$2m^2a-2mb=9m^2a+3mb$,

∴$-5mb=7m^2a$,∴$\frac{a}{b}=\frac{-5m}{7m^2}=-\frac{5}{7m}$.

8. C 解析:∵二次函数解析式为 $y=-(x-2)^2+c$,∴二次函数图象开口向下,对称轴为 $x=2$.离对称轴越近,数值越大.点 $(-2,y_1)$ 的横坐标 -2 与 2 的距离为 $|-2-2|=4$;点 $(3,y_2)$ 的横坐标 3 与 2 的距离为 $|3-2|=1$;点 $(7,y_3)$ 的横坐标 7 与 2 的距离为 $|7-2|=5$.∵$1<4<5$,∴$y_2>y_1>y_3$.

9. B 解析:由题意,抛物线随 x 的增大而增大,又∵当 $x=-7.20$ 时,$y=-0.03<0$,而当 $x=-7.19$ 时,$y=0.01>0$,∴在 $-7.20<x<-7.19$ 时,必有一个 x 的值使得 $y=0$,∴该函数与 x 轴的其中一个交点的横坐标的范围是 $-7.20<x<-7.19$.

10. A 解析:∵抛物线开口向下,与 y 轴相交于正半轴上,∴$a<0$,$c>0$.∵对称轴为直线 $x=1$,∴$-\frac{b}{2a}=1$,∴$b=-2a>0$,∴$abc<0$,故①错误;∵抛物线的对称轴为直线 $x=1$,与 x 轴的一个交点坐标为(3,0),∴抛物线与 x 轴的另一个交点坐标为(-1,0),∴$a-b+c=0$,故②正确;∵$b=-2a$,∴$2a+b=0$,故③正确;若 $ax^2+bx+c-k=0$ 有两个实数根,则抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=k$ 相交.∵抛物线的顶点坐标为(1,4),∴$k\leqslant4$,故④正确;∵抛物线的顶点坐标为(1,4),开口向下,∴当 $x=1$ 时,y 取最大值,∴$am^2+bm+c\leqslant a+b+c$,即 $am^2+bm\leqslant a+b$,故⑤正确.综上,说法正确的是②③④⑤.

11. (1,2) 解析:将抛物线 $y=-x^2$ 先向右平移 1 个单位长度,再向上平移 2 个单位长度,抛物线解析式为 $y=-(x-1)^2+2$,∴顶点坐标为(1,2).

12. $k\leqslant4$

13. 6 解析:当小球回到地面时,$h=0$.∴$0=30t-5t^2=5t(6-t)=0$.解得 $t_1=0$(不合题意,舍去),$t_2=6$.

14. $\frac{1}{16}$ 解析:∵二次函数 $y=ax^2+c(a\neq0)$ 的图象经过点(-2,1),∴$4a+c=1$,∴$c=1-4a$,∴$ac=a(1-4a)=-4a^2+a$,∴当 $a=-\frac{1}{-8}=\frac{1}{8}$ 时,$ac_{最大}=\frac{-1}{4\times(-4)}=\frac{1}{16}$.

15. 有两个不相等的实数根

16. 解析:由表格中的对应值可知,当 $x=-1$ 时,$y=-5$,当 $x=2$ 时,$y=4$,∴$\begin{cases}a-b=-5,\\4a+2b=4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=4,\end{cases}$ ∴该二次函数的解析式为 $y=-x^2+4x$.∴当 $x=0$ 时,$y=0$,当 $x=4$ 时,$y=0$,填表如下:

x	…	-1	0	2	4	5	…
y	…	-5	0	4	0	-5	…

17. 解析:(1)设 $CD=x$ m,则 $AB=CD=x$ m,$BC=(22-2x)$m.

(2)根据题意得 $x(22-2x)=56$,

整理得 $x^2-11x+28=0$,

解得 $x_1=4$,$x_2=7$.

∵$22-2x\leqslant12$,∴$x\geqslant5$.

∴$x=7$.

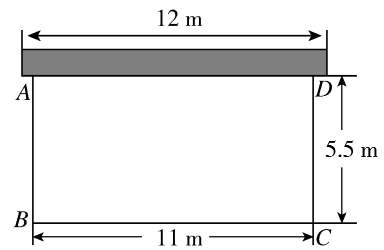
(3)由题意得 $S=x(22-2x)=-2x^2+22x=-2(x^2-11x)=-2(x-5.5)^2+60.5$.

∵$-2<0$,

∴当 $x=5.5$ 时,S 有最大值,最大值为 60.5,

此时 $BC=22-2\times5.5=11$(m).

矩形菜园面积最大的方案示意图如图:



∴矩形菜园面积能超过 56 m^2.

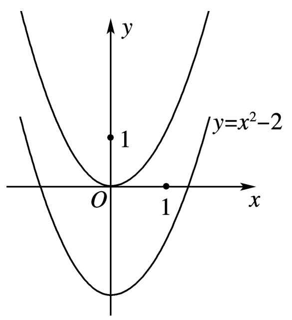
18. 解析:(1)由题意,运动员在空中运动时对应抛物线的顶点坐标为 $A\left(\frac{3}{4},\frac{9}{16}\right)$.设该抛物线的解析式为 $y=a\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{16}$.∵该抛物线经过点(0,0),∴$\frac{9}{16}a+\frac{9}{16}=0$,解得 $a=-1$,∴$y=-\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{16}=-x^2+\frac{3}{2}x$.令 $y=-10$,即 $-x^2+\frac{3}{2}x=-10$,解得 $x=4$ 或 $x=-\frac{5}{2}$(舍去),∴$B(4,-10)$.

(2)该运动员此次跳水不会失误.理由如下:∵运动员在空中调整好入水姿势时,恰好距点 E 的水平距离为 4 米,点 E 的坐标为(-1,-10),∴运动员在空中调整好入水姿势时的点的横坐标为 3,当 $x=3$ 时,$y=-3^2+\frac{3}{2}\times3=-\frac{9}{2}$,∴运动员距水面高度为 $10-\frac{9}{2}=5.5$(米).

∵$5.5>5$,∴该运动员此次跳水不会失误.

19. 解析:(1)将图中的抛物线 $y=x^2$ 向下平移 2 个单位长度,可得抛物

物线 $y=x^2-2$，如图.



(2)由题意，点 $A(x,y)$ 的"关联点"为 $A_1(x,y-x)$. 由点 $A(x,y)$ 在抛物线 $y=x^2$ 上，可得 $A(x,x^2)$，∴$A_1(x,x^2-x)$. 又∵$A_1(x,y-x)$ 在抛物线 $y=x^2-2$ 上，∴$x^2-x=x^2-2$，解得 $x=2$.

将 $x=2$ 代入 $A_1(x,x^2-x)$，得 $A_1(2,2)$.

(3)点 $A(x,y)$ 的"待定关联点"为 $A_2(x,x^2-nx)$. ∵$A_2(x,x^2-nx)$ 在函数 $y=x^2-n$ 的图象上，∴$x^2-nx=x^2-n$，∴$n-nx=0$，$n(1-x)=0$. 又∵$n\neq0$，∴$x=1$. 当 $x=1$ 时，$x^2-nx=1-n$，故可得 $A_2(1,1-n)$.

20. 解析：(1)二次函数 $y=ax^2+bx-2$ 的图象的对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}$.

因为点 $A(1,t)$，$B(2,t)$ 在该函数的图象上，

所以 $2-\left(-\frac{b}{2a}\right)=-\frac{b}{2a}-1$，所以 $-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$，所以 $\frac{b}{a}=-3$.

(2)①由(1)可得，$b=-3a$，

所以该函数的解析式为 $y=ax^2-3ax-2$，

函数图象的顶点坐标为 $\left(\frac{3}{2},-\frac{9}{4}a-2\right)$.

因为函数的最大值为 $1-\frac{3}{4}a^2$，

所以 $a<0$，且 $-\frac{9}{4}a-2=1-\frac{3}{4}a^2$，

解得 $a=-1$ 或 $a=4$(舍去)，

所以该二次函数的解析式为 $y=-x^2+3x-2$.

②证明：因为点 $M(x_1,m)$ 在函数 $y=-x^2+3x-2$ 的图象上，

所以 $m=-x_1^2+3x_1-2$.

由①知，点 $M(x_1,m)$，$N(x_2,m)$ 关于直线 $x=\frac{3}{2}$ 对称，不妨设 $x_1<x_2$，则 $x_2-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}-x_1$，即 $x_1+x_2=3$，

所以 $\frac{(x_1-1)^2}{m}-\frac{x_2-2}{x_1-2}$

$=\frac{(x_1-1)^2(x_1-2)-m(x_2-2)}{m(x_1-2)}$

$=\frac{(x_1-1)(x_1-2)(x_1-1)-m(x_2-2)}{m(x_1-2)}$

$=\frac{(x_1^2-3x_1+2)(x_1-1)-m(x_2-2)}{m(x_1-2)}$

$=\frac{-m(x_1-1)-m(x_2-2)}{m(x_1-2)}$

$=\frac{-m(x_1+x_2-3)}{m(x_1-2)}$

$=0$，

所以 $\frac{(x_1-1)^2}{m}=\frac{x_2-2}{x_1-2}$.

【技法点拨】本题考查了二次函数的解析式、二次函数的图象与性质及一元二次方程.

(1)根据二次函数的对称性求解即可；

(2)①先求出顶点坐标，然后根据最大值为 $1-\frac{3}{4}a^2$ 列方程求解即可；②先根据二次函数的对称性求出 $x_1+x_2=3$，然后把 $\frac{(x_1-1)^2}{m}-\frac{x_2-2}{x_1-2}$ 通分后代入即可求解.

第二十二章　二次函数

核心素养提优测试卷

1. C

2. C　解析：由已知条件可得抛物线的顶点坐标为(1,8)，可设解析式为 $y=a(x-1)^2+8$，代入点 $(-1,0)$，得 $a=-2$，所以该二次函数的解析式为 $y=-2(x-1)^2+8$. 把 $x=0$ 代入，得 $y=6$，所以其与 y 轴的交点坐标为(0,6).

3. B　解析：A选项中，一次函数 $y=acx-b$ 的图象过一、二、四象限，则 $ac<0$，$b<0$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的开口方向向上且与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴，则 $a>0$，$c>0$，即 $ac>0$，与 $ac<0$ 矛盾，故A错误，不符合题意；B选项中，一次函数 $y=acx-b$ 的图象过一、二、三象限，则 $ac>0$，$b<0$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的开口方向向上且与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴，则 $a>0$，$c>0$，即 $ac>0$，不存在矛盾，故B正确，符合题意；C选项中，一次函数 $y=acx-b$ 的图象过一、三、四象限，则 $ac>0$，$b>0$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的开口方向向下且与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴，则 $a<0$，$c>0$，即 $ac<0$，与 $ac>0$ 矛盾，故C错误，不符合题意；D选项中，一次函数 $y=acx-b$ 的图象过二、三、四象限，则 $ac<0$，$b>0$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的开口方向向上且与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴，则 $a>0$，$c>0$，即 $ac>0$，与 $ac<0$ 矛盾，故D错误，不符合题意.

4. D　解析：∵$y=x^2-2mx+3$，∴抛物线的对称轴是直线 $x=-\frac{-2m}{2}=m$. ∵$a=1>0$，∴抛物线上的点离对称轴越近函数值越小. 又∵对于三点 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3)，若总有 $y_1<y_2<y_3$，∴$|x_1-m|<|x_2-m|<|x_3-m|$. 再分别将选项A，B，C，D代入上面不等式，只有D满足.

5. D

6. C　解析：∵$AB=36$ 米，∴当 $x=18$ 时，$y=-\frac{1}{36}\times18^2=-9$. 当水位上升5米时，$y=-4$，把 $y=-4$ 代入抛物线解析式，得 $-4=-\frac{1}{36}x^2$，解得 $x=\pm12$，此时水面宽 $CD=24$ m.

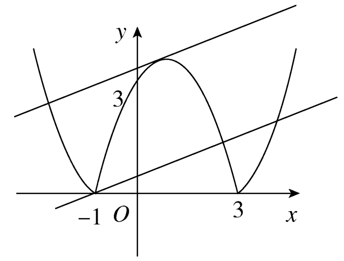
7. B　解析：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，边长为1，∴$AB=BC=CD=AD=1$，$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$. ∵$AE=BF=CG=DH=x$，∴$BE=CF=DG=AH=1-x$，∴小正方形 $EFGH$ 的面积 $=S_{正方形ABCD}-S_{\triangle AEH}-S_{\triangle BEF}-S_{\triangle FCG}-S_{\triangle DHG}=1\times1-4x\cdot(1-x)\times\frac{1}{2}=1-2x+2x^2$，∴$S_{正方形EFGH}=2x^2-2x+1=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}(0<x<1)$，∴所求函数的图象开口向上，对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$，且 x 取值范围是 $0<x<1$.

8. C　解析：设 $y=ax^2+bx+c$，将点(1,1)，(2,6)，(−2,−2)代入，得 $\begin{cases}a+b+c=1,\\4a+2b+c=6,\\4a-2b+c=-2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=2,\\c=-2.\end{cases}$ ∴$y=x^2+2x-2=(x+1)^2-3$，∴抛物线的顶点为 $(-1,-3)$，开口向上.

当 $x=-4$ 时，$y=6$，当 $x=0$ 时，$y=-2$，∴当 $-4<x<0$ 时，$-3\leqslant y<6$.

9. D　解析：∵$(-1,0)$，$(3,0)$ 是函数图象和 x 轴的交点，

∴$\begin{cases}1-b+c=0,\\9+3b+c=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-2,\\c=-3,\end{cases}$ ∴$bc=(-2)\times(-3)=6>0$，故A，B错误；如图，当直线 $y=x+m$ 与该图象恰有三个公共点时，应该有两条直线，故C错误；关于 x 的方程 $|x^2+bx+c|=3$，即 $x^2-2x-3=3$ 或 $x^2-2x-3=-3$，当 $x^2-2x-3=3$ 时，$x_1+x_2=-\frac{-2}{1}=2$，当 $x^2-2x-3=-3$ 时，$x_3+x_4=-\frac{-2}{1}=2$，∴关于 x 的方程 $|x^2+bx+c|=3$ 的所有实数根的和为 $2+2=4$，故D正确.



10. B　解析：设生产数量为 x 万件，生产成本为 y_1 元/件，销售价格为 y_2 元/件. ∵生产成本和销售价格均是生产数量的一次函数，∴设 $y_1=k_1x+b_1$，$y_2=k_2x+b_2$.

∵(1,9)，(2,8)符合 y_1，∴$\begin{cases}k_1+b_1=9,\\2k_1+b_1=8,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=-1,\\b_1=10.\end{cases}$

∴$y_1=-x+10$.

∵(1,16)，(2,14)符合 y_2，∴$\begin{cases}k_2+b_2=16,\\2k_2+b_2=14,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_2=-2,\\b_2=18.\end{cases}$

∴$y_2=-2x+18$.

设生产利润为 w，则 $w=[(-2x+18)-(-x+10)]x=(-x+8)x=-x^2+8x$.

∵$-1<0$，∴当 $x=-\frac{b}{2a}=4$ 时，利润最大.

11. $-2\,022$ 或 $2\,024$　解析：抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象经过点 $(2\,024,-2\,024)$，对称轴是直线 $x=1$，则抛物线一定经过点 $(2\,024,-2\,024)$ 关于直线 $x=1$ 的对称点 $(-2\,022,-2\,024)$. 当 $y=-2\,024$ 时，关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=-2\,024(a\neq0)$ 的两个解为 $x_1=-2\,022$，$x_2=2\,024$. ∴方程 $ax^2+bx+c+2\,024=0(a\neq0)$ 的解为 $x_1=-2\,022$，$x_2=2\,024$.

12. (3,0)或(4,0)　解析：当 $k=0$ 时，函数的解析式为 $y=-x-3$，此时函数的图象与 x 轴只有一个交点成立.

令 $y=0$，得 $0=-x-3$，解得 $x=-3$，

∴函数 $y=-x-3$ 的图象与 x 轴的交点坐标为(−3,0). 根据题意，它的"Y函数"图象与 x 轴的交点坐标为(3,0).

当 $k\neq0$ 时，∵函数 $y=\frac{k}{4}x^2+(k-1)x+k-3$ 的图象与 x 轴只有一个交点，

∴对于方程 $\frac{k}{4}x^2+(k-1)x+k-3=0$，有 $(k-1)^2-4\times\frac{k}{4}\times(k-3)=0$，解得 $k=-1$，

∴函数的解析式为 $y=-\frac{1}{4}x^2-2x-4$.

令 $y=0$，得 $0=-\frac{1}{4}x^2-2x-4$，解得 $x_1=x_2=-4$.

∴函数 $y=-\frac{1}{4}x^2-2x-4$ 的图象与 x 轴的交点坐标为(−4,0).

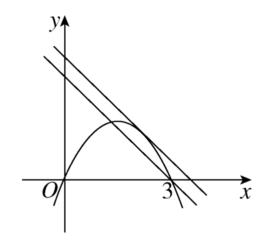
根据题意，它的"Y函数"图象与 x 轴的交点坐标为(4,0).

综上所述，它的"Y函数"图象与 x 轴的交点坐标为(3,0)或(4,0).

13. 450　解析：由题意，设垂直于墙的边长为 x 米，则平行于墙的边长为 $(60-2x)$ 米，∵墙长为40米，∴$0<60-2x\leqslant40$，∴$10\leqslant x<30$. 又∵菜园的面积 $=x(60-2x)=-2x^2+60x=-2(x-15)^2+450$，∴当 $x=15$ 时，可围成的菜园的最大面积是450，即垂直于墙的边长为15米时，可围成的菜园的最大面积是450平方米.

14. ①②④

15. $3\leqslant k<4$　解析：由题意可知二次函数 $y=-x^2+3x$ 的图象与直线 $y=k-x$ 在 $0\leqslant x\leqslant3$ 的范围内有两个交点. 令 $y=-x^2+3x=0$，解得 $x=0$ 或3，∴二次函数 $y=-x^2+3x$ 的图象与 x 轴的交点为(0,0)，(3,0). 令 $-x^2+3x=k-x$，整理得 $x^2-4x+k=0$. 当直线 $y=k-x$ 与抛物线相切时，$\Delta=(-4)^2-4k=0$，解得 $k=4$，当直线过点(3,0)时，$0=k-3$，解得 $k=3$，∴若二次函数 $y=-x^2+3x$ 的图象上存在两个"k级和值点"，则 k 的取值范围为 $3\leqslant k<4$.

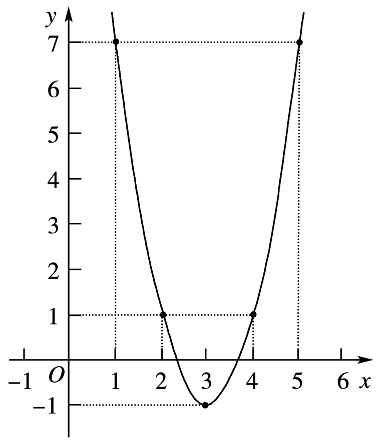


16. **解析**:(1)把(2,1)代入 $y=a(x-3)^2-1$,得 $1=a(2-3)^2-1$,

∴$a=2$,∴$y=2(x-3)^2-1$,列表:

x	…	1	2	3	4	5	…
y	…	7	1	−1	1	7	…

描点,连线:



(2)由(1)图象得,抛物线向上平移 1 个单位,所得抛物线与 x 轴只有 1 个公共点.

17. **解析**:(1)∵二次函数 $y=x^2-ax+b$ 在 $x=-1$ 和 $x=5$ 时的函数值相等,∴对称轴为直线 $x=\frac{-1+5}{2}=2$.

(2)由(1)得,对称轴是直线 $x=2=-\frac{-a}{2}$,∴$a=4$,∴抛物线为 $y=x^2-4x+b$.又∵二次函数 $y=x^2-ax+b$ 的图象与 x 轴只有一个交点,∴$\Delta=16-4b=0$,∴$b=4$.

18. **解析**:(1)由题意,得 $y=(40-x-15)(60+4x)=-4x^2+40x+1\ 500(0<x\leqslant 25)$.

(2)$y=-4x^2+40x+1\ 500=-4(x-5)^2+1\ 600$,

∵$-4<0$,$0<x\leqslant 25$,

∴当 $x=5$ 时,y 取得最大值,此时售价为 $40-5=35$(元),

∴当售价为 35 元时,日销售总利润最大,是 1 600 元.

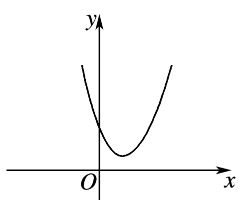
19. **解析**:(1)AC

(2)$a>0$ 时,抛物线开口向上,

当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时,有 $4ac-b^2>0$.

∵$a>0$,∴顶点纵坐标 $\frac{4ac-b^2}{4a}>0$,

∴顶点在 x 轴的上方,抛物线与 x 轴无交点,如图,



∴一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 无实数根.

(3)可用函数观点认识二元一次方程组的解.(答案不唯一)

20. **解析**:(1)把(1,0)代入 $y=x^2-ax+5$,得 $1-a+5=0$.

解得 $a=6$.

(2)由(1)知 $y=x^2-6x+5$,

∴对称轴为直线 $x=-\frac{-6}{2\times 1}=3$.

∵点 $A(0,t)$ 在 y 轴上,过点 $A(0,t)$ 与 x 轴平行的直线交抛物线于 B,C 两点,

∴B,C 两点关于对称轴对称,点 B,C 的纵坐标均为 t.

又∵点 B 为线段 AC 的中点,

∴$x_C=2x_B$,

∴$\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{3}{2}x_B=3$,

∴$x_B=2$.

把 $x=2$ 代入 $y=x^2-6x+5$,得 $y=2^2-6\times 2+5=-3$.

∴$t=-3$.

(3)∵$y=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$,

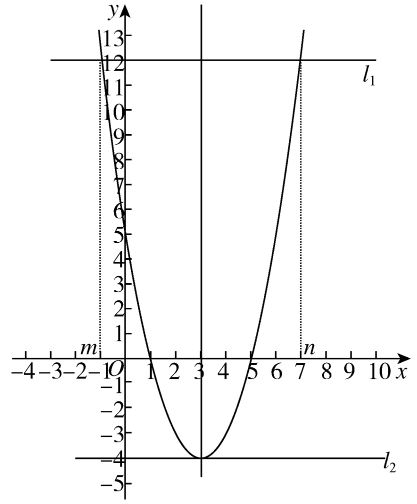
∴抛物线的顶点坐标为(3,−4).

当抛物线的一段 $y=x^2-ax+5(m\leqslant x\leqslant n)$ 夹在两条均与 x 轴平行的直线 l_1,l_2 之间时,m,n 为直线与抛物线的交点.

∴要使 $n-m$ 最大,则 m,n 为一条直线与抛物线的交点,$x=m$ 和 $x=n$ 关于对称轴对称.

又∵直线 l_1,l_2 之间的距离为 16,为定值,

∴当一条直线恰好经过抛物线的顶点(3,−4),即 $y=-4$ 时,$n-m$ 最大,此时另一条直线的解析式为 $y=16-4=12$,如图,



∴当 $x^2-6x+5=12$ 时,解得 $x_1=7$,$x_2=-1$,

即 $n=7$,$m=-1$,

∴$n-m$ 的最大值为 $7-(-1)=8$.

【思路点拨】(1)待定系数法求出函数解析式即可.

(2)先求出对称轴,由题意,可知点 B,C 关于对称轴对称,点 B,C 的纵坐标均为 t,由点 B 为线段 AC 的中点得到 $x_C=2x_B$,由对称性得到 $\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{3}{2}x_B=3$,求出 x_B,再代入函数解析式求出 t 的值即可.

(3)根据题意,易得要使 $n-m$ 最大,则 m,n 为一条直线与抛物线的交点,$x=m$ 和 $x=n$ 关于对称轴对称,根据直线 l_1,l_2 之间的距离为 16,为定值,得到当一条直线恰好经过抛物线的顶点(3,−4),即 $y=-4$ 时,$n-m$ 最大,此时另一条直线的解析式为 $y=16-4=12$.令 $x^2-6x+5=12$,求出 x 的值,进而确定 m,n 的值,进行求解即可.

第二十三章　旋转

关键能力达标测试卷

1. A

2. A　**解析**:∵点 $P(1,2)$,

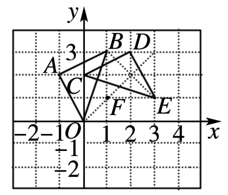
∴关于坐标原点的对称点 P' 的坐标为(−1,−2).

3. D　**解析**:∵小明的位置从点 A 运动到了点 A',

∴$OA=OA'$,∴$\angle OAA'=\angle OA'A=55°$,∴$\angle A'OA=180°-55°-55°=70°$,∴秋千旋转的角度为 70°.

4. B　5. D　6. C　7. B　8. A

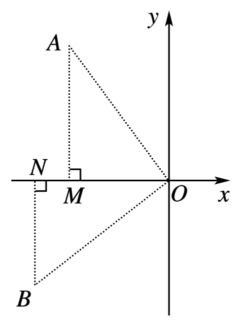
9. C　**解析**:根据旋转中心的确定方法可知,旋转中心是对应点连线的垂直平分线的交点.如图,连接 OC,BE,作 OC 和 BE 的垂直平分线交于点 F,点 F 即为旋转中心,所以旋转中心的坐标为(1,1).



10. D　【技法点拨】根据中心对称的性质可得 P_1,P_2,P_3,P_4,P_5,P_6 坐标,即可找出 6 个点一循环,从而求出点 $P_{2\,025}$ 的坐标.

11. 90

12. (−4,−3)　**解析**:如图所示,连接 AO,BO,分别过点 A 和点 B 作 x 轴的垂线,垂足分别为 M 和 N.由旋转可知,$AO=BO$,$\angle AOB=90°$,



∴$\angle AOM+\angle NOB=\angle NOB+\angle B=90°$,

∴$\angle AOM=\angle B$.

在△AOM 和△OBN 中,

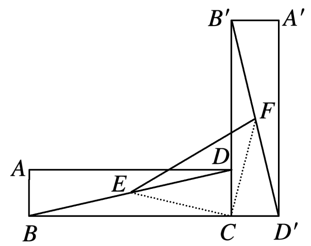
$\begin{cases}AO=BO,\\ \angle AOM=\angle B,\\ \angle AMO=\angle ONB,\end{cases}$

∴△AOM≌△OBN(AAS),∴$BN=OM$,$NO=AM$.

∵点 A 的坐标为(−3,4),∴$BN=OM=3$,$ON=AM=4$,

∴点 B 的坐标为(−4,−3).

13. 5　**解析**:(1)如图,连接 CE,CF.



∵四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴$\angle BCD=90°$,$AB=CD=1$ cm.

∵$BC=7$ cm,

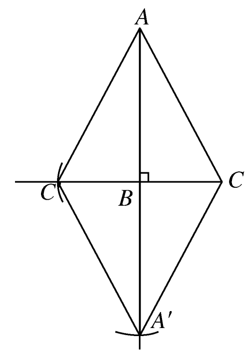
∴$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{7^2+1^2}=5\sqrt{2}$(cm).

∵E 是 BD 的中点,∴$CE=\frac{1}{2}BD=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm.

由旋转得 $CE=CF$,$\angle ECF=90°$,∴$EF=\sqrt{2}CE=5$(cm).

14. 12　15. $\left(\frac{110}{3}\right)°$

16. **解析**:(1)根据题意补全图形,如图所示.



(2)证明:∵△ABC 绕点 B 逆时针旋转 180°得到△$A'BC'$,

∴$BC=BC'$,$BA=BA'$,

∴四边形 $AC'A'C$ 是平行四边形.

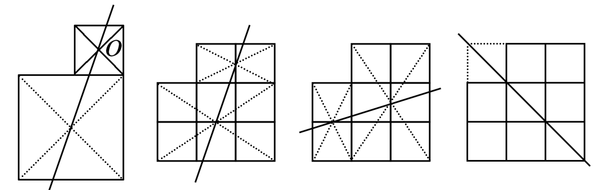
∵$\angle B=90°$,

∴$AA'\perp CC'$,

∴四边形 $AC'A'C$ 是菱形.

17. **解析**:(1)=

(2)如图②所示.

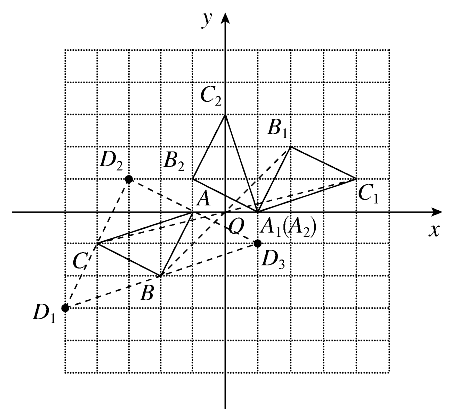


图②　　图③

(3)如图③所示.

18. **解析**:(1)如图,△$A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2)如图,△$A_2B_2C_2$ 即为所求.



(3)如图,点 D_1,D_2,D_3 均满足题意,∴以 A,B,C 为顶点的平行四边形的第四个顶点 D 的坐标为(−5,−3)或(−3,1)或(1,−1).

19. **解析**:(1)证明:∵四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴$AD=AB$,$\angle ADE=\angle ABC=90°$.

∵点 F 是线段 CB 的延长线上的点,

∴$\angle ABF=90°$.

在$\triangle ADE$和$\triangle ABF$中，$\begin{cases}AD=AB,\\ \angle ADE=\angle ABF,\\ DE=BF,\end{cases}$

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle ABF(SAS)$.

(2)$\because \triangle ADE\cong\triangle ABF$，

$\therefore \angle BAF=\angle DAE$.

又$\because \angle DAE+\angle EAB=90°$，

$\therefore \angle BAF+\angle EAB=90°$，即$\angle FAE=90°$，

$\therefore \triangle ABF$可以由$\triangle ADE$绕点A沿顺时针方向旋转$90°$得到.(也可用$\angle DAB=90°$求解)

(3)$\because BC=8$，$\therefore AD=8$.

在Rt$\triangle ADE$中，$\because DE=4$，$AD=8$，

$\therefore AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=4\sqrt{5}$.

$\because \triangle ABF$可以由$\triangle ADE$绕旋转中心点A按顺时针方向旋转$90°$得到，

$\therefore AF=AE$，$\angle EAF=90°$，

$\therefore S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}AE^2=\frac{1}{2}\times 80=40$.

20. **解析**：(1)证明：$\because \triangle ABC$绕点C顺时针旋转得到$\triangle DEC$，

$\therefore \angle A=\angle CDE$，$CA=CD$，$\therefore \angle A=\angle ADC$，

$\therefore \angle CDE=\angle ADC$，

$\therefore DC$平分$\angle ADE$.

(2)$BE\perp AB$.理由如下：

$\because \angle ACD+\angle DCO=\angle BCE+\angle DCO=90°$，

$\therefore \angle ACD=\angle BCE$.

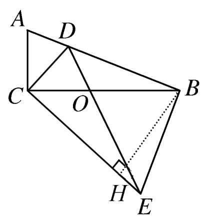
$\because CA=CD$，$CB=CE$，

$\therefore \angle A=\angle ADC=\angle CBE=\angle CEB$.

$\because \angle ABC+\angle A=90°$，

$\therefore \angle ABC+\angle CBE=90°$，$\therefore BE\perp AB$.

(3)如图，作$BH\perp CE$于点H.



$\because \angle DBO=\angle CEO$，$\angle DOB=\angle COE$，

$\therefore \angle BDO=\angle BCE=45°$.

$\because BE\perp AB$，$\therefore \triangle BDE$是等腰直角三角形.

$\because \triangle BCH$是等腰直角三角形，

$\therefore CH^2+BH^2=BC^2$，

$\therefore CH^2=BH^2=\frac{BC^2}{2}=1$，

$\therefore CH=BH=1$，

$\therefore HE=CE-CH=\sqrt{2}-1$，

$\therefore BE^2=BH^2+EH^2=4-2\sqrt{2}$，

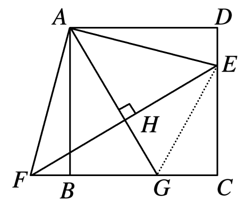
$\therefore \triangle BDE$的面积$=\frac{1}{2}BD\cdot BE=\frac{1}{2}BE^2=2-\sqrt{2}$.

第二十三章　旋转

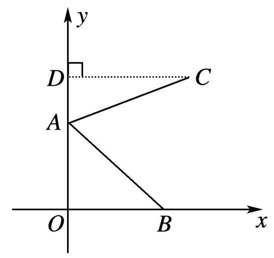
核心素养提优测试卷

1.B　2.B　3.C　4.C　5.D

6.B　**解析**：连接EG，如图.由题意，将$\triangle ADE$绕点A顺时针旋转$90°$到$\triangle ABF$的位置，过点A作EF的垂线，$BG=6$，$CG=4$，得$AE=AF$，$DE=BF$，得AG垂直平分FE，所以$EG=FG$.由$AB=BC=BG+GC=6+4=10$.设$CE=x$，则$DE=10-x=BF$，$EG=FG=BF+BG=16-x$.由$CE^2+CG^2=EG^2$，解得$x^2+4^2=(16-x)^2$，得$CE=x=\frac{15}{2}$.即CE的长为$\frac{15}{2}$.



7.B　**解析**：过点C作$CD\perp y$轴交于点D，如图.



$\because$点A的坐标为$(0,4)$，点B的坐标为$(4,0)$，$\therefore OA=4$，$OB=4$.

$\because \angle AOB=90°$，

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=4\sqrt{2}$.

由旋转可知，$AC=AB=4\sqrt{2}$.

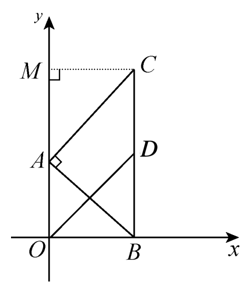
$\because$点C的坐标为$(m,6)$，$\therefore OD=6$，

$\therefore AD=OD-OA=2$.

$\because CD\perp y$轴，$\therefore CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-2^2}=2\sqrt{7}$，

$\therefore$点C的坐标为$(2\sqrt{7},6)$，即m的值为$2\sqrt{7}$.

8.C　**解析**：如图，过点C作y轴的垂线，垂足为M.



由旋转可知，$AC=AB$，$\angle CAB=90°$，

所以$\angle CAM+\angle BAO=\angle BAO+\angle ABO=90°$，所以$\angle CAM=\angle ABO$.

在$\triangle ACM$和$\triangle BAO$中，

$\begin{cases}\angle CMA=\angle AOB,\\ \angle CAM=\angle ABO,\\ AC=BA,\end{cases}$

所以$\triangle ACM\cong\triangle BAO(AAS)$，所以$CM=AO$，$AM=BO$.

令点B的坐标为$(m,0)$，所以$AM=BO=m$.

又因为点A的坐标为$(0,6)$，所以$CM=AO=6$，所以$MO=m+6$，

所以点C的坐标为$(6,m+6)$.

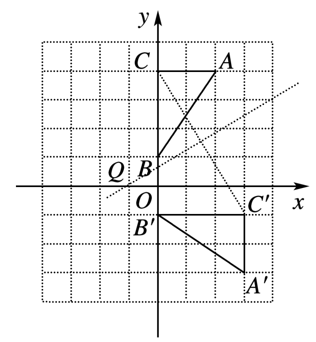
因为点D为BC的中点，所以点D的坐标为$\left(\frac{m+6}{2},\frac{m+6}{2}\right)$.

因为$OD\parallel AC$，所以$\frac{\frac{m+6}{2}-0}{\frac{m+6}{2}-0}=\frac{m+6-6}{6-0}$，

解得$m=6$，即点B的横坐标为6.

9.A　10.C

11.$(-1,0)$　**解析**：如图所示，点Q即为旋转中心，其坐标为$(-1,0)$.



【技法点拨】求旋转中心的坐标，一般先要按照旋转的性质——对应点到旋转中心的距离相等，用几何的方法找到旋转中心，再确定它的坐标.

12.$(\sqrt{3},-1)$

13.70　**解析**：$\because$将Rt$\triangle ABC$绕顶点A顺时针旋转一定角度得到Rt$\triangle AB'C'$，此时点C的对应点C'恰好落在AB边上，

$\therefore AB=AB'$，$\angle BC'B'=90°$，$\angle B'AC'=\angle BAC$，

$\therefore \angle ABB'=\angle AB'B$.

而$\angle BB'C'=35°$，

$\therefore \angle ABB'=90°-35°=55°$，

$\therefore \angle BAC=\angle B'AC'=180°-55°\times 2=70°$.

14.22　**解析**：由题图3得，当点D在点O的右侧，即点D_1位置时，点B与点E的距离为BE_1，由题图4得，当点D在点O的左侧，即点D_2位置时，点B与点E重合，即点E_2位置，

$\therefore BE_1=OD_1+OD_2=2OD_2$.

$\because AD_2-AC_1=50$ mm，

$\therefore (AO-OD_2)-(AO-OC_1)=50$ mm，$\therefore OC_1-OD_2=50$ mm，

$\therefore OC_1=OD_2+50$.

$\because CD=OC+OD=OC_1+OD_1=OD_2+50+OD_1=2OD_2+50=72$ mm，

$\therefore 2OD_2=22$ mm，$\therefore BE_1=22$ mm.

15.15或60　**解析**：如图，延长C交MN于点P.

$\because \angle EDF=\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，

$\therefore \angle ABC=60°$.

$\because GH\parallel MN$，

$\therefore \angle BPN=\angle ABC=60°$.

①如图1，当$DE\parallel BC$时，

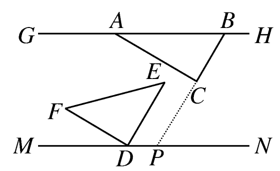


图1

则$\angle EDN=\angle BPN=60°$，

$\therefore$此时旋转的度数为$90°-60°=30°$，

$\therefore t=\frac{30}{2}=15(s)$；

②如图2，当$DF\parallel BC$时，

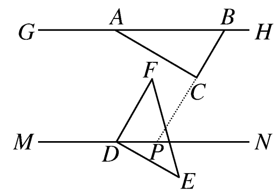


图2

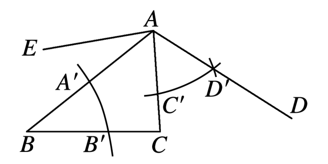
则$\angle FDN=\angle BPN=60°$，

$\therefore$此时旋转的度数为$180°-60°=120°$，

$\therefore t=\frac{120}{2}=60(s)$.

综上所述，经过15 s或60 s边BC与三角板DEF的一条直角边平行.

16. **解析**：(1)如图所示，线段AD即为所求.



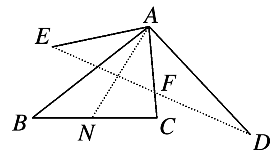
作法提示：①以点B为圆心，以任意长为半径作弧，分别交BC，BA于点B'，A'；

②以点A为圆心，同样长度为半径作弧，交AC于点C'；

③以点C'为圆心，以$A'B'$为半径作弧，交过点C'的弧于点D'；

④经过点D'作线段$AD=AB$即可.

(2)$DF=EF$.理由如下：



在CB上取点N使得$\angle BAN=\angle ADF$.

由旋转可知$AD=AB$，$\angle BAD=180°-\alpha$，

$\therefore \angle CAD+\angle BAC=180°-\alpha$.

$\because \angle C=\alpha$，

$\therefore \angle B+\angle BAC=180°-\alpha$，

$\therefore \angle B=\angle CAD$.

在$\triangle ADF$和$\triangle BAN$中，$\begin{cases}\angle B=\angle FAD,\\ AD=BA,\\ \angle BAN=\angle ADF,\end{cases}$

$\therefore \triangle ADF\cong\triangle BAN(ASA)$，$\therefore AN=DF$，$\angle ANB=\angle DFA$.

$\because \angle AFD=\angle E+\angle EAF$，$\angle BNA=\angle CAN+\angle C$，$\angle EAF=\angle C=\alpha$，

$\therefore \angle E=\angle CAN$.

在$\triangle EAF$和$\triangle ACN$中，$\begin{cases}\angle EAF=\angle C,\\ AE=AC,\\ \angle E=\angle CAN,\end{cases}$

又$\because AE=AC$，$\angle EAF=\angle C$，

$\therefore \triangle EAF\cong\triangle ACN(ASA)$，

$\therefore AN=EF$，$\therefore DF=EF$.

17. **解析**：(1)如图1，线段CD即为所求.

(2)如图2，线段EF即为所求.

(3)如图3，四边形$ABGH$即为所求.

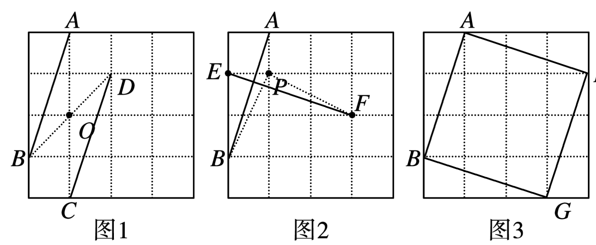


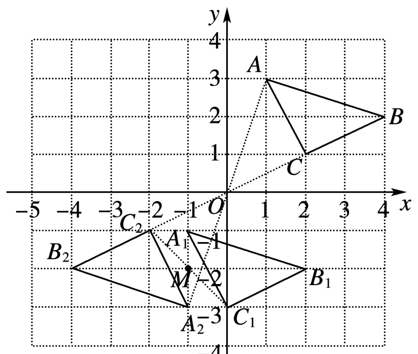
图1　　图2　　图3

18. **解析**：(1)由题意得，$\triangle ABC$向左平移2个单位长度，向下平移4

个单位长度得到$\triangle A_1B_1C_1$，

∴点C的对应点C_1的坐标为(0,−3)。

(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$即为所求。



(3)连接A_1A_2，B_1B_2，C_1C_2，相交于点M，则$\triangle A_1B_1C_1$与$\triangle A_2B_2C_2$关于点M成中心对称，∴点M的坐标为(−1,−2)。

四边形$C_2A_1C_1A_2$的面积为$1\times 2=2$。

19. **解析**:(1)如图1,过点D作$DH\perp BC$于点H.

∵$DF=DC$,∴$FC=2FH$.

∵$AD\parallel BC$,$AB\perp BC$,∴$\angle A=180^\circ-\angle ABC=90^\circ$,

∴$\angle A=\angle ABC=\angle DHB=90^\circ$,

∴四边形$ABHD$是矩形,∴$BH=AD=a$,

由旋转知$BF=AD=a$,

∴$FH=BH+BF=2a$,∴$FC=2FH=4a$,

∴$BC=FC-FB=4a-a=3a$.

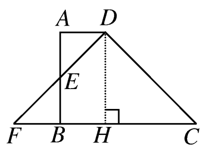


图1

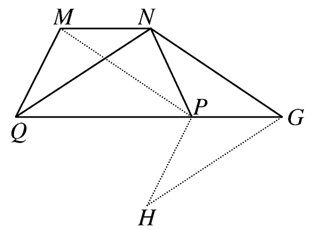


图2

(2)如图2,连接QN,MP,把$\triangle MNQ$沿MP平移使点M与点P对应,得到$\triangle PGH$;再把$\triangle PGH$沿QG对折,得到$\triangle NPG$,点H与点N是对应点,则$\triangle NQG$是等腰三角形,其中两腰分别为NQ,NG,点N,Q分别是梯形的顶点.

20. **解析**:(1)∵$\triangle ABC$为等边三角形,将$\triangle ABC$绕点A旋转180°,得到$\triangle ADE$,

∴$AC=AE=AB=BC$,∴$\angle AEB=\angle ABE$,$\angle ABC=\angle C$,

∴$2(\angle ABE+\angle ABC)=180^\circ$,∴$\angle EBC=90^\circ$.

∵点F是BE的中点,点A是BD的中点,

∴$AF=\frac{1}{2}DE$.

(2)由旋转的性质,可知$AB=AD=AE=DE$,$\angle BAD=30^\circ$,$\angle DAE=\angle BAC=60^\circ$,

∴$\angle BAE=\angle BAD+\angle DAE=90^\circ$,

∴$\triangle ABE$是等腰直角三角形,∴$\angle ABE=45^\circ$,

∴$\angle EBC=\angle ABC-\angle ABE=15^\circ$.

∵点F是BE的中点,∴$AF=\frac{\sqrt{2}}{2}AB$,

∴$AF=\frac{\sqrt{2}}{2}DE$.

(3)分以下两种情况进行讨论:

①如图1,当点E在BC下方时,

根据题意,得$\triangle ABC$为等腰直角三角形,

∴$\angle ABC=45^\circ$.

∵$\angle EBC=15^\circ$,∴$\angle ABF=60^\circ$.

∵$AB=AE$,点F是BE的中点,∴$AF\perp BE$,

∴$AF=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\sqrt{3}$.

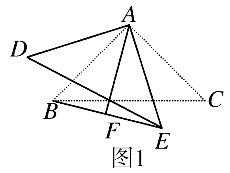


图1

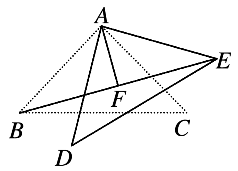


图2

②如图2,当点E在BC上方时,

同理,可得$\angle ABE=30^\circ$,$AF=\frac{1}{2}AB=1$.

综上所述,AF的长为$\sqrt{3}$或1.

第二十四章　圆

小阶自测卷(24.1)

1. C　**解析**:在同圆或等圆中相等的圆心角所对的弧相等,①错误;平分弦的直径垂直于弦,其中被平分的弦不能是直径,若是直径则错误,②错误;对称轴是直线,而直径是线段,③错误.

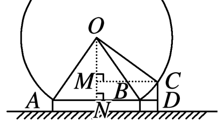
2. C　3. D　4. A

5. C　**解析**:∵点A为$\overset{\frown}{BC}$的中点,∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$,∴$\angle BOA=2\angle ADC$.

∵$\angle BOA=\alpha$,∴$\angle ADC=\frac{1}{2}\alpha$.

6. A　**解析**:∵$\angle COD=50^\circ$,∴$\angle OCD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle COD)=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$.∵$OB=OC$,∴$\angle OBC=\angle OCB$,∴$\angle OCB=\angle BCD-\angle OCD=105^\circ-65^\circ=40^\circ$,∴$\angle OBC=40^\circ$.

7. B　**解析**:过点O作$ON\perp AB$于点N,过点C作$CM\perp ON$于点M,如图所示.则$AN=NB=\frac{1}{2}AB=1.2$米,$\angle OND=\angle CMN=90^\circ$.



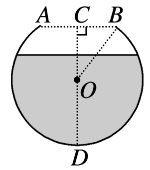
∵$DC\perp AB$,∴$\angle CDN=90^\circ$,∴四边形

$CDNM$是矩形,∴$MN=CD=0.4$米,$CM=DN=BD+NB=1.6$米.设该圆的半径长为r米,根据题意得$ON-OM=0.4$米,∴$\sqrt{r^2-1.2^2}-\sqrt{r^2-1.6^2}=0.4$,∴解得$r=2.0$.经检验$r=2.0$是方程的根,即此月亮门的半径为2.0米.

8. 33°　【解题提示】根据圆周角定理求出$\angle ACB=90^\circ$,根据直角三角形的性质求出$\angle B=66^\circ$,再根据平行线的性质及圆周角定理求解即可.

9. 10　**解析**:∵$OC\perp AB$,∴$AD=BD=8$米.设$BO=x$米,则$DO=(x-4)$米.在Rt$\triangle OBD$中,$BD^2+DO^2=BO^2$,即$8^2+(x-4)^2=x^2$,解得$x=10$,即桥拱所在圆的半径是10米.

10. 18　**解析**:如图,连接AB,OB,过点O作$OC\perp AB$于点C,延长CO交$\odot O$于点D.∵$OC\perp AB$,∴$AC=CB=6$ cm.由题意可知,$OB=10$ cm.∴在Rt$\triangle OBC$中,$OC=\sqrt{OB^2-BC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm),∴$CD=OC+OD=8+10=18$(cm),即这个水容器所能装水的最大深度是18 cm.

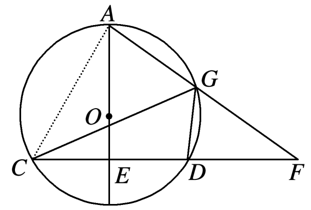


11. **证明**:如图,连接AC.∵四边形$ACDG$是圆内接四边形,

∴$\angle FGD=\angle ACD$.

∵弦$CD\perp AB$于点E,∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AD}$,∴$\angle AGC=\angle ACD$,

∴$\angle FGD=\angle AGC$.



12. **解析**:(1)如图1所示,点P即为所求.

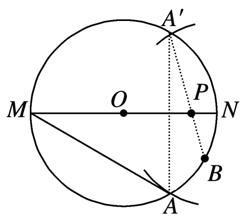


图1

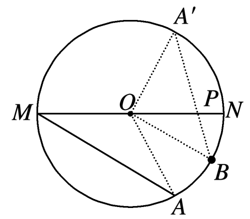


图2

(2)由(1)可知,$PA+PB$的最小值即为$A'B$的长.连接OA',OB,OA,如图2.

∵点A'为点A关于直线MN的对称点,$\angle AMN=30^\circ$,

∴$\angle AON=\angle A'ON=2\angle AMN=2\times30^\circ=60^\circ$.

又∵B为$\overset{\frown}{AN}$的中点,∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BN}$,

∴$\angle BON=\angle AOB=\frac{1}{2}\angle AON=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$.

∴$\angle A'OB=\angle A'ON+\angle BON=60^\circ+30^\circ=90^\circ$.

又∵$MN=4$,∴$OA'=OB=\frac{1}{2}MN=\frac{1}{2}\times4=2$,

∴在Rt$\triangle A'OB$中,$A'B=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$.

即$PA+PB$的最小值为$2\sqrt{2}$.

13. **解析**:(1)证明:∵$OA=OB$,$OE\perp AB$于点F,∴$AF=BF$.

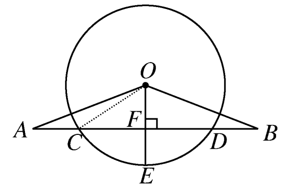
又∵OE是$\odot O$的半径,$OE\perp AB$,

∴$CF=DF$,∴$AC=BD$.

(2)如图,连接OC.设$\odot O$的半径为r,则$OC=OE=r$.

由$EF=3$,得$OF=OE-EF=r-3$.

∵OE是$\odot O$的半径,$OE\perp AB$,$CD=6\sqrt{3}$,



∴$CF=\frac{1}{2}CD=3\sqrt{3}$.

在Rt$\triangle COF$中,由勾股定理,得$(r-3)^2+(3\sqrt{3})^2=r^2$,解得$r=6$,

∴$\odot O$的半径为6.

第二十四章　圆

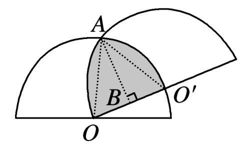
小阶自测卷(24.2～24.4)

1. A　**解析**:∵点P在$\odot O$外,∴$d>r=3$.

2. D　**解析**:设这个三角形的内切圆半径是r.∵三角形周长为12,面积为6,∴$\frac{1}{2}\times12r=6$,解得$r=1$.

3. A　4. B　5. A

6. A　**解析**:如图,连接OA,AO',作$AB\perp OO'$于点B.∵$OA=OO'=AO'=2$,∴三角形AOO'是等边三角形,∴$\angle AOO'=60^\circ$,$OB=\frac{1}{2}OO'=1$,∴$AB=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$,



∴$S_{弓形AO'}=S_{扇形AOO'}-S_{\triangle AOO'}=\frac{60\pi\times2^2}{360}-2\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}$,

∴$S_{阴影}=S_{弓形AO'}+S_{扇形AO'O}=\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$.

7. D

8. A　**解析**:如图,连接OB.

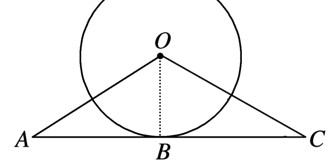
∵AC是$\odot O$的切线,点B为切点,

∴半径$OB\perp AC$.

∵$\angle A=30^\circ$,$AB=2\sqrt{3}$,

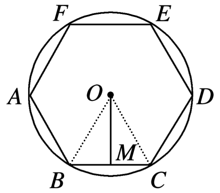
∴$OB=\frac{\sqrt{3}}{3}AB=2$.

∵$BC=4$,∴$OC=\sqrt{OB^2+BC^2}=2\sqrt{5}$.



9. $6\sqrt{3}$　**解析**:连接OB,OC,如图所示.∵六边形$ABCDEF$是正六边

形，$\therefore \angle BOC=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$，$OB=OC$，



$\therefore \triangle BOC$ 为等边三角形，$\therefore OB=BC=OC$.

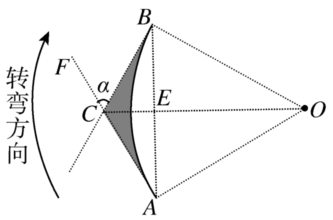
$\because OM\perp BC$，$\therefore BM=MC=\frac{1}{2}BC$，$\angle BOM=\frac{1}{2}\angle BOC=30^\circ$，$\therefore BM=\frac{1}{2}BO$.根据勾股定理，得 $BO^2-BM^2=OM^2$，即 $BO^2-\left(\frac{1}{2}BO\right)^2=(\sqrt{3})^2$，解得 $BO=2$，负值舍去.

$\therefore BC=BO=2$ mm，

$\therefore S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}BC\cdot OM=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{mm}^2)$，

$\therefore S_{六边形ABCDEF}=6S_{\triangle BOC}=6\sqrt{3}(\text{mm}^2)$.

10. $\frac{2\sqrt{3}-\pi}{2}$ m^2 **解析：**如图，连接 AB，OC. $\because AC$，BC 分别与 $\odot O$ 相切于点 A，B，$\alpha=60^\circ$，$\therefore AC\perp OA$，$BC\perp OB$，$AC=BC$，$\angle OCA=\angle OCB$，$\therefore \angle OAC=\angle OBC=90^\circ$，$CO\perp AB$，$\therefore \angle AOB+\angle ACB=360^\circ-\angle OAC-\angle OBC=180^\circ$. $\because \angle BCF+\angle ACB=180^\circ$，$\therefore \angle AOB=\angle BCF=\alpha=60^\circ$. $\because OA=OB=\sqrt{3}$ m，$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，$\therefore AB=OA=\sqrt{3}$ m. $\because \angle COA=\angle COB=\frac{1}{2}\angle AOB=30^\circ$，$\therefore OC=2AC$. $\because OA=\sqrt{OC^2-AC^2}=\sqrt{(2AC)^2-AC^2}=\sqrt{3}AC=\sqrt{3}$，$\therefore AC=1$ m，$\therefore OC=2$ m，$\therefore S_{阴影}=S_{四边形AOBC}-S_{扇形AOB}=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}-\frac{60\pi\times(\sqrt{3})^2}{360}=\frac{2\sqrt{3}-\pi}{2}(\text{m}^2)$.



11. **解析：**(1)由题意得，圆形团扇的半径为 $\sqrt{\frac{300}{\pi}}=\frac{10\sqrt{3\pi}}{\pi}$(厘米)，正方形团扇的边长为 $\sqrt{300}=10\sqrt{3}$(厘米).

(2)$\because$ 圆形团扇的半径为 $\frac{10\sqrt{3\pi}}{\pi}$ 厘米，

$\therefore$ 圆形团扇的周长为 $2\pi\times\frac{10\sqrt{3\pi}}{\pi}=20\sqrt{3\pi}$(厘米).

$\because$ 正方形团扇的边长为 $10\sqrt{3}$ 厘米，

$\therefore$ 正方形团扇的周长为 $10\sqrt{3}\times 4=40\sqrt{3}$(厘米).

$\because 40\sqrt{3}=20\times\sqrt{3\times 2^2}=20\sqrt{12}$，$3<\pi<4$，$\therefore 20\sqrt{3\pi}<40\sqrt{3}$，

$\therefore$ 圆形团扇的扇面所用的包边长度更短.

12. **解析：**(1)证明：$\because AD\perp OB$ 于点 D，$\therefore \angle ADB=90^\circ$.

$\because AC$ 是 $\angle BAD$ 的平分线，$\therefore \angle DAC=\angle BAC$.

$\because OA=OC$，$\therefore \angle OAC=\angle OCA$.

$\because \angle OAC=\angle OAD+\angle DAC=\angle OAD+\angle BAC$，$\angle OCA=\angle B+\angle BAC$，

$\therefore \angle OAD+\angle BAC=\angle B+\angle BAC$，$\therefore \angle OAD=\angle B$，

$\therefore \angle OAB=\angle OAD+\angle BAD=\angle B+\angle BAD=90^\circ$.

$\because OA$ 是 $\odot O$ 的半径，且 $AB\perp OA$，

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的切线.

(2)$\because \angle OAB=90^\circ$，$\angle AOB=45^\circ$，

$\therefore \angle B=\angle AOB=45^\circ$，

$\therefore AB=OA=OC=2$，

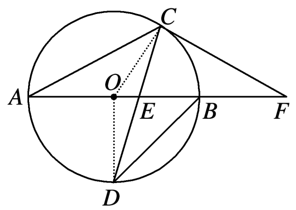
$\therefore OB=\sqrt{AB^2+OA^2}=\sqrt{2}OA=2\sqrt{2}$，

$\therefore CB=OB-OC=2\sqrt{2}-2$，

$\therefore CB$ 的长是 $2\sqrt{2}-2$.

13. **解析：**(1)$\angle CAB=\angle CDB$(答案不唯一).

(2)证明：连接 OC，OD，如图.



$\because CF$ 是 $\odot O$ 的切线，$\therefore OC\perp CF$，

$\therefore \angle OCF=90^\circ$，即 $\angle OCD+\angle FCE=90^\circ$.

$\because$ 点 D 是弧 AB 的中点，AB 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AOD=\angle BOD=90^\circ$，$\therefore \angle ODC+\angle DEO=90^\circ$.

$\because OC=OD$，$\therefore \angle OCD=\angle ODC$，$\therefore \angle FCE=\angle DEO$.

$\because \angle DEO=\angle FEC$，$\therefore \angle FCE=\angle FEC$，$\therefore CF=EF$.

(3)设 $\odot O$ 的半径为 r，则 $OC=OB=r$.

在 Rt$\triangle OCF$ 中，$\because OC=r$，$CF=4$，$FO=r+2$，

$\therefore r^2+4^2=(r+2)^2$，解得 $r=3$.

即 $\odot O$ 的半径为3.

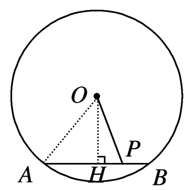
第二十四章 圆

关键能力达标测试卷

1.D 2.A 3.C

4.B **解析：**不共线的三个点确定一个圆，①错误；在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弦相等，②错误；等弧所对的圆心角相等，③正确；三角形的外心到三角形三个顶点的距离相等，④错误；外心在三角形的一边上的三角形是直角三角形，⑤正确.

5.A **解析：**过点 O 作 $OH\perp AB$ 于点 H，连接 OA，$\therefore AH=\frac{1}{2}AB$. $\because PA=4$，$PB=2$，$\therefore AB=4+2=6$，$\therefore AH=3$，$\therefore PH=AP-AH=4-3=1$. $\because OP=\sqrt{17}$，$\therefore OH=\sqrt{OP^2-PH^2}=4$，$\therefore OA=\sqrt{AH^2+OH^2}=5$. $\therefore \odot O$ 的半径为5.

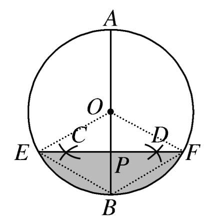


6.B **解析：**设圆锥的母线长为 x cm. $\because$ 圆锥底面圆的直径为10 cm，$\therefore$ 圆锥底面圆的周长为 10π cm，$\therefore$ 圆锥的侧面展开图扇形的弧长为 10π cm，则 $\frac{150\pi\cdot x}{180}=10\pi$，解得 $x=12$，$\therefore$ 扇形面积为 $\frac{1}{2}\times 10\pi\times 12=60\pi(\text{cm}^2)$.即圆锥的侧面积为 60π cm^2.

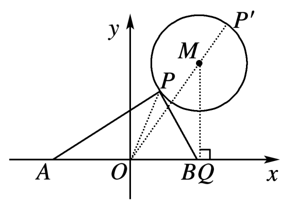
7.C

8.A **解析：**把 $n=45$，$r=90$ 代入弧长公式 $l=\frac{n\pi r}{180}$，得 $l=\frac{45\pi\times 90}{180}=\frac{45}{2}\pi$(cm).

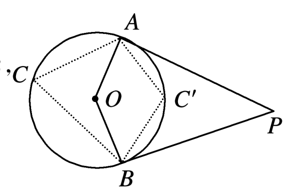
9.B **解析：**如图，连接 OE，OF，BE，BF.由题意可知 EF 是 OB 的垂直平分线，$\therefore OE=BE$，$OF=BF$. $\because EO=FO$，$\therefore EB=EO=BO$，$\therefore \triangle OBE$ 是等边三角形，$\therefore \angle BOE=60^\circ$.同理 $\angle BOF=60^\circ$，$\therefore \angle EOF=120^\circ$，$\therefore \angle OEP=\angle OFP=30^\circ$. $\because AB=12$，$\therefore OE=OB=OF=6$，$\therefore OP=\frac{1}{2}OE=3$，$EP=3\sqrt{3}$，$\therefore EF=6\sqrt{3}$，$\therefore S_{阴影}=S_{扇形EOF}-S_{\triangle EOF}=\frac{120\pi\times 6^2}{360}-\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 3=12\pi-9\sqrt{3}$.



10.D **解析：**如图，连接 PO. $\because PA\perp PB$，$\therefore \angle APB=90^\circ$. $\because$ 点 A，点 B 关于原点 O 对称，$\therefore AO=BO$，$\therefore AB=2PO$.若要使 AB 取得最大值，则 PO 需取得最大值.连接 OM，并延长交 $\odot M$ 于点 P'，当点 P 位于 P' 位置时，OP' 取得最大值.过点 M 作 $MQ\perp x$ 轴于点 Q，则 $OQ=6$，$MQ=8$，$\therefore OM=10$.又 $\because MP'=r=4$，$\therefore OP'=OM+MP'=10+4=14$，$\therefore AB=2OP'=2\times 14=28$.



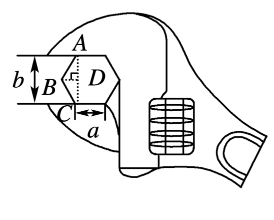
11.70° 或 110° **解析：**$\because PA$ 和 PB 为 $\odot O$ 的两条切线，$\therefore OA\perp PA$，$PB\perp OB$，$\therefore \angle OAP=\angle OBP=90^\circ$，$\therefore \angle AOB=180^\circ-\angle P=180^\circ-40^\circ=140^\circ$.当点 C 在优弧 AB 上，如图，$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=70^\circ$；当点 C 劣弧 AB 上，如图，$\angle AC'B=\frac{1}{2}(360^\circ-\angle AOB)=110^\circ$.综上所述，$\angle ACB$ 的度数为 70° 或 110°.



【易错避坑】"点 C 为 $\odot O$ 上一点"，并没有说明点 C 是在优弧 AB 上，还是在劣弧 AB 上，故要分这两种情况讨论.

12.10

13.$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **解析：**如图，连接 AC，过点 B 作 $BD\perp AC$ 于点 D.由正六边形性质可得 $\angle ABC=120^\circ$，$AB=BC=a$，$\therefore \angle BCD=\angle BAD=30^\circ$.由 $AC=4$ cm，得 $AD=2$ cm.



在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\because \angle BAD=30^\circ$，$\therefore BD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}a$，

$\therefore AD=\sqrt{a^2-\left(\frac{1}{2}a\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，即 $\frac{\sqrt{3}}{2}a=2$，$\therefore a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

14.$\frac{5}{2}\pi$ cm **解析：**由题意知，$OA=OB=OD$，$\angle AOD=\angle BCO=90^\circ$.

设 $OA=OB=OD=x$ cm，则 $BC=(x-1)$cm.

在 Rt$\triangle BCO$ 中，$\angle BCO=90^\circ$，$OC=3$ cm，

由勾股定理，得 $x^2=(x-1)^2+3^2$，解得 $x=5$.

所以 $\overset{\frown}{AD}$ 的长度为 $\frac{90\pi\times 5}{180}=\frac{5}{2}\pi$(cm).

【解题提示】先由勾股定理求出 $\overset{\frown}{AD}$ 所在圆的半径，再根据弧长的计算公式求解即可.

15.$3\pi-\frac{9\sqrt{3}}{2}$

16.**解析：**(1)证明：$\because$ 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

$\therefore AB=AF$，$\angle FAM=\angle ABN=120^\circ$.

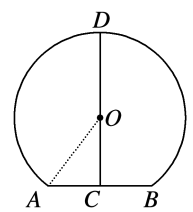
在 $\triangle AFM$ 和 $\triangle BAN$ 中，$\begin{cases}AF=BA,\\ \angle FAM=\angle ABN,\\ AM=BN,\end{cases}$

$\therefore \triangle AFM\cong\triangle BAN$(SAS).

(2)$\because \triangle AFM\cong\triangle BAN$，$\therefore \angle AFM=\angle BAN$. $\because \angle APF=\angle AMF+\angle BAN=\angle AFM+\angle AMF=180^\circ-120^\circ=60^\circ$，

$\therefore \angle FPN=180^\circ-60^\circ=120^\circ$.

17.**解析：**如图，连接 AO. $\because CD$ 过圆心 O，C 为 AB 的中点，$AB=18$ 分米，$\therefore CD\perp AB$，



$\therefore AC=BC=9$ 分米.

设圆的半径为 x 分米，则 $OA=OD=x$ 分米.

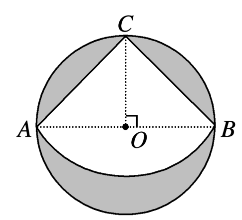
$\because CD=27$ 分米，$\therefore OC=(27-x)$分米.

在 Rt$\triangle OAC$ 中，$AC^2+OC^2=OA^2$，

$\therefore 9^2+(27-x)^2=x^2$，解得 $x=15$.

即拱门所在圆的半径是15分米.

18.**解析：**(1)如图，连接 AB，OC.



$\because \angle ACB=90^\circ$，$\therefore AB$ 是圆 O 的直径，

$\therefore$ 点 A，O，B 三点共线，

$\therefore OB=OC=OA$.

又 $\because AC=BC$，$\therefore CO\perp AB$.

$\because$ 圆的直径为2，则 $AC=BC=\sqrt{2}$，故 $S_{扇形}=\frac{90\pi\times(\sqrt{2})^2}{360}=\frac{1}{2}\pi$.

$\therefore S_{阴影}=\pi\times(2\div 1)^2-\frac{1}{2}\pi=\frac{1}{2}\pi$.

(2) $\widehat{AB}$ 的长 $l=\frac{90\pi\times\sqrt{2}}{180}=\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$.

设圆锥底面圆的半径为 R,

则 $2\pi R=\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$,解得 $R=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

故该圆锥底面圆的半径是$\frac{\sqrt{2}}{4}$.

19. 解析:(1)证明:∵⊙O 的切线 AD 交 BO 的延长线于点 D,

∴$AD\perp OA$,∴$\angle OAD=90°$.

∴$\angle OAC=90°-\angle DAE$.

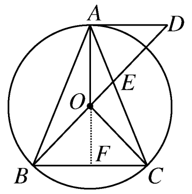
∵$OA=OC$,∴$\angle OCA=\angle OAC$,

∴$\angle AOC=180°-\angle OCA-\angle OAC=180°-2\angle OAC=180°-2(90°-\angle DAE)=2\angle DAE$.

∵$\angle AOC=2\angle AED$,

∴$2\angle DAE=2\angle AED$,∴$\angle DAE=\angle AED$.

(2)延长 AO 交 BC 于点 F,则$\angle FAD=90°$.



∵点 A 为 $\widehat{BAC}$ 的中点,

∴$\widehat{AB}=\widehat{AC}$,$AB=AC$,$AF$ 垂直平分 BC,

∴$\angle AFB=\angle FAD=90°$,

∴$BC\parallel AD$,

∴$\angle ADO=\angle OBC$.

∵$\angle OEC=\angle AED=\angle DAE$,$\angle OCA=\angle OAC=90°-\angle DAE$,

$\angle COE=\angle COB=90°$,

∴$\angle OBC=\angle OCB=\angle ADO=\angle AOD=45°$,

∴$OB=OC=OA=AD=1$,

∴$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\sqrt{2}$,

∴BC 的长是$\sqrt{2}$.

20. 解析:(1)证明:如图,连接 OE.

∵G 为 Rt△ABC 斜边的中点,

∴$AG=CG$.

又∵$\angle A=60°$,∴△ACG 为等边三角形,

∴$\angle C=\angle AGC=60°$.

又∵$CO=OE$,∴△OCE 是等边三角形,

∴$\angle AGC=\angle OEC=60°$,∴$OE\parallel AB$.

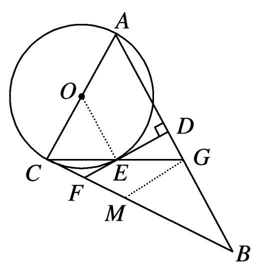
∵O 为 AC 中点,∴E 为 CG 的中点.

(2)证明:由(1)得,$OE\parallel AG$.∵$ED\perp AG$,∴$OE\perp ED$.

∵OE 是⊙O 的半径,

∴DE 是⊙O 的切线.

(3)如图,作 $GM\parallel FD$ 交 BC 于点 M.



∵E 为 CG 的中点,∴EF 为△CMG 的中位线,∴$EF=\frac{1}{2}MG$.

∵CF,FE 是⊙O 的切线.∴$CF=EF$,

∴$MC=MG$.

∵△MGB 为含 30°角的直角三角形,∴$BM=2MG=2CM=4CF$,

∴$BC=6CF=6\times2=12$.

第二十四章　圆

核心素养提优测试卷

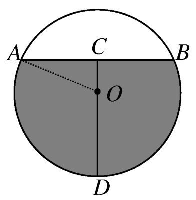
1. A　解析:∵$x^2-7x+10=0$,∴$(x-2)(x-5)=0$,解得 $x_1=2$,$x_2=5$,∴两圆的半径分别是 2,5.∵3=5−2,∴这两个圆的位置关系是内切.

2. C　解析:由题意得,圆锥的母线长$=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$(cm).当底面圆的半径是 3 cm 时,有 $2\times3\pi=\frac{n\pi\times5}{180}$,解得 $n=216$;当底面圆的半径是 4 cm 时,有 $2\times4\pi=\frac{n\pi\times5}{180}$,解得 $n=288$.

3. A　解析:∵$XY=40$ m,$YZ=30$ m,$XZ=50$ m,∴$XY^2+YZ^2=XZ^2$,∴△XYZ 是直角三角形,∴$\angle XYZ=90°$.∵点 M 是斜边 XZ 的中点,∴$XM=MZ=25$ m.∵△XYZ 是直角三角形,YM 是斜边 XZ 的中线,∴$YM=\frac{1}{2}XZ=25$ m.∵26>25,∴点 X,Y,Z 都在圆内,∴这三栋楼都在该 5G 基站覆盖范围内.

4. C　解析:∵四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形,∴$\angle A+\angle BCD=180°$.∵$\angle CDF$ 是△ADE 的外角,∴$\angle CDF=\angle A+\angle E$.∵$\angle BCD$ 是△CDF 的外角,∴$\angle BCD=\angle F+\angle CDF$,∴$\angle BCD=\angle F+\angle A+\angle E$,∴$\angle A+\angle F+\angle A+\angle E=180°$,∴$2\angle A+\angle F+\angle E=180°$.∵$\angle E=54°41'$,$\angle F=43°19'$,∴$2\angle A+54°41'+43°19'=180°$,∴$\angle A=41°$.

5. C　解析:如图,连接 OA.由题意,得 $OC\perp AB$,∴$AC=BC=\frac{1}{2}AB$,$\angle OCA=90°$.∵$OA=OD=6$ cm,$CD=8$ cm,∴$OC=CD-OD=8-6=2$(cm).在 Rt△AOC 中,由勾股定理,得 $AC=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$(cm),∴$AB=2AC=8\sqrt{2}$(cm).



6. B

7. C　解析:∵$AC=BC$,$\angle ACB=100°$,∴$\angle B=\angle A=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=40°$.∵⊙$O$ 与 AB,BC 分别切于点 D,C,∴$BD=BC$,∴$\angle BCD=\angle BDC$.∵$\angle BCD+\angle BDC+\angle B=180°$,∴$2\angle BCD+40°=180°$,∴$\angle BCD=70°$,∴$\angle ACD=\angle ACB-\angle BCD=100°-70°=30°$.

8. C　解析:设 AB 与 OC 交于点 D.

∵弦 AB 的长为 $4\sqrt{3}$,$OC\perp AB$,∴$AD=BD=\frac{1}{2}AB=2\sqrt{3}$.

∵$\angle ABC=30°$,∴$\angle AOD=2\angle B=60°$,∴$\angle A=90°-60°=30°$,

∴$OA=2OD$.

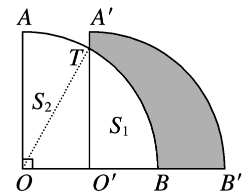
设 $OD=x$,则 $OA=2x$.

在 Rt△AOD 中,$OD^2+AD^2=OA^2$,即 $x^2+(2\sqrt{3})^2=(2x)^2$,

解得 $x=\pm2$(负值舍去),∴$OA=2x=4$.

∵$OP=5$,∴$OP>OA$,∴点 P 在圆外.

9. B　解析:如图,设 $O'A'$与 $\widehat{AB}$ 交于点 T,连接 OT.∵点 O'是 OB 的中点,$OB=OA=2\sqrt{3}$,



∴$OO'=\frac{1}{2}OB=\sqrt{3}$.

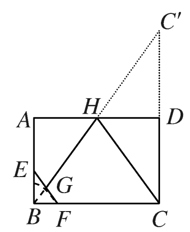
∵$OT=OB$,∴$OO'=\frac{1}{2}OT$.

由平移的性质,得$\angle A'O'B'=\angle AOB=90°$,即$\angle OO'T=180°-\angle A'O'B'=90°$,∴$\angle OTO'=30°$,∴$\angle TOO'=60°$,$OT=2\sqrt{3}$,∴$O'T=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=3$,$\angle AOT=\angle AOB-\angle TOO'=30°$.由平移的性质,得 $S_{阴影}+S_1=S_2+S_1$,

∴$S_{阴影}=S_2=S_{扇形OAT}+S_{\triangle OO'T}=\frac{30\pi\times(2\sqrt{3})^2}{360}+\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times3=\pi+\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

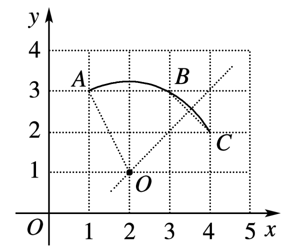
【技法点拨】求不规则图形的面积,就要把它分割成规则的图形或拓展成规则的图形,再通过其面积的加减,从而求得不规则图形的面积.

10. B　解析:在矩形 $ABCD$ 中,$AB=CD=4$,$AD=BC=6$,$\angle ABC=\angle BCD=90°$.∵点 E,F 分别是 AB,BC 边上的两动点,且 $EF=2$,点 G 为 EF 的中点,∴连接 BG,$BG=\frac{1}{2}EF=1$,∴点 G 在以 B 为圆心,以 1 为半径的圆上运动.如图,作点 C 关于 AD 的对称点 C',连接 $C'B$ 交 AD 于点 H,交弧于点 G,∴$CH=C'H$,∴此时 $C'C=2CD=8$,$C'B^2=BC^2+C'C^2$,∴$C'B=\sqrt{8^2+6^2}=10$,∴$GH+CH=C'B-BG=10-1=9$,∴$GH+CH$ 的最小值为 9.



【技法点拨】本题考查了最短路径问题,考查了点与圆的位置关系,轴对称图形的性质以及勾股定理.关键在于将所求折线和转化两定点之间的连线长问题.

11. $\sqrt{5}$　解析:根据垂径定理的推论:弦的垂直平分线必过圆心,可以作弦 AB 和 BC 的垂直平分线,交点即为圆心.如图所示,连接 OA.∴$OA=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$.



12. 2π cm

13. $\frac{5}{2}\pi$　解析:正九边形的一个中心角的度数为 360°÷9=40°.∵圆面直径为 22.5 mm,∴圆面半径为 11.25 mm,∴$\widehat{AB}$ 的长是 $\frac{40\pi\times11.25}{180}=\frac{5}{2}\pi$(mm).

14. 9°　解析:∵正方形 $ABCD$ 与正五边形 $EFGCH$ 都内接于⊙O,∴$CH=CG$,$CD=CB$,∴$\widehat{CH}=\widehat{CG}$,$\widehat{CD}=\widehat{CB}$,∴$\widehat{DH}=\widehat{BG}$,∴$\angle DCH=\angle BCG$.∵$\angle HCG=\frac{(5-2)\times180°}{5}=108°$,$\angle DCB=90°$,∴$\angle DCH=\angle BCG=\frac{\angle HCG-\angle DCB}{2}=\frac{108°-90°}{2}=9°$.

15. 1 或 3 或 5　解析:设⊙P 与坐标轴的切点为 D.∵直线 $y=x-2$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 B,C,点 $A(4,m)$,∴$x=0$ 时,$y=-2$.$y=0$ 时,$x=2$;$x=4$ 时,$y=2$.∴$A(4,2)$,$B(2,0)$,$C(0,-2)$,∴$AB=2\sqrt{2}$,$AC=4\sqrt{2}$,$OB=OC=2$,∴△OBC 是等腰直角三角形,$\angle OBC=45°$.

①如图 1,当⊙P 与 x 轴相切时,∵点 D 是切点,⊙P 的半径是 1,∴$PD\perp x$ 轴,$PD=1$,∴△BDP 是等腰直角三角形,∴$BD=PD=1$,$PB=\sqrt{2}$,∴$AP=AB-PB=\sqrt{2}$.∵点 P 的速度为每秒$\sqrt{2}$个单位长度,∴$t=1$.

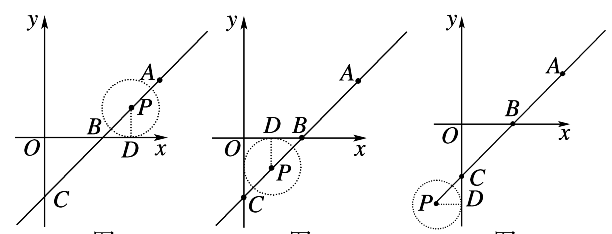


图1　　图2　　图3

②如图 2,⊙P 与 x 轴和 y 轴都相切时,∵$PB=\sqrt{2}$,∴$AP=AB+PB=3\sqrt{2}$.∵⊙P 的速度为每秒$\sqrt{2}$个单位长度,∴$t=3$.

③如图 3,当⊙P 只与 y 轴相切时,∵$PC=\sqrt{2}$,∴$AP=AC+PC=5\sqrt{2}$.∵⊙P 的速度为每秒$\sqrt{2}$个单位长度,∴$t=5$.

综上所述,当 $t=1$ 或 3 或 5 秒时,⊙P 与坐标轴相切.

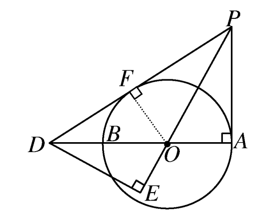
16. 解析:(1)直线 PD 与⊙O 相切.理由如下:

如图,过点 O 作 $OF\perp DP$,交 DP 于点 F.

∵AB 是⊙O 的直径,PA 与⊙O 相切于点 A,

∴$\angle A=90°$.

∵$DE\perp PO$,



∴$\angle E=90°$.

∵$\angle DOE=\angle POA$,

∴$\angle EDO=\angle APO$.

∵$\angle EPD=\angle EDO$,

∴$\angle APO=\angle DPO$.

在$\triangle PFO$与$\triangle PAO$中,$\begin{cases}\angle PFO=\angle A,\\ \angle FPO=\angle APO,\\ OP=OP,\end{cases}$

∴$\triangle PFO\cong\triangle PAO$(AAS),∴$OA=OF$,$PF=PA$,

∴PD与$\odot O$相切.

(2)由(1)证得$\triangle PFO\cong\triangle PAO$,∴$PF=PA=5$.

∵$PA=5$,$AD=12$,

∴由勾股定理,得$PD=\sqrt{PA^2+AD^2}=13$,

∴$DF=PD-PF=8$.

设$\odot O$的半径为$OA=OF=r$,

∴$DO=12-r$,

∴在Rt$\triangle OFD$中,$DO^2=DF^2+OF^2$,

∴$(12-r)^2=8^2+r^2$,

∴解得$r=\frac{10}{3}$,

∴$\odot O$的半径为$\frac{10}{3}$.

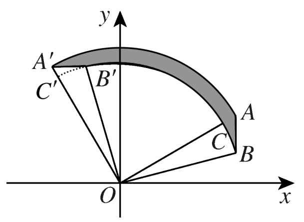
17. **解析**:(1)∵将$\triangle AOB$绕着点O逆时针旋转,使点$A(2\sqrt{3},2)$旋转到点$A'(-2,2\sqrt{3})$的位置,点B旋转到点B'的位置,

∴$\angle A'OA=\angle B'OB=90°$.

∵$B(2\sqrt{3},1)$,

∴点B'的坐标为$(-1,2\sqrt{3})$.

(2)如图,设BB'所在的圆弧与OA交于点C,与OA'交于点C'.



∵$A(2\sqrt{3},2)$,$B(2\sqrt{3},1)$,

∴$OA=4$,$OC=OB=\sqrt{13}$.

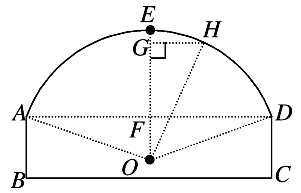
根据旋转的性质可得$S_{扇形OB'C'}=S_{扇形OBC}$,

∴阴影部分的面积$=S_{扇形A'OA}-S_{扇形C'OC}=\frac{1}{4}\pi\times4^2-\frac{1}{4}\pi\times(\sqrt{13})^2=\frac{3}{4}\pi$.

18. **解析**:(1)如图,设圆心为点O,$\odot O$的半径为R,连接OE交AD于点F,连接OA,OD.易知$EF=7-3=4$(m),∴$OF=(R-4)$m.

又∵OF垂直平分AD,∴$AF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}BC=6$(m).

由勾股定理,得$AF^2+OF^2=OA^2$,∴$6^2+(R-4)^2=R^2$,解得$R=6.5$,即$\overset{\frown}{AED}$所在圆的半径为6.5 m.



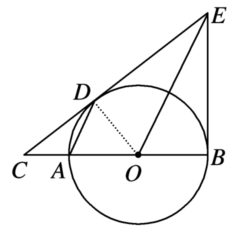
(2)如图,在EF上取一点G,使$EG=0.5$ m,过点G作$GH\perp EF$,交$\overset{\frown}{ED}$于点H,连接OH.

易知$OG=OE-EG=6$ m,$OH=6.5$ m,

∴$GH=\sqrt{OH^2-OG^2}=2.5$ m>2.3 m,

∴这辆货运卡车能通过该隧道.

19. **解析**:(1)证明:如图,连接OD.



∵CD与$\odot O$相切于点D,

∴$\angle ODE=90°$.

∵$AD\parallel OE$,∴$\angle ADO=\angle DOE$,

$\angle DAO=\angle EOB$.

∵$OD=OA$,∴$\angle ADO=\angle DAO$,

∴$\angle DOE=\angle EOB$.

∵$OD=OB$,$OE=OE$,∴$\triangle DOE\cong\triangle BOE$(SAS),

∴$\angle OBE=\angle ODE=90°$.

∵OB是$\odot O$的半径,∴直线BE与$\odot O$相切.

(2)设$\odot O$的半径为r.在Rt$\triangle ODC$中,$OD^2+DC^2=OC^2$,

∴$r^2+4^2=(r+2)^2$,∴解得$r=3$,∴$AB=2r=6$,

∴$BC=AC+AB=2+6=8$.

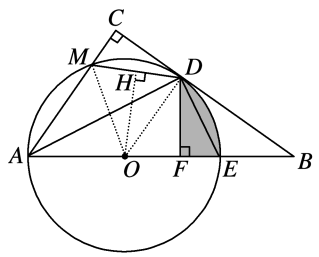
由(1),得$\triangle DOE\cong\triangle BOE$,∴$DE=BE$.

在Rt$\triangle BCE$中,$BC^2+BE^2=CE^2$,∴$8^2+DE^2=(4+DE)^2$,

∴$DE=6$,即DE的长为6.

20. **解析**:(1)证明:∵$DM=DE$,∴$\overset{\frown}{DM}=\overset{\frown}{DE}$,∴$\angle CAD=\angle DAB$.

(2)如图,连接OM,OD,作$OH\perp MD$于点H.



∵$OA=OD$,∴$\angle OAD=\angle ODA$.

∵$\angle CAD=\angle DAB$,∴$\angle CAD=\angle ODA$,∴$OD\parallel AC$.

∵$\angle C=90°$,∴$AC\perp BC$,

∴$OD\perp BC$,∴$\angle MDC+\angle MDO=90°$.

∵$OM=OD$,$OH\perp MD$,∴$\angle DOH=\frac{1}{2}\angle MOD$.

∵$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle MOD$,∴$\angle CAD=\angle DOH$.

∵$\angle DOH+\angle MDO=90°$,∴$\angle DOH=\angle CDM$.

∴$\angle CAD=\angle CDM$.

∵DM平分$\angle ADC$,∴$\angle CDM=\angle ADM$.

∵$\angle CAD+\angle ADM+\angle CDM=90°$,∴$\angle CAD=30°$.

(3)∵$DA=DB$,∴$\angle DAB=\angle B$.

∵$OD=OA$,∴$\angle DAB=\angle ADO$,

∴$\angle DOB=\angle DAB+\angle ADO=2\angle B$.

∵$\angle DOB+\angle B=90°$,∴$\angle B=\angle DAB=30°$,∴$\angle BOD=60°$.

∵$AD=6$ cm,∴$DF=\frac{1}{2}AD=3$ cm.

在Rt$\triangle ODF$中,$\angle ODF=30°$,

∴$OD=2OF$.

又∵$OF^2+DF^2=OD^2$,

∴$OF^2+3^2=(2OF)^2$,

∴$OF=\sqrt{3}$ cm,∴$OD=2\sqrt{3}$ cm.

∴扇形ODE的面积$=\frac{60\pi\times(2\sqrt{3})^2}{360}=2\pi(\text{cm}^2)$,$\triangle ODF$的面积$=\frac{1}{2}OF\cdot DF=\frac{1}{2}\times3\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$,

∴$S_{阴影}=S_{扇形ODE}-S_{\triangle ODF}=\left(2\pi-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\text{cm}^2$.

第二十五章　概率初步

关键能力达标测试卷

1. D　**解析**:购买一张彩票,中奖是随机事件,不符合题意;射击运动员射击一次,命中靶心,是随机事件,不符合题意;经过有交通信号灯的路口,遇到红灯,是随机事件,不符合题意;任意画一个凸多边形,其外角和是360°,是必然事件,符合题意.

2. C　3. D　4. D

5. D　**解析**:从二十四个节气中选一个节气,则抽到的节气在夏季的概率为$\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$.

6. D

7. A　**解析**:∵小明通过多次试验后发现,摸到红球的频率稳定在0.4左右,∴从这20个球中摸出一个球,摸到红球的概率约为0.4,∴袋子里红球的个数估计是$20\times0.4=8$(个).

8. A　**解析**:暗箱中有1个红球和2个黄球,这些球除了颜色外无其他差别,从中任取一球是红球的概率是$\frac{1}{3}$,A符合题意;掷一枚硬币,正面朝上的概率为$\frac{1}{2}$,B不符合题意;掷一个质地均匀的正六面体骰子,向上一面的点数是2的概率为$\frac{1}{6}$,C不符合题意;从一副扑克牌中任意抽取1张,这张牌是"红心"的概率是$\frac{13}{54}$,D不符合题意.

9. D　**解析**:列表如下:

	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa

共有4种等可能的结果,其中他们的子女是双眼皮的结果有AA,Aa,Aa,共3种,∴他们的子女是双眼皮的概率为$\frac{3}{4}$.

10. A　**解析**:列表如下:

	宫	羽	微	角	商
宫	(宫,宫)	(宫,羽)	(宫,微)	(宫,角)	(宫,商)
羽	(羽,宫)	(羽,羽)	(羽,微)	(羽,角)	(羽,商)
微	(微,宫)	(微,羽)	(微,微)	(微,角)	(微,商)
角	(角,宫)	(角,羽)	(角,微)	(角,角)	(角,商)
商	(商,宫)	(商,羽)	(商,微)	(商,角)	(商,商)

共有25种等可能的结果,其中先发出"宫"音,再发出"羽"音的结果有1种,∴先发出"宫"音,再发出"羽"音的概率为$\frac{1}{25}$.

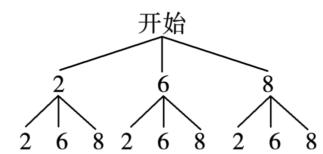
11. 随机

12. $\frac{2}{7}$　【易错避坑】解答本题时需要注意可以瞄准的点有7个,然后根据概率公式计算即可.

13. 0.39　**解析**:根据表格计算钉尖着地的频率为0.36,0.37,0.38,0.38,0.39,0.39,0.391.观察发现:随着试验次数的增多,钉尖着地的频率逐渐稳定到0.39附近,所以可估计"钉尖着地"的概率为0.39.

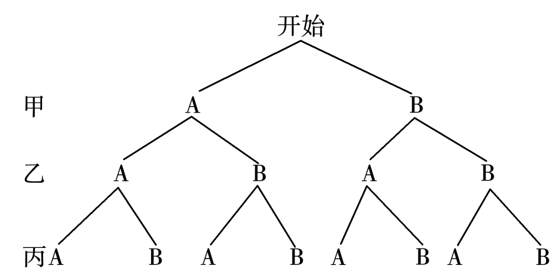
14. 20　**解析**:∵通过大量重复试验后,发现摸到白球的频率稳定在0.2左右,∴摸到白球的概率为0.2,∴小球的总数约为$5\div0.2=25$(个),∴黄球的个数约是$25-5=20$(个).

15. $\frac{2}{3}$　**解析**:画树状图如下:



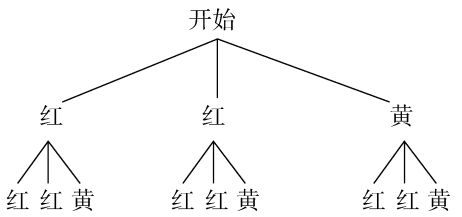
根据题意,一共有9种等可能情况,数字不同的等可能情况有6种,故剩下两位选的数字不同的概率是$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

16. **解析**:设苏禄王墓、金山古城景区分别表示为A,B,画树状图如下:



∴甲、乙、丙三个旅行社从苏禄王墓、金山古城景区这两个景点中选择一个游览,共有8种等可能情况,其中三个旅行社恰好选择相同景点游览的情况共有2种,所以三个旅行社恰好选择相同景点游览的概率为$\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

17. **解析**:(1)画出树状图,如下:



共有 9 种等可能的结果数,其中两次摸出的球恰好颜色不同的结果数为 4,

∴两次摸出的小球颜色恰好不同的概率为$\frac{4}{9}$.

(2)设增加白球的个数为 x,

根据题意,得$\frac{2}{2+1+x}=0.4$,

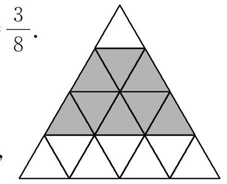
解得 $x=2$.

经检验,$x=2$ 是方程的解,

即估计增加白球的个数为 2.

18. **解析**:(1)∵题图中共有 16 个相同的小等边三角形,其中阴影部分的小等边三角形有 6 个,

∴扔沙包一次,落在阴影区域的概率是$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$.



(2)∵题图中有 16 个相同的小等边三角形,

∴要使沙包落在图中阴影区域的概率为$\frac{1}{2}$,

图形中阴影部分的小等边三角形要达到 8 个.

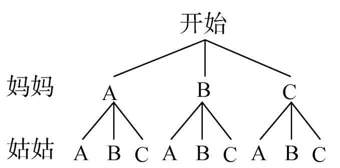
∵已经涂黑了 6 个,

∴还需要涂黑 2 个.

如图所示(画图答案不唯一).

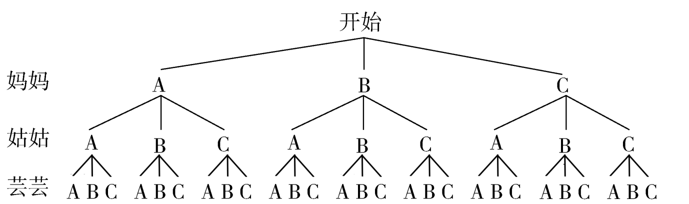
19. **解析**:(1)共有 3 种等可能的结果,则芸芸妈妈选择微信支付的概率为$\frac{1}{3}$.

(2)记微信、支付宝和现金支付分别为 A,B,C,画树状图如下:



由树状图可知,共有 9 种等可能的结果,其中选择相同方式付款的结果有 3 种,∴P(选择相同方式付款)$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

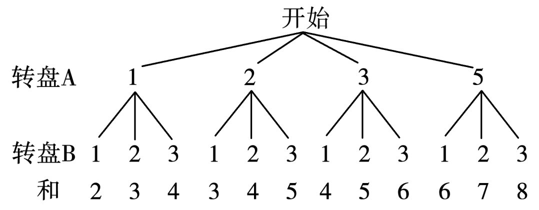
(3)画树状图如下:



由树状图可知,共有 27 种等可能的结果,其中三人选择三种不同支付方式付款的结果有 6 种,

∴P(三人选择三种不同支付方式付款)$=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$.

20. **解析**:(1)画出树状图如下:



由图可知,共有 12 种等可能的结果,其中指针所指两区域的数字之和不大于 5 的结果有 8 种,指针所指两区域的数字之和大于 5 的结果有 4 种,∴欢欢胜的概率为$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$,乐乐胜的概率为$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.∵$\frac{2}{3}>\frac{1}{3}$,∴欢欢获胜的可能性大.

(2)不公平.∵指针所指两区域的数字之和不大于 5,欢欢得 1 分;否则,乐乐得 3 分,∴平均转动一次后欢欢得$\frac{2}{3}\times1=\frac{2}{3}$(分);乐乐得$\frac{1}{3}\times3=1$(分).∵$\frac{2}{3}<1$,∴这个游戏规则不公平.

可以修改规则为:同时转动两个转盘,当转盘停止时,若指针所指两区域的数字之和不大于 5,则欢欢得 1 分;否则,乐乐得 2 分;若有指针落在分割线上,则无效,需重新转动转盘.此时,平均转动一次后欢欢得$\frac{2}{3}\times1=\frac{2}{3}$(分);乐乐得$\frac{1}{3}\times2=\frac{2}{3}$(分).∵$\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$,

∴这个游戏规则公平(合理即可).

第二十五章　概率初步

核心素养提优测试卷

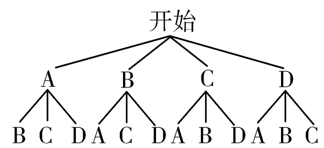
1.C　**解析**:百步穿杨,是随机事件,A 不符合题意;缘木求鱼,是不可能事件,B 不符合题意;旭日东升,是必然事件,C 符合题意;拔苗助长,是不可能事件,D 不符合题意.

2.A　**解析**:∵学习 50%、方式 10%、方法 15%、深度 25%中,50%>25%>15%>10%,概率越大,可能性越大,∴50%对应的词语是"学习",最有可能被选择.

3.D　**解析**:∵A 是某公园的进口,共有 B,C,D,E,F5 个出口,其中北面有 B,C 两个出口,∴恰好从北面出口离开的概率为$\frac{2}{5}$.

4.A　**解析**:∵表示 a,b 两数的点分别在原点左、右两侧,∴$a<0,b>0$,∴$a+b>0$,是随机事件;$a-b>0$,是不可能事件;$a\cdot b>0$,是不可能事件;$a\div b<0$,是必然事件.

5.B　**解析**:记《论语》《孟子》《大学》《中庸》分别为 A,B,C,D,画树状图如下:



一共有 12 种等可能的结果,其中抽取的两本恰好是《论语》(即 A)和《大学》(即 C)的等可能结果有 2 种,∴P(抽取的两本恰好是《论语》和《大学》)$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

6.C　**解析**:共有"+,+""+,−""−,+""−,−"4 种等可能结果,能构成完全平方式的有"+,+""−,+"2 种,∴该多项式能构成完全平方式的概率是$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

7.B　**解析**:∵阿嘉比小杨大的情形有:阿嘉翻开的那张牌上的数字为 2,小杨翻开的那张牌上的数字为 1;阿嘉翻开的那张牌上的数字为 4,小杨翻开的那张牌上的数字为 1 或 3;阿嘉翻开的那张牌上的数字为 5,小杨翻开的那张牌上的数字为 1 或 3 或 4.而所有的情形共有 $3\times3=9$(种),∴阿嘉比小杨大的概率为$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

8.C　**解析**:列表如下:

甲	乙					
1	2		4		6	
3	4	6	2	6	2	4
5	6	4	6	2	4	2
甲得分	0	1	1	1	2	1

由表可知,三轮比赛后,甲能得 2 分的概率是$\frac{1}{6}$.

9.B　**解析**:设⊙O 的半径为 r.∵$CE\perp AO$,∴$\angle OCE=90^\circ$.∵点 C 是 AO 的中点,∴$OC=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}OE$,∴$\angle CEO=30^\circ$,∴$\angle COE=60^\circ$,$\angle BOE=30^\circ$.∵$ED\perp OB$,∴$\angle ODE=90^\circ$.∵$\angle COD=\angle OCE=90^\circ$,∴四边形 $OCED$ 为矩形,∴$S_{\triangle OCE}=S_{\triangle ODE}$,∴阴影部分的面积$=S_{扇形BOE}=\frac{30\times\pi\times r^2}{360}$,∴点 P 落在阴影部分的概率$=\frac{S_{扇形BOE}}{S_{扇形AOB}}=\frac{\frac{30\times\pi\times r^2}{360}}{\frac{90\times\pi\times r^2}{360}}=\frac{1}{3}$.

10.C　**解析**:列表如下:

	S_1	S_2	S_3
S_1		(S_1,S_2)	(S_1,S_3)
S_2	(S_2,S_1)		(S_2,S_3)
S_3	(S_3,S_1)	(S_3,S_2)	

共有 6 种等可能的结果,其中能让其中一个灯泡发光的结果有:(S_1,S_2),(S_1,S_3),(S_2,S_1),(S_3,S_1),共 4 种,∴能让其中一个灯泡发光的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

11.0.9

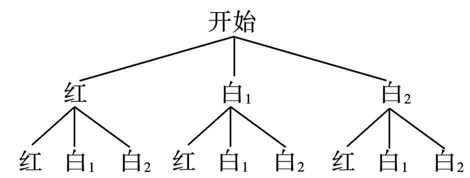
12.$\frac{1}{2}$　**解析**:由条件可知小明将酚酞试液随机滴入其中 1 瓶溶液里,盐酸(呈酸性)和硝酸钾溶液(呈中性)不变色,氢氧化钠溶液(呈碱性)和氢氧化钙溶液(呈碱性)变红,∴结果变红的概率为$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

13.28　**解析**:随着试验次数的增加,"摸到红球"的频率总在 0.35 附近摆动,显示出一定的稳定性,可以估计"摸到红球"的概率是 0.35,∴估算盒子中红球的个数为 $80\times0.35=28$(个).

14.160　**解析**:由频率估计概率的知识可得米粒落在"泉"字区域的概率约为 0.4,所以"泉"字的面积约为 $20\times20\times0.4=160(\text{cm}^2)$.

15.$\frac{1}{3}$　$\frac{5}{9}$　**解析**:∵口袋里有 1 个红球、2 个白球,除颜色外其余都相同,∴随机摸一次球,P(摸到红球)$=\frac{1}{3}$.

用树状图列举出摸出一个球后放回,再摸出一个球的所有等可能结果如下:

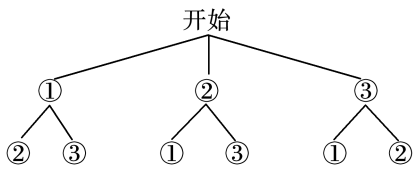


一共有 9 种等可能的结果,其中两次摸到的球至少有一次是红色有 5 种等可能的结果,∴P(两次摸到的球至少有一次是红色)$=\frac{5}{9}$.

16. **解析**:(1)全等,理由:∵$AB=AC,DB=DC,AD=AD$,

∴$\triangle ABD\cong\triangle ACD$(SSS).

(2)根据全等的判定方法可知①②组合(SSS)或者①③组合(SAS)可以证明$\triangle ABD\cong ACD$.画树状图如下:



等可能的情况共有 6 种,其中能判定$\triangle ABD\cong\triangle ACD$ 的组合有 4 种,∴能判定$\triangle ABD\cong\triangle ACD$ 的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

17. **解析**:(1)∵$x^2+ax+b=0$ 有实数根,

∴$\Delta=a^2-4\times1\times b=a^2-4b\geqslant0$,

依题意,列表得:

b \ a	1	2	2	3	3	3
−1	(−1,1)	(−1,2)	(−1,2)	(−1,3)	(−1,3)	(−1,3)
0	(0,1)	(0,2)	(0,2)	(0,3)	(0,3)	(0,3)
0	(0,1)	(0,2)	(0,2)	(0,3)	(0,3)	(0,3)
1	(1,1)	(1,2)	(1,2)	(1,3)	(1,3)	(1,3)
1	(1,1)	(1,2)	(1,2)	(1,3)	(1,3)	(1,3)
1	(1,1)	(1,2)	(1,2)	(1,3)	(1,3)	(1,3)

一共有 36 种等可能的结果，其中使得 $a^2-4b\geqslant 0$ 的有 33 种结果，

∴方程 $x^2+ax+b=0$ 有实数根的概率 $=\frac{33}{36}=\frac{11}{12}$.

(2)依题意，且结合(1)的列表情况，

一共有 36 种等可能的结果，其中魔方 A 朝上一面数字大于魔方 B 朝上一面数字的有 33 种结果，∴魔方 A 朝上一面数字大于魔方 B 朝上一面数字的概率 $=\frac{33}{36}=\frac{11}{12}$.

18. **解析**:(1)列表如下：

	A	B	C	D
A		(A,B)	(A,C)	(A,D)
B	(B,A)		(B,C)	(B,D)
C	(C,A)	(C,B)		(C,D)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)	

共有 12 种等可能的结果.

(2)游戏规则公平.理由如下：由表知，他们取出的两张卡片上对应的人物为师徒关系的结果有 6 种，∴由小东讲的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$，则由小华讲的概率为 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. ∵$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，∴此游戏规则公平.

19. **解析**:(1)观察树状图可知，第一次抽出的数字没有在第二次中出现，所以小明的游戏规则是随机抽出一张卡片后不放回，再随机抽出一张卡片.

(2)表格中①表示的有序数对为(3,2).

(3)小明获胜的可能性大.理由如下：根据小明的游戏规则，共有 12 种等可能的结果，数字之和为奇数的结果有 8 种，即获胜的概率为 $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$；根据小华的游戏规则，共有 16 种等可能的结果，数字之和为奇数的结果有 8 种，即获胜的概率为 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$.

∵$\frac{2}{3}>\frac{1}{2}$，

∴小明获胜的可能性大.

20. **解析**:(1)∵盒子里只有黑、白两种颜色的球，∴小颖从盒子里随机摸出一只蓝球是不可能事件.

(2)由表可知，摸到白球的概率的估计值是 0.25.

(3)①投掷一枚均匀的硬币，落到桌面上恰好是正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$；

②在甲、乙、丙、丁四人中用抽签的方式产生一名幸运观众，正好抽到甲的概率为 $\frac{1}{4}$；

③掷一个质地均匀的正方体骰子(面的点数分别为 1 到 6)，落地时面朝上点数“小于 3”的概率为 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

所以最有可能符合问题(2)中结果的试验是②.

(4)∵经过大量试验，发现点落在黑色阴影部分的频率稳定在 0.65 左右，∴可以估计点落在黑色阴影部分的概率为 0.65，

∴据此估计此二维码黑色阴影部分的面积为 $10\times 10\times 0.65=65(\text{cm}^2)$.

第二十六章　反比例函数

关键能力达标测试卷

1. D

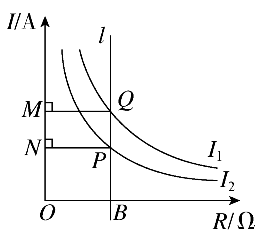
2. B　**解析**:∵$F_1\times l_1=F_2\times l_2$，把 $F_1=20$ 牛，$l_1=5$ 米，$F_2=m$ 牛，$l_2=n$ 米代入，可得 $20\times 5=m\times n$，即 $mn=100$，∴$m=\frac{100}{n}$，∴函数是反比例函数，m 随 n 的增大而减小.

3. D　**解析**:∵$y=-\frac{1}{10x}$，∴$k=-\frac{1}{10}<0$，∴函数图象在二，四象限，在每个象限 y 随 x 的增大而增大，故选项 A,B,C 错误，选项 D 正确.

4. C　**解析**:∵图中阴影部分的面积等于 16，∴正方形 $OABC$ 的面积 $=16$. ∵点 P 的坐标为 $(4a,a)$，∴$4a\times 4a=16$，∴$a=1(a=-1$ 舍去)，∴点 P 的坐标为(4,1).把 $P(4,1)$代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $k=4\times 1=4$.

5. C　**解析**:由题意可知，A,B 两点的横坐标分别为 1 和 3，∴不等式 $mx+n-\frac{k}{x}>0$ 即 $mx+n>\frac{k}{x}$ 表示一次函数大于反比例函数的解集，通过观察图象可知解集为 $1<x<3$ 或 $x<0$.

6. B　**解析**:如图所示，由题意可知，设 $I=\frac{U}{R}$，对于点 Q 所在的曲线，$U_1=S_{四边形OMQB}$；对于点 P 所在的曲线，$U_2=S_{四边形ONPB}$，∴矩形 $MNPQ$ 的面积 $=S_{四边形OMQB}-S_{四边形ONPB}=U_1-U_2$，即矩形 $MNPQ$ 的面积表示的实际意义是两款蓄电池的电压的差值.



【技法点拨】由数形结合得到矩形 $MNPQ$ 的面积 $=S_{四边形OMQB}-S_{四边形ONPB}=U_1-U_2$.

7. A　**解析**:当 $k>0$ 时，函数 $y=kx+1$ 的图象经过一、二、三象限，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象分布在一、三象限，A 符合题意；当 $k<0$ 时，函数 $y=kx+1$ 的图象经过一、二、四象限，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象分布在二、四象限，没有正确选项.

8. C　**解析**:∵$-a^2-2<0$，∴反比例函数 $y=\frac{-a^2-2}{x}$(a 为常数)的图象位于第二、四象限，在每个象限内，y 随 x 的增大而增大.

∵$x_1<x_2<0<x_3$，∴$y_3<y_1<y_2$.

9. C　**解析**:∵双曲线 $y=\frac{mn}{x}$ 的两个分支分别位于第二、四象限，

∴$mn<0$.

设抛物线 $y=-\frac{1}{3}(x-t)(x-t+6)$ 与直线 $y=x-1$ 的两个交点坐标为 (x_1,m)，(x_2,n)，

则 $-\frac{1}{3}(x-t)(x-t+6)=x-1$，

化简得 $x^2+(9-2t)x+t^2-6t-3=0$，

$x_1+x_2=2t-9$，$x_1x_2=t^2-6t-3$.

∵$m=x_1-1$，$n=x_2-1$，

∴$mn=(x_1-1)(x_2-1)=x_1x_2-(x_1+x_2)+1=t^2-8t+7=(t-7)(t-1)$.

∵$mn<0$，

∴$(t-7)(t-1)<0$，解得 $1<t<7$.

10. B

11. -2　12. $<$　13. $x<0$ 或 $x>1$　14. $y=\frac{18}{x}$

15. $\frac{1}{2\ 025}$　**解析**:设点 A_1 的坐标为 $(a,0)$. ∵$OA_1=A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5=\cdots$，∴点 $A_2(2a,0)$，$A_3(3a,0)$，$A_4(4a,0)$，$A_5(5a,0)$，…，$A_{2\,024}(2\ 024a,0)$，$P_1\left(a,\frac{2}{a}\right)$，$P_2\left(2a,\frac{2}{2a}\right)$，$P_3\left(3a,\frac{2}{3a}\right)$，$P_4\left(4a,\frac{2}{4a}\right)$，$P_5\left(5a,\frac{2}{5a}\right)$，…，$P_{2\,025}\left(2\ 025a,\frac{2}{2\ 025a}\right)$，$OA_1=A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5=\cdots=A_{2\,024}A_{2\,025}=a$，$A_nP_n=\frac{2}{na}$，$A_{2\,025}P_{2\,025}=\frac{2}{2\ 025a}$，∴$S_{2\,025}=\frac{1}{2}\cdot A_{2\,024}A_{2\,025}\cdot A_{2\,025}P_{2\,025}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{2}{2\ 025a}=\frac{1}{2\ 025}$.

16. **解析**:(1)∵反比例函数 $y=\frac{k-2}{x}$ 的图象位于第二、四象限，

∴$k-2<0$，∴$k<2$.

(2)∵反比例函数 $y=\frac{k-2}{x}$ 的图象位于第二、四象限，

∴当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大.

∵$-4<-1<0$，∴$y_1<y_2$.

17. **解析**:(1)设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=\frac{k}{x}$，

把(30,2 000)代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $k=30\times 2\ 000=60\ 000$，

∴y 与 x 之间的函数解析式为 $y=\frac{60\ 000}{x}$.

(2)智能玻璃的透明度 x 应控制在 $12\leqslant x\leqslant 30$ 范围内.理由如下：

∵把 $y=2\ 000$ 和 $5\ 000$ 别代入 $y=\frac{60\ 000}{x}$，得

$x=\frac{60\ 000}{2\ 000}=30$，$x=\frac{60\ 000}{5\ 000}=12$，

且在第一象限 y 随 x 的增大而减小，

∴智能玻璃的透明度 x 应控制在 $12\leqslant x\leqslant 30$ 范围内.

18. **解析**:(1)由题意，得 $y=\frac{360}{x}$.

把 $y=120$ 代入 $y=\frac{360}{x}$，得 $x=3$，

把 $y=180$ 代入 $y=\frac{360}{x}$，得 $x=2$，

∴自变量的取值范围为 $2\leqslant x\leqslant 3$.

∴$y=\frac{360}{x}(2\leqslant x\leqslant 3)$.

(2)设原计划平均每天运送土石方 x 万立方米，则实际平均每天运送土石方 $(x+0.5)$ 万立方米.

根据题意，得 $\frac{360}{x}-\frac{360}{x+0.5}=24$，

解得 $x=2.5$ 或 $x=-3$，

经检验，$x=2.5$ 或 $x=-3$ 均为原方程的根，但 $x=-3$ 不符合题意，故舍去.

即原计划每天运送 2.5 万立方米，实际每天运送 3 万立方米.

19. **解析**:(1)令 $y=0$，则 $2x+4=0$，

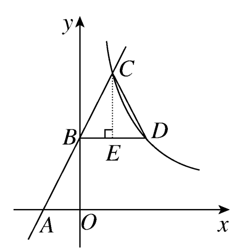
解得 $x=-2$，

∴点 A 的坐标为 $(-2,0)$.

令 $x=0$，则 $y=4$，

∴点 B 的坐标为(0,4).

(2)如图，过点 C 作 $CE\perp BD$，垂足为 E.



∵$CB=CD$，$CE\perp BD$，

∴$BE=DE$.

令 $y=4$，则 $4=\frac{k}{x}$，∴$x=\frac{k}{4}$，

∴点 D 的坐标为 $\left(\frac{1}{4}k,4\right)$，

∴点 C 的坐标为 $\left(\frac{1}{8}k,8\right)$.

∵点 C 在一次函数 $y=2x+4$ 的图象上，

∴$\frac{1}{4}k+4=8$，

解得 $k=16$.

【技法点拨】作辅助线，利用三角形的三线合一性质可求得反比例函数图象上点的坐标，再代入 $y=2x+4$ 即可求得答案.

20. **解析**:(1)∵反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象过点 $B(-1,3)$，

∴$k=-1\times 3=-3$，∴反比例函数的析式为 $y_2=-\frac{3}{x}$.

∵$A(a,-1)$在双曲线上，∴$-1=-\frac{3}{a}$，

∴$a=3$，∴$A(3,-1)$.

∵直线 $y_1=mx+n$ 经过 B,A 两点，

∴$\begin{cases}-m+n=3,\\3m+n=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-1,\\n=2.\end{cases}$

∴一次函数的解析式为 $y_1=-x+2$.

(2)在 $y_1=-x+2$ 中，当 $x=0$ 时，$y_1=2$；当 $y_1=0$ 时，$x=2$，

∴$D(0,2)$，$C(2,0)$，∴$OD=OC=2$，

∴$S_{\triangle OBD}=\frac{1}{2}\times2\times1=1$.

∵$S_{\triangle OCP}=6S_{\triangle OBD}$，

∴$S_{\triangle OCP}=\frac{1}{2}OC\cdot|y_P|=6$，即$\frac{1}{2}\times2\times|y_P|=6$，

∴$y_P=-6$(正值舍去)，

代入 $y_2=-\frac{3}{x}$，得$-6=-\frac{3}{x}$，解得 $x=\frac{1}{2}$.

∴点 P 的坐标为$\left(\frac{1}{2},-6\right)$.

(3)观察图象可知，对于反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$，当 $y\leqslant3$ 时，x 的取值范围是 $x\leqslant-1$ 或 $x>0$.

第二十六章　反比例函数

核心素养提优测试卷

1.C　2.B

3.B　解析：∵点 P 是反比例函数$y=\frac{k}{x}$图象上一点，且 $PQ\perp x$ 轴于点 Q，∴$S_{\triangle POQ}=\frac{1}{2}|k|=S$，解得$|k|=2S$. ∵反比例函数在第一象限有图象，∴$k=2S$，即 $S=\frac{k}{2}$.

4.B　解析：将(1 100，0.2)代入关系式 $I=\frac{U}{R}$，得 $0.2=\frac{U}{1\,100}$，解得 $U=220$，∴I 与 R 的函数关系式是 $I=\frac{220}{R}(R>0)$，A 不符合题意；当 $R=440$ 时，$I=\frac{220}{440}=0.5$(A)，B 符合题意；当电阻 $R(\Omega)$减小时，通过该台灯的电流 I(A)增大，C 不符合题意；当 $500<R<880$ 时，I 的取值范围是$\frac{220}{880}<R<\frac{220}{500}$，即 $0.25<I<0.44$，D 不符合题意.

5.A　解析：∵抛物线开口向上，∴$a>0$. ∵抛物线对称轴在 y 轴左侧，∴$b>0$. ∵抛物线与 y 轴交点在 x 轴下方，∴$c<0$，∴直线 $y=-ax+b$ 经过第一、二、四象限，反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 图象分布在第二、四象限.

6.C　解析：由所给函数图象可知，当 $-2\leqslant x<0$ 或 $x\geqslant1$ 时，一次函数的图象不在反比例函数图象的下方，即 $y_1\geqslant y_2$，所以当 $y_1\geqslant y_2$ 时，x 的取值范围是 $-2\leqslant x<0$ 或 $x\geqslant1$.

7.A　解析：点 P 的"可控变点"Q 所在函数解析式为 $y=\begin{cases}\frac{6}{x}-2(x\geqslant0),\\-\frac{6}{x}(x<0),\end{cases}$ ①当 $m\geqslant0$ 时，将点 $Q(m,3)$代入 $y=\frac{6}{x}-2$，得 $3=\frac{6}{m}-2$，解得 $m=\frac{6}{5}$，∴点 $Q\left(\frac{6}{5},3\right)$. 把 $x=\frac{6}{5}$ 代入点 P 所在解析式 $y=\frac{6}{x}$，得 $y=5$，∴点 $P\left(\frac{6}{5},5\right)$；②当 $m<0$ 时，将点 $Q(m,3)$代入 $y=-\frac{6}{x}$，得 $3=-\frac{6}{m}$，解得 $m=-2$. 把 $x=-2$ 代入点 P 所在解析式 $y=\frac{6}{x}$，得 $y=-3$，∴点 $P(-2,-3)$. 综上所述，点 P 的坐标为$\left(\frac{6}{5},5\right)$或$(-2,-3)$.

【易错避坑】根据定义区分点 P 和点 Q. 分 $m\geqslant0$ 及 $m<0$ 两种情况求解.

8.A　9.C　10.C

11.16

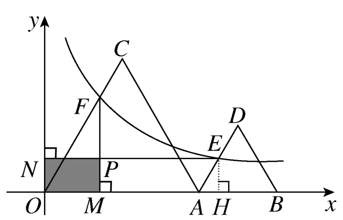
12.4　解析：根据直角坐标系设点 $M(1,n)$，则点 $N(2,n-2)$，将点 M，N 代入反比例函数中，得 $n=2(n-2)$，∴$n=4$，∴点 $M(1,4)$，∴$k=4$.

13.9　解析：∵点 D 为$\triangle OAB$ 斜边 OA 的中点，且点 A 的坐标$(-6,4)$，∴点 D 的坐标为$(-3,2)$. 把$(-3,2)$代入双曲线 $y=\frac{k}{x}(k<0)$，可得 $k=-6$，即双曲线解析式为 $y=-\frac{6}{x}$. ∵$AB\perp OB$，且点 A 的坐标为$(-6,4)$，∴点 C 的横坐标为-6，代入解析式 $y=-\frac{6}{x}$，解得 $y=1$，即点 C 的坐标为$(-6,1)$，∴$AC=3$.

又∵$OB=6$，∴$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times AC\times OB=9$.

14.16　解析：根据题意，得 $10P_1=20(P_1-20)$，解得 $P_1=40$，∴$P=\frac{400}{R}$. 当 $R=25\ \Omega$ 时，$P=\frac{400}{25}=16$(W).

15.$18\sqrt{3}$　解析：如图，过点 E 作 $EH\perp x$ 轴于点 H.



设 $AB=4a$，则 $OA=2AB=8a$.

∵以 AB 为边作等边三角形 ABD，且点 E 是 AD 中点，

∴$AE=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}AB=2a$，$\angle EAH=60^\circ$，

∴$\angle AEH=30^\circ$，∴$AH=\frac{1}{2}AE=a$，

∴$EH=\sqrt{(2a)^2-a^2}=\sqrt{3}a$，

∴$OH=OA+AH=9a$，

∴点 E 的坐标为$(9a,\sqrt{3}a)$.

∵阴影部分的面积等于 $6\sqrt{3}$，

∴$NO\cdot OM=6\sqrt{3}$.

∵$EN\perp y$ 轴，$EH\perp x$ 轴，$\angle MON=90^\circ$，

∴四边形 $HENO$ 为矩形，∴$NO=EH=\sqrt{3}a$.

∴$\sqrt{3}a\cdot OM=6\sqrt{3}$，∴$OM=\frac{6}{a}$.

∵以 OA 为边作等边三角形 OAC，∴$\angle FOM=60^\circ$.

∵$FM\perp x$ 轴，∴$\angle OFM=30^\circ$，

∴$OF=2OM=\frac{12}{a}$，

∴$FM=\sqrt{OF^2-OM^2}=\frac{6\sqrt{3}}{a}$，

∴点 F 的坐标为$\left(\frac{6}{a},\frac{6\sqrt{3}}{a}\right)$.

∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$的图象经过 AD 中点 E，与边 OC 交于点 F，

∴$k=xy=\frac{6}{a}\times\frac{6\sqrt{3}}{a}=9a\times\sqrt{3}a$，

即$\frac{6}{a}\times\frac{6\sqrt{3}}{a}=9a\times\sqrt{3}a$，

解得 $a=\sqrt{2}$(负值已舍去)，

∴$k=xy=9\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=18\sqrt{3}$.

【技法点拨】先根据等边三角形的性质求出点 E 的坐标为$(9a,\sqrt{3}a)$，运用勾股定理得出 $FM=\sqrt{OF^2-OM^2}=\frac{6\sqrt{3}}{a}$，则点 F 的坐标为$\left(\frac{6}{a},\frac{6\sqrt{3}}{a}\right)$，得出$\frac{6}{a}\times\frac{6\sqrt{3}}{a}=9a\times\sqrt{3}a$，解出 $a=\sqrt{2}$，再代入 $k=xy=9a\times\sqrt{3}a$ 即可作答.

16.解析：(1)∵含 45° 角的三角板 OAC 的直角顶点 C 的坐标为$(2,2)$，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象经过点 C，

∴$k=2\times2=4$. ∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

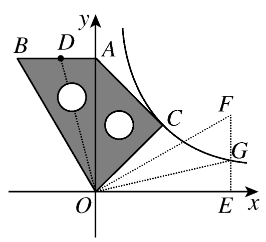
(2)∵点 $C(2,2)$，∴$CO^2=2^2+2^2=8$.

∵含 45° 角的三角板 OAC 为等腰直角三角形，$\angle ACO=90^\circ$，

∴$AC=CO$，$AO=\sqrt{CO^2+AC^2}=4$.

如图，连接 OD，$\triangle OAB$ 旋转到$\triangle OEF$ 的位置，则 $OE=OA=4$.

∵点 D 的对应点 G 在 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上，



∴$y_G=\frac{4}{x_G}=1$，∴$EG=1$. 由旋转可得 $AD=EG=1$，∴$D(-1,4)$.

17.解析：(1)设当 $4\leqslant x\leqslant t$ 时的反比例函数关系式为 $y=\frac{k}{x}$.

由图象可知，点$(4,-20)$在函数图象上，

∴$\frac{k}{4}=-20$，解得 $k=-80$，

∴当 $4\leqslant x\leqslant t$ 时的反比例函数关系式为 $y=-\frac{80}{x}$.

当 $y=-4$ 时，$-4=-\frac{80}{t}$，

解得 $t=20$.

(2)当 $y=-8$ 时，$-\frac{80}{x}=-8$，

解得 $x=10$.

设当 $0\leqslant x\leqslant4$ 时的一次函数关系式为 $y=mx+n$.

由图象可知，点$(0,-4)$，$(4,-20)$在函数图象上，

则$\begin{cases}n=-4,\\4m+n=-20,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=-4,\\n=-4,\end{cases}$

∴当 $0\leqslant x\leqslant4$ 时的一次函数关系式为 $y=-4x-4$.

当 $y=-8$ 时，$-4x-4=-8$，解得 $x=1$，

∴$10-1=9$(分钟).

18.解析：(1)∵直线 $y=x$ 过点 $M(2,a)$，

∴$a=2$，

∴将点 $M(2,2)$代入 $y=\frac{k}{x}$ 中，得 $k=4$，

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

(2)①由(1)知，反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

∵点 $A(1,m)$，$B(n,-1)$在 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上，

∴$m=4$，$n=-4$，

∴点 $A(1,4)$，$B(-4,-1)$.

由平移得，平移后直线 AB 的解析式为 $y=x+b$.

将 $A(1,4)$代入 $y=x+b$ 中，得 $4=1+b$，

∴$b=3$，

∴直线 AB 的解析式为 $y=x+3$.

令 $x=0$，得 $y=3$，

∴$OD=3$，

∴$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle BOD}+S_{\triangle AOD}$

$=\frac{1}{2}OD\cdot|x_B|+\frac{1}{2}OD\cdot|x_A|$

$=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times3\times1$

$=\frac{15}{2}$.

②∵$A(1,4)$，$B(-4,-1)$，

∴不等式 $x+b>\frac{k}{x}$ 的解集为 $-4<x<0$ 或 $x>1$.

19. **解析**:(1)∵反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象经过 $A(m,1)$,$B(-2,n)$两点,

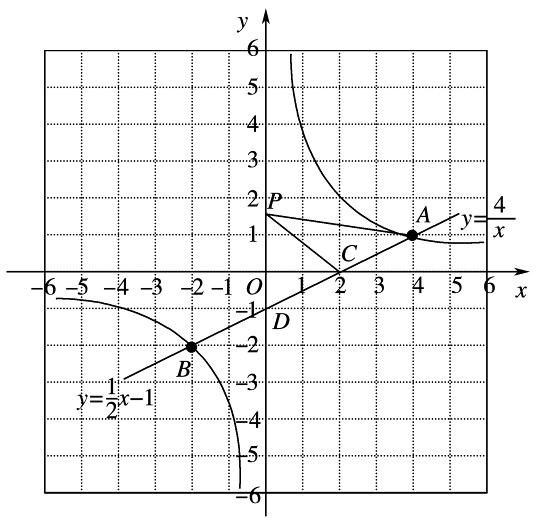
∴$1=\frac{4}{m}$,$n=\frac{4}{-2}=-2$,解得 $m=4$,

∴$A(4,1)$,$B(-2,-2)$.

将点 $A(4,1)$,$B(-2,-2)$代入 $y=kx+b$,

得 $\begin{cases}4k+b=1,\\-2k+b=-2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\frac{1}{2},\\b=-1,\end{cases}$

∴一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-1$,该函数的图象如图所示.



(2)由图可得,不等式 $kx+b<\frac{4}{x}$ 的解集是 $x<-2$ 或 $0<x<4$.

(3)设直线 AB 交 y 轴于点 D,

在 $y=\frac{1}{2}x-1$ 中,当 $x=0$ 时,$y=-1$,∴$D(0,-1)$.

当 $y=0$ 时,得 $\frac{1}{2}x-1=0$,解得 $x=2$,∴$C(2,0)$,∴$OC=2$.

∵$P(0,a)$,$A(4,1)$,∴$PD=|a+1|$.

∵$S_{\triangle APC}=\frac{5}{2}$,∴$\frac{1}{2}|a+1|\cdot(4-2)=\frac{5}{2}$,

解得 $a=\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{7}{2}$,

∴点 P 的坐标为 $\left(0,\frac{3}{2}\right)$或$\left(0,-\frac{7}{2}\right)$.

20. **解析**:(1)∵阻力×阻力臂=动力×动力臂,

∴重物×OA=秤砣×OB.

∵$OA=2$ cm,重物的质量为 x kg,OB 的长为 y cm,秤砣为 0.5 kg,

∴$2x=0.5y$,∴$y=4x$.

∵$4>0$,∴y 随 x 的增大而增大.

∵当 $y=0$ 时,$x=0$;当 $y=48$ 时,$x=12$,∴$0<x<12$.

(2)∵阻力×阻力臂=动力×动力臂,

∴秤砣×OA=重物×OB.

∵$OA=2$ cm,重物的质量为 x kg,OB 的长为 y cm,秤砣为 0.5 kg,

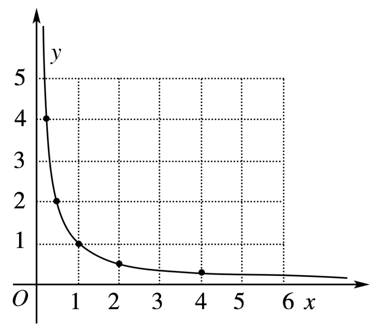
∴$2\times0.5=xy$,∴$y=\frac{1}{x}$.

当 $x=0.25$ 时,$y=\frac{1}{0.25}=4$;当 $x=0.5$ 时,$y=\frac{1}{0.5}=2$;

当 $x=1$ 时,$y=\frac{1}{1}=1$;当 $x=2$ 时,$y=\frac{1}{2}$;

当 $x=4$ 时,$y=\frac{1}{4}$.

作函数图象如图.



第二十七章　相似

小阶自测卷(27.1、27.2)

1.D　2.D　3.C

4.C　**【技法点拨】**阳光可认为是一束平行光,由光的直线传播特性可知透过窗户后的光线 BN 与 AM 仍然平行,由此可得出一对相似三角形,由相似三角形性质可进一步求出 AB 的长,即窗户的高度.

5.B　6.D　7.C

8.1　**解析**:∵线段 a,b,c,d 是成比例线段,

∴$a:b=c:d$,即 $6:3=2:d$,解得 $d=1$.

9.$(45\sqrt{5}-45)$　**解析**:∵支撑点 C 是 AB 靠近点 A 的一个黄金分割点,$AB=90$ cm,∴$BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times90=(45\sqrt{5}-45)$cm.

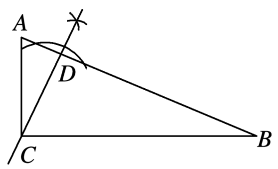
10.30　**解析**:∵在矩形 $EFGH$ 中,$EH\parallel FG$,$EH=GF$,∴$EH\parallel BC$.

∵$AD\perp BC$,∴$AM\perp EH$.∵$EH\parallel BC$,∴$\triangle AEH\backsim\triangle ABC$,

∴$\frac{EH}{BC}=\frac{AM}{AD}$.∵矩形零件 $EFGH$ 的长与宽的比为 3∶2,设 $EH=GF=3x$ cm,$EF=GH=2x$ cm,则 $MD=EF=2x$ cm,$AM=(12-2x)$cm,∴$\frac{3x}{18}=\frac{12-2x}{12}$,解得 $x=3$,∴$EH=3x=9$,$EF=2x=6$,

∴矩形 $EFGH$ 的周长为 $2\times(9+6)=30$(cm).

11.**解析**:如图,直线 CD 即为所求.(答案不唯一)



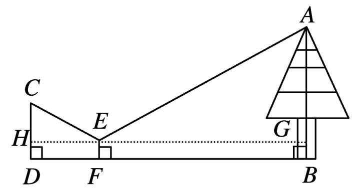
理由:∵$CD\perp AB$,$\angle ACB=90^\circ$,

∴$\angle ADC=\angle CDB=\angle ACB=90^\circ$,

∴$\angle A+\angle ACD=90^\circ$,$\angle B+\angle A=90^\circ$,

∴$\angle ACD=\angle B$,∴$\triangle CDA\backsim\triangle BDC$.

12.**解析**:过点 E 作水平线交 AB 于点 G,交 CD 于点 H,如图.



∵DB 是水平线,CD,EF,AB 都是铅垂线,∴$DH=EF=GB=0.55$ 米,$EH=DF=2$ 米,$EG=FB=6$ 米,∴$CH=CD-DH=1.65-0.55=1.1$(米).又根据题意,得$\angle CHE=\angle AGE=90^\circ$,$\angle CEH=\angle AEG$,∴$\triangle CHE\backsim\triangle AGE$,∴$\frac{EH}{EG}=\frac{CH}{AG}$,即$\frac{2}{6}=\frac{1.1}{AG}$,

解得 $AG=3.3$ 米,∴$AB=AG+GB=3.3+0.55=3.85$(米),即这棵树的高度为 3.85 米.

13.**证明**:(1)∵$\angle BAD=\angle CAE$,

∴$\angle BAD+\angle CAD=\angle CAE+\angle CAD$,即$\angle BAC=\angle DAE$.

在$\triangle ABC$和$\triangle ADE$中,∵$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$,且$\angle BAC=\angle DAE$,

∴$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$.

(2)∵$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$,∴$\angle C=\angle E$.

在$\triangle AEF$和$\triangle BCF$中,∵$\angle E=\angle C$,$\angle AFE=\angle BFC$,

∴$\triangle AEF\backsim\triangle BCF$.

第二十七章　相似

小阶自测卷(27.3)

1.B

2.B　**解析**:由题意得$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$,∴$\frac{AB}{DE}=\frac{2}{3}$.

∵$AB=3$,∴$DE=4.5$.

3.C　**解析**:∵$A(-1,0)$,$C(4,0)$,∴$OA=1$,$OC=4$.∵将$\triangle AOB$以原点 O 为位似中心放大,得到$\triangle COD$,∴$\triangle AOB$与$\triangle COD$的相似比是 $OA:OC=1:4$,∴$\triangle AOB$与$\triangle COD$的面积比是 1∶16.

4.B

5.C　**解析**:∵点 A 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 上,∴$S_{矩形ACOB}=4$.∵以点 O 为位似中心把四边形 $ACOB$ 放大得到四边形 $A'C'OB'$,且相似比为 2∶3,∴$\frac{S_{矩形ACOB}}{S_{矩形A'C'OB'}}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$,∴$S_{矩形A'C'OB'}=9$,∴过点 A' 的反比例函数解析式为 $y=\frac{9}{x}$.

6.C　7.D

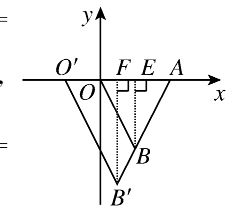
8.一定　**解析**:∵矩形 $OABC$ 与矩形 $OA'B'C'$ 关于点 O 位似,∴点 O,B 与点 B' 一定共线.

9.$(4,4)$或$(-4,-4)$　**解析**:∵以原点 O 为位似中心,相似比为 2,把$\triangle OAB$放大,点 A 的坐标为$(2,2)$,∴点 A 的对应点 A' 的坐标是$(2\times2,2\times2)$或$(2\times(-2),2\times(-2))$,即$(4,4)$或$(-4,-4)$.

【易错避坑】题目中只是说"以原点 O 为位似中心,相似比为 2,把$\triangle OAB$放大",要求的是点 A 的对应点 A' 的坐标,但并没有说是同向位似或反向位似,故应当分两种情况讨论.

10.$\left(\frac{1}{2},-3\right)$　**解析**:∵点 A 的坐标为$(2,0)$,点 O' 的坐标为$(-1,0)$,∴$AO=2$,$AO'=3$.∵$\triangle AB'O'\backsim\triangle ABO$,∴$\frac{AB}{AB'}=\frac{AO}{AO'}=\frac{2}{3}$.

如图所示,过点 B 作 $BE\perp x$ 轴,过点 B' 作 $B'F\perp x$ 轴.

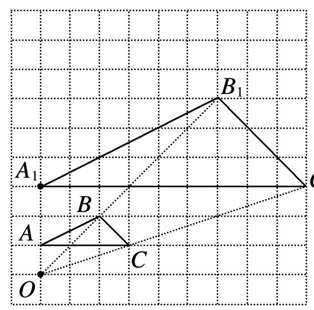


∵点 B 的坐标是$(1,-2)$,点 A 的坐标为$(2,0)$,∴$BE=2$,$AE=2-1=1$,∴$AB=\sqrt{(2-1)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$.∵$BE\perp x$ 轴,$B'F\perp x$ 轴,

∴$BE\parallel B'F$,∴$\triangle ABE\backsim\triangle AB'F$,∴$\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AB'}=\frac{BE}{B'F}=\frac{2}{3}$,∴$\frac{1}{AF}=\frac{2}{3}$,$\frac{\sqrt{5}}{AB'}=\frac{2}{3}$,解得

$AF=\frac{3}{2}$,$AB'=\frac{3}{2}\sqrt{5}$,∴$B'F=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\sqrt{5}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=3$,$OF=2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$.又∵点 B' 在第四象限,∴点 B' 的坐标为$\left(\frac{1}{2},-3\right)$.

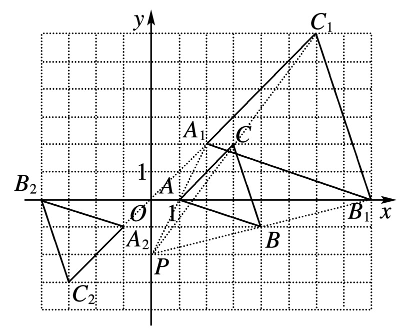
11.**解析**:(1)如图,$\triangle A_1B_1C_1$即为所求.



(2)∵$OA_1:OA=3:1$,∴$\triangle A_1B_1C_1$与$\triangle ABC$的相似比为 3∶1,∴$\triangle A_1B_1C_1$与$\triangle ABC$的周长之比为 3∶1.

12.**解析**:(1)连接 A_1A,B_1B,C_1C,并分别延长,相交于点 $P(0,-2)$,∴$\triangle A_1B_1C_1$与$\triangle ABC$是以点 $P(0,-2)$为位似中心的位似图形,∴点 P 的坐标为$(0,-2)$.

(2)如图,$\triangle A_2B_2C_2$即为所求.



13.**解析**:(1)把 $A(0,3)$,$B(4,3)$,$C(2,4)$代入 $y=ax^2+bx+c$,得到

$\begin{cases}16a+4b+c=3,\\4a+2b+c=4,\\c=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-\frac{1}{4},\\b=1,\\c=3,\end{cases}$

∴抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$.

(2)存在.由题意得 $A(0,3)$,$B(4,3)$,则 $AB=4-0=4$.

∵$\triangle DEF\backsim\triangle ABC$,相似比为 2,∴$DE=2\times4=8$.

∵二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2+x+3=-\frac{1}{4}(x-2)^2+4$ 的对称轴为直线 $x=2$,∴点 D 的横坐标为 6 或 -2.

①当点 D 在点 E 的右边时,如图1,点 D 的横坐标为 6,点 E 的横坐标为 -2,所以 $y=-\frac{1}{4}(6-2)^2+4=0$,此时,点 $D(6,0)$,$E(-2,0)$.

设直线 AD 的解析式为 $y=kx+b$,直线 BE 的解析式为 $y=ex+f$,

则 $\begin{cases}6k+b=0,\\b=3,\end{cases}$ $\begin{cases}-2e+f=0,\\4e+f=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\b=3,\end{cases}$ $\begin{cases}e=\frac{1}{2},\\f=1,\end{cases}$ 所以直线 AD 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$,直线 BE 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$.

联立 $\begin{cases}y=-\frac{1}{2}x+3,\\y=\frac{1}{2}x+1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\y=2,\end{cases}$ 所以点 P 的坐标为(2,2).

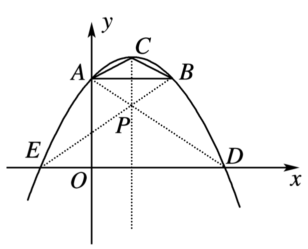


图1

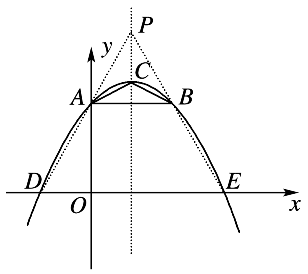


图2

②当点 D 在点 E 的左边时,如图2,点 E 的横坐标为 6,点 D 的横坐标为 -2,所以 $y=-\frac{1}{4}(6-2)^2+4=0$,此时,点 $E(6,0)$,$D(-2,0)$.设直线 AD 的解析式为 $y=kx+b$,直线 BE 的解析式为 $y=ex+f$,则 $\begin{cases}-2k+b=0,\\b=3,\end{cases}$ $\begin{cases}4e+f=3,\\6e+f=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\frac{3}{2},\\b=3,\end{cases}$ $\begin{cases}e=-\frac{3}{2},\\f=9,\end{cases}$ 所以直线 AD 的解析式为 $y=\frac{3}{2}x+3$,直线 BE 的解析式为 $y=-\frac{3}{2}x+9$,联立 $\begin{cases}y=\frac{3}{2}x+3,\\y=-\frac{3}{2}x+9,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\y=6,\end{cases}$

所以点 P 的坐标为(2,6).

综上所述,存在位似中心点 P 的坐标为(2,2)或(2,6).

第二十七章　相似

关键能力达标测试卷

1. A

2. D　解析:观察可得甲和丁对应角相等,对应边成比例,且形状相同,大小不同.

3. A　解析:∵两个相似三角形的周长比是 2∶1,∴它们的面积比是 4∶1.

4. B　5. D

6. D　解析:如图1.∵$CD\perp AB$ 于点 D,∴$\angle ADC=90°$.∵$\angle ACB=90°$,∴$\angle ADC=\angle ACB$.∵$\angle A=\angle A$,∴$\triangle ACD\backsim\triangle ABC$,A 不符合题意;

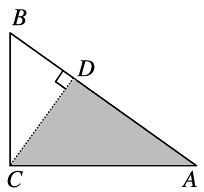


图1

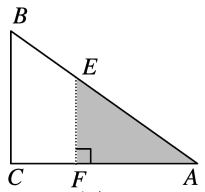


图2

如图2.∵$EF\perp AC$,∴$\angle AFE=90°$.∵$\angle C=90°$,∴$\angle AFE=\angle C$,∴$EF\parallel BC$,∴$\triangle AEF\backsim\triangle ABC$,B 不符合题意;

如图3.∵$BC=5$,$AC=7$,$HC=2.5$,$GC=3.5$,∴$\frac{HC}{BC}=\frac{2.5}{5}=\frac{1}{2}$,$\frac{GC}{AC}=\frac{3.5}{7}=\frac{1}{2}$,∴$\frac{HC}{BC}=\frac{GC}{AC}$.∵$\angle GCH=\angle ACB$,∴$\triangle GHC\backsim\triangle ABC$,C 不符合题意;

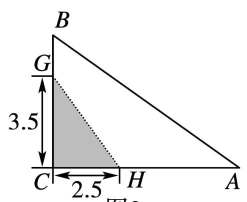


图3

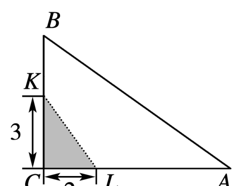
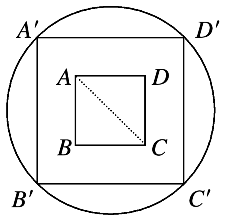


图4

如图4,∵$BC=5$,$AC=7$,$LC=2$,$KC=3$,∴$\frac{LC}{BC}=\frac{2}{5}$,$\frac{KC}{AC}=\frac{3}{7}$,∴$\frac{LC}{BC}\neq\frac{KC}{AC}$,∴$\triangle KLC$ 与 $\triangle ABC$ 不相似,D 符合题意.

7. C　解析:如图,连接 AC,在正方形 $ABCD$ 中,$AB=2$,则 $AC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$.



∵正方形 $ABCD$ 与正方形 $A'B'C'D'$ 是位似图形,$AB∶A'B'=1∶2$,

∴$AC∶A'C'=1∶2$,∴$A'C'=4\sqrt{2}$.

∵$\angle A'B'C'=90°$,∴四边形 $A'B'C'D'$ 的外接圆的直径是 $4\sqrt{2}$,

∴四边形 $A'B'C'D'$ 的外接圆的半径是 $2\sqrt{2}$.

8. A　解析:如图,过点 B 作 $BH\perp x$ 轴于点 H,则 $OE\parallel BH$,

∴$\triangle POE\backsim\triangle PHB$,∴$\frac{PO}{PH}=\frac{PE}{PB}$.

∵点 B 的坐标是(2,3),点 F 的横坐标为 -1,

∴$CB=2$,$EF=1$.

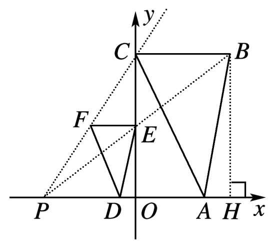
∵BC,EF 都与 x 轴平行,

∴$BC\parallel EF$,∴$\triangle PEF\backsim\triangle PBC$,

∴$\frac{PE}{PB}=\frac{EF}{BC}=\frac{1}{2}$,

∴$\frac{PO}{PH}=\frac{1}{2}$.∵$OH=2$,∴$OP=2$,

∴点 P 的坐标为$(-2,0)$.



9. C　10. B

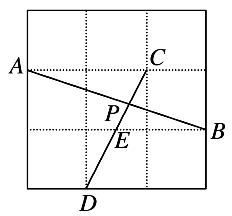
11. $\angle ADE=\angle C$(答案不唯一)

12. 45　解析:设竹竿的长为 x 尺.

∵竹竿的影长=一丈五尺=15 尺,标杆长=一尺五寸=1.5 尺,标杆影长五寸=0.5 尺,同一时刻物高与影长成正比,

∴$\frac{x}{15}=\frac{1.5}{0.5}$,解得 $x=45$.

13. $\frac{2\sqrt{5}}{7}$　解析:由勾股定理得,$CD=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,由图形可知,点 E 是 CD 的中点,



∴$EC=\frac{1}{2}CD=\frac{\sqrt{5}}{2}$,$BE=\frac{3}{2}$.

∵$AC\parallel BE$,∴$\triangle APC\backsim\triangle BPE$,

∴$\frac{PC}{PE}=\frac{AC}{BE}=\frac{4}{3}$,∴$PC=\frac{4}{3}PE$,

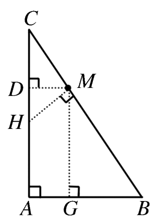
∴$PC+PE=\frac{4}{3}PE+PE=\frac{7}{3}PE=CE=\frac{\sqrt{5}}{2}$,

∴$PE=\frac{3\sqrt{5}}{14}$,∴$PC=\frac{4}{3}PE=\frac{4}{3}\times\frac{3\sqrt{5}}{14}=\frac{2\sqrt{5}}{7}$.

14. 3　解析:如图所示.

∵$\triangle ABC$ 是直角三角形,过点 M 作直线截 $\triangle ABC$,则截得的三角形与 $\triangle ABC$ 有一个公共角,

∴只要再作一个直角即可使截得的三角形与 Rt$\triangle ABC$ 相似,过点 M 可作 AB 的垂线、AC 的垂线、BC 的垂线,共 3 条直线.



15. $\frac{30}{37}$

16. **证明**:∵$BE=3$,$EC=6$,$CF=2$,∴$BC=3+6=9$.∵四边形 $ABCD$ 是正方形,∴$AB=BC=9$,$\angle B=\angle C=90°$.∵$\frac{AB}{CE}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$,$\frac{BE}{CF}=\frac{3}{2}$,∴$\frac{AB}{CE}=\frac{BE}{CF}$,∴$\triangle ABE\backsim\triangle ECF$.

17. **解析**:(1)证明:∵$\triangle ABC$ 为等边三角形,

∴$\angle B=\angle C=60°$.

∴$\angle BDF+\angle DFB=180°-\angle B=120°$.

∵$\angle DFE=60°$,

∴$\angle DFB+\angle EFC=180°-60°=120°$,

∴$\angle BDF=\angle EFC$,

∴$\triangle BDF\backsim\triangle CFE$.

(2)∵$DE\perp EF$,$\angle DFE=60°$,

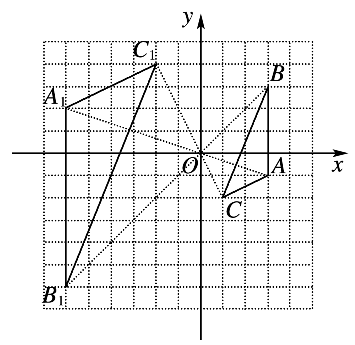
∴$\angle EDF=30°$,∴$DF=2EF$,

由(1)知,$\triangle BDF\backsim\triangle CFE$,

∴$\frac{DF}{EF}=\frac{BF}{CE}=2$,

∵$EC=2$,∴$BF=4$.

18. **解析**:(1)如图,$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

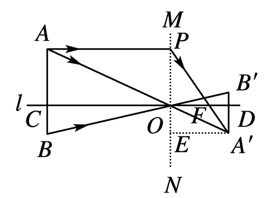


(2)由图可得,$A_1(-6,2)$,$B_1(-6,-6)$,$C_1(-2,4)$.

(3)$\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times8\times4=16$.

19. **解析**:(1)由题意,得 $OC=32$ cm,$OD=12.8$ cm,$AB=8$ cm,$AB\parallel MN\parallel A'B'$,∴$A'B'\perp CD$,即 OC,OD 分别为 $\triangle OAB$ 与 $\triangle OA'B'$ 的高线.∵$AB\parallel A'B'$,∴$\triangle OAB\backsim\triangle OA'B'$,∴$\frac{AB}{A'B'}=\frac{OC}{OD}$,即 $\frac{8}{A'B'}=\frac{32}{12.8}$,∴$A'B'=3.2$ cm.

(2)过点 A' 作 $A'E\parallel OD$ 交 MN 于点 E.



∵$A'E\parallel OD$,$MN\parallel A'B'$,

∴四边形 $A'EOD$ 为平行四边形,

∴$A'E=OD=12.8$ cm,$EO=A'D$.

同理,四边形 $ACOP$ 为平行四边形,∴$AP=OC=32$ cm.

∵$AP\parallel CD$,$A'E\parallel OD$,∴$AP\parallel A'E$,

∴$\triangle APO\backsim\triangle A'EO$,∴$\frac{PO}{EO}=\frac{AP}{A'E}=\frac{32}{12.8}=\frac{5}{2}$,∴$\frac{PO}{A'D}=\frac{5}{2}$.

∵$MN\parallel A'B'$,∴$\triangle POF\backsim\triangle A'DF$,∴$\frac{OF}{DF}=\frac{PO}{A'D}=\frac{5}{2}$,

∴$OF=\frac{5}{7}OD=\frac{64}{7}$ cm.

20. **解析**:(1)∵四边形 $ABCD$ 是菱形,∴$CB=CD$.

∵$\angle C=60°$,∴$\triangle CDB$ 是等边三角形,∴$DB=DC=AB=4$,

$\therefore BE=2$. $\because BE=EC$, $\therefore DE\perp BC$, $\therefore \angle BDE=30^\circ$, $\therefore DE=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$.

(2)①证明:$\because AD\parallel BC$, $\therefore \angle ADG=\angle DEC=90^\circ$,

$\therefore \angle ADG=\angle GFE=90^\circ$. 又$\because \angle AGD=\angle EGF$,

$\therefore \triangle AGD\backsim\triangle EGF$, $\therefore \frac{AG}{EG}=\frac{DG}{FG}$, $\therefore \frac{AG}{DG}=\frac{EG}{FG}$.

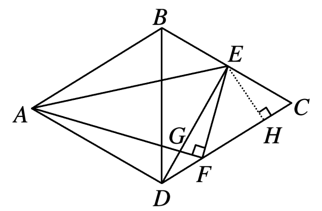
$\because \angle AGE=\angle DGF$, $\therefore \triangle AGE\backsim\triangle DGF$.

②如图,作$EH\perp CD$于点H.

$\because \triangle AGE\backsim\triangle DGF$,

$\therefore \angle EAG=\angle GDF=30^\circ$.

$\because \angle GFE=\angle ADG=90^\circ$,



$\therefore EF=\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{7}$.

在Rt$\triangle ECH$中,$CH=\frac{1}{2}CE=1$,$EH=\sqrt{3}$.

在Rt$\triangle EFH$中,$FH=\sqrt{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}=2$,$\therefore CF=2+1=3$,

$\therefore DF=CD-CF=1$.

第二十七章 相似

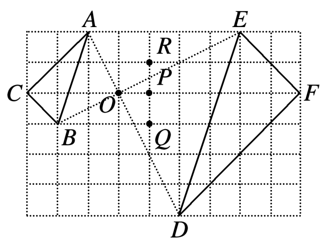
核心素养提优测试卷

1.A

2.D 【解题提示】根据位似图形的概念得到正方形$ABCD\backsim$正方形$A'B'C'D'$,再根据相似多边形的面积比等于相似比的平方计算即可.

3.A 4.B

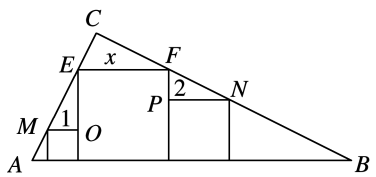
5.B 解析:$\because \triangle ABC$与$\triangle DEF$(其顶点都在该网格的格点上)是位似三角形,$\therefore$如图,连接AD,BE,则AD,BE相交于点O,$\therefore$这两个三角形的位似中心是点O.



6.A 解析:如果两点同时运动,设运动t秒时,以点A,D,E为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似,则$AD=t$,$CE=2t$,$AE=AC-CE=12-2t$.①当点D与点B对应时,有$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,$\therefore AD:AB=AE:AC$,$\therefore t:6=(12-2t):12$,$\therefore t=3$;②当点$D$与点$C$对应时,有$\triangle ADE\backsim\triangle ACB$,$\therefore AD:AC=AE:AB$,$\therefore t:12=(12-2t):6$,$\therefore t=4.8$,$\therefore$当以点$A$,$D$,$E$为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似时,运动的时间是3秒或4.8秒.

【易错点拨】"以点A,D,E为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似",除去点A与点A是对应点外,其余两个点并没有确定对应点,所以要分两种情况讨论.

7.A 解析:对图形进行点标注,如图所示.$\because$在Rt$\triangle ABC$中($\angle C=90^\circ$)放置边长分别为1,2,x的三个正方形,$\therefore \angle MOE=90^\circ$,$\angle FPN=90^\circ$.$\because \angle OME+\angle OEM=90^\circ$,$\angle PFN+\angle PNF=90^\circ$,$\angle CEF+\angle CFE=90^\circ$,$\angle CEF+\angle OEM=90^\circ$,$\angle CFE+\angle PFN=90^\circ$,$\therefore \angle OME=\angle PFN=\angle CEF$,$\angle OEM=\angle PNF=\angle CFE$,$\therefore \triangle CEF\backsim\triangle OME\backsim\triangle PFN$,$\therefore \frac{OE}{PN}=\frac{OM}{PF}$,即$OE\cdot PF=OM\cdot PN$.$\because EF=x$,$MO=1$,$PN=2$,$\therefore EO=x-1$,$PF=x-2$,$\therefore (x-1)(x-2)=2$,$\therefore x=3$或$x=0$(不合题意,舍去).



8.B 9.A 10.A

11.3 解析:当$\frac{a}{c}=3$时,$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\sqrt{3}$,理由如下:$\because \frac{a}{c}=3$,$\therefore a=3c$,$\therefore \frac{3c}{b}=\frac{b}{c}$,$\therefore b=\sqrt{3}c$,$\therefore \frac{a}{b}=\frac{3c}{\sqrt{3}c}=\sqrt{3}$,$\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{3}c}{c}=\sqrt{3}$,

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\sqrt{3}$.

12.14

13.2(答案不唯一) 解析:$\because S_{正方形ABCD}=10$,$S_{正方形GHIJ}=1$,$\therefore AD=\sqrt{10}$,$GJ=1$,$\therefore 1<DG<\sqrt{10}$,$\therefore$正方形$DEFG$的边长可以是2(答案不唯一).

14.3 cm 解析:如图,过点O作$OM\perp CD$,垂足为M,过点O'作$O'N\perp AB$,垂足为N.

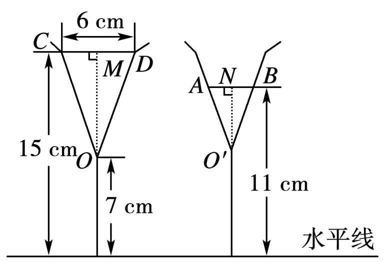


图1 图2

$\because CD\parallel AB$,$\therefore \triangle CDO\backsim\triangle ABO$,即相似比为$\frac{CD}{AB}$,$\therefore \frac{CD}{AB}=\frac{OM}{O'N}$.

$\because OM=15-7=8$(cm),$O'N=11-7=4$(cm),

$\therefore \frac{6}{AB}=\frac{8}{4}$,$\therefore AB=3$ cm.

15.①②④

16.证明:方法一:设正方形$ABCD$的边长为$4a$.

$\because E$是AD的中点,$\therefore AE=DE=2a$.

$\because CF=3DF$,$\therefore DF=a$,$CF=3a$.

$\because$四边形$ABCD$为正方形,

$\therefore AB=BC=4a$,$\angle A=\angle C=\angle D=90^\circ$.

在Rt$\triangle ABE$中,$\angle A=90^\circ$,$\therefore BE^2=AB^2+AE^2$,

又$AB=4a$,$AE=2a$,$\therefore BE=2\sqrt{5}a$.

同理$EF=\sqrt{5}a$,$BF=5a$.

$\therefore \frac{AB}{BE}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,$\frac{AE}{EF}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,$\frac{BE}{BF}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore \frac{AB}{BE}=\frac{AE}{EF}=\frac{BE}{BF}$.

在$\triangle ABE$和$\triangle BEF$中,$\frac{AB}{BE}=\frac{AE}{EF}=\frac{BE}{BF}$,

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle EBF$.

方法二:设正方形$ABCD$的边长为$4a$.

$\because E$是AD的中点,$\therefore AE=DE=2a$.

$\because CF=3DF$,$\therefore DF=a$,$CF=3a$.

$\because$四边形$ABCD$为正方形,

$\therefore AB=BC=4a$,$\angle A=\angle C=\angle D=90^\circ$.

在Rt$\triangle ABE$中,$\angle A=90^\circ$,

$\therefore BE^2=AB^2+AE^2$.

又$AB=4a$,$AE=2a$,$\therefore BE=2\sqrt{5}a$,

同理$EF=\sqrt{5}a$,$BF=5a$.

在$\triangle BEF$中,$BE=2\sqrt{5}a$,$EF=\sqrt{5}a$,$BF=5a$,

$\therefore BF^2=BE^2+EF^2$,$\therefore \angle BEF=90^\circ$.

又$\frac{AB}{BE}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,$\frac{AE}{EF}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,$\therefore \frac{AB}{BE}=\frac{AE}{EF}$.

在$\triangle ABE$和$\triangle BEF$中,$\angle A=\angle BEF=90^\circ$,$\frac{AB}{BE}=\frac{AE}{EF}$,

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle EBF$.

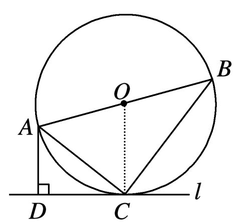
17.解析:(1)证明:连接OC.

$\because l$是$\odot O$的切线,$\therefore OC\perp l$.

$\because AD\perp l$,$\therefore OC\parallel AD$,

$\therefore \angle CAD=\angle ACO=\angle CAB$.

$\because \angle D=\angle ACB=90^\circ$,$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle ACD$.



(2)$\because AC=5$,$CD=4$,$\angle ADC=90^\circ$,$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=3$.

$\because \triangle ABC\backsim\triangle ACD$,$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{AC}{AD}$,$\therefore \frac{AB}{5}=\frac{5}{3}$,$\therefore AB=\frac{25}{3}$,

$\therefore$半径为$\frac{25}{6}$.

18.解析:(1)由题意可得$FC\parallel DE$,则$\triangle BFC\backsim\triangle BED$,

故$\frac{BC}{BD}=\frac{FC}{DE}$,即$\frac{BC}{BC+4}=\frac{1.5}{3.5}$,

解得$BC=3$,故BC的长为3 m.

(2)$\because AC=5.4$m,$\therefore AB=5.4-3=2.4$(m).

$\because$光在镜面反射中的反射角等于入射角,

$\therefore \angle FBC=\angle GBA$.

又$\because \angle FCB=\angle GAB$,$\therefore \triangle BGA\backsim\triangle BFC$,

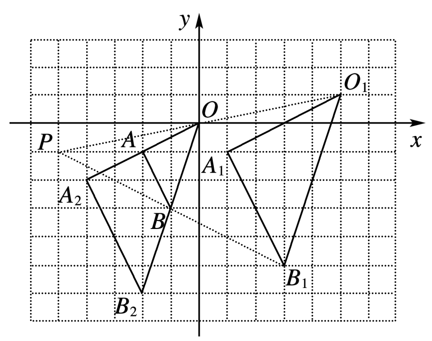
$\therefore \frac{AG}{AB}=\frac{FC}{BC}$,$\therefore \frac{AG}{2.4}=\frac{1.5}{3}$,解得$AG=1.2$,

即灯泡到地面的高度AG为1.2 m.

19.解析:(1)位似中心P如图所示,$P(-5,-1)$,$B_1(3,-5)$.

(2)$\triangle OA_2B_2$如图所示,$B_2(-2,-6)$.

(3)$M_2(2a,2b)$.



20.解析:(1)1 90°

(2)$\frac{BE}{AD}=\sqrt{3}$,$\angle DBE=90^\circ$.

理由如下:$\because \angle ACB=\angle DCE=90^\circ$,$\angle CAB=\angle CDE=60^\circ$,

$\therefore \angle ABC=30^\circ$,$\angle ACD=\angle BCE$,$\triangle ABC\backsim\triangle DEC$,

$\therefore \frac{CE}{CB}=\frac{CD}{CA}$,即$\frac{CE}{CD}=\frac{CB}{CA}$,

$\therefore \triangle ACD\backsim\triangle BCE$,$\therefore \frac{BE}{AD}=\frac{CB}{CA}$.

$\because$在Rt$\triangle ABC$中,$\angle ABC=30^\circ$,$\therefore AB=2AC$,

$\therefore CB=\sqrt{3}AC$,$\therefore \frac{BE}{AD}=\frac{CB}{CA}=\sqrt{3}$.

$\because \angle CBE=\angle A=60^\circ$,

$\therefore \angle DBE=\angle ABC+\angle CBE=90^\circ$.

(3)①若点D在线段AB上,如图1,

由(2)知,$\frac{BE}{AD}=\frac{CB}{CA}=\sqrt{3}$,$\angle DBE=90^\circ$,

$\therefore BE=\sqrt{3}AD$.

在Rt$\triangle ACB$中,$\angle ACB=90^\circ$,$\angle CAB=60^\circ$,$AC=2$,

$\therefore AB=4, BC=2\sqrt{3}$.

$\because \angle ECD=\angle DBE=90^\circ$，且点 M 是 DE 的中点，

$\therefore CM=BM=\frac{1}{2}DE$.

$\because \triangle CBM$ 是直角三角形，

$\therefore \triangle CBM$ 是等腰直角三角形，

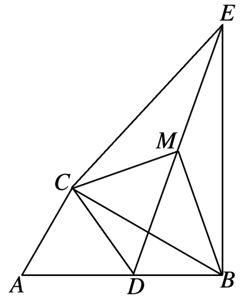


图1

$\therefore BM=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=\sqrt{6}$，$\therefore DE=2BM=2\sqrt{6}$.

在 Rt$\triangle DBE$ 中，$BD=AB-AD=4-AD$，$BD^2+BE^2=DE^2$，

$\therefore (4-AD)^2+(\sqrt{3}AD)^2=(2\sqrt{6})^2$，

解得 $AD=\sqrt{3}+1$ 或 $-\sqrt{3}+1$（舍去），

$\therefore BE=\sqrt{3}AD=3+\sqrt{3}$.

②若点 D 在线段 BA 延长线上，如图 2，

同理可得 $DE=2\sqrt{6}$，$BE=\sqrt{3}AD$，

在 Rt$\triangle DBE$ 中，$BD=AB+AD=4+AD$，$BD^2+BE^2=DE^2$，

$\therefore (4+AD)^2+(\sqrt{3}AD)^2=(2\sqrt{6})^2$，

解得 $AD=\sqrt{3}-1$ 或 $-\sqrt{3}-1$（舍去），

$\therefore BE=\sqrt{3}AD=3-\sqrt{3}$.

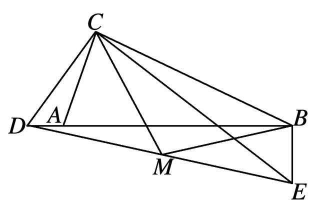


图2

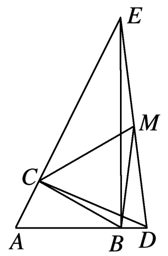


图3

③若点 D 在线段 AB 延长线上，如图 3，

同理可得，$\angle DBE=90^\circ$，$\angle ABC=30^\circ$，

$\triangle BCM$ 是等腰直角三角形，$BM=CM$，

$\therefore \angle CBM=45^\circ$，$\angle CBE=180^\circ-\angle DBE-\angle ABC=60^\circ$，

即 $\angle CBM<\angle CBE$，与图中 $\angle CBM>\angle CBE$ 不符，

$\therefore$ 此种情况无解.

综上所述，BE 的长为 $3+\sqrt{3}$ 或 $3-\sqrt{3}$.

第二十八章　锐角三角函数

关键能力达标测试卷

1.D　2.B　3.A　4.B

5.B　**解析**：$\because \angle C=90^\circ$，$AB=\sqrt{6}$，$BC=\sqrt{3}$，$\therefore \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \angle A=45^\circ$.

6.A　**解析**：$\because \tan A=1$，$\cos B=\frac{1}{2}$，$\therefore \angle A=45^\circ$，$\angle B=60^\circ$，$\therefore \angle C=180^\circ-45^\circ-60^\circ=75^\circ$，则 $\triangle ABC$ 的形状是锐角三角形.

7.D　**解析**：$\because \sin(\alpha+20^\circ)=\cos 50^\circ$，$\therefore \alpha+20^\circ+50^\circ=90^\circ$，$\therefore \alpha=20^\circ$.

8.B　**【解题提示】**得到地毯的长度为 $AC+BC$ 的长，利用正切定义求得 $BC=AC\cdot\tan\alpha$ 即可求解.

9.D　**解析**：$\because AC\perp BC$，$\therefore \angle ACB=90^\circ$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=\alpha$，$AC=3$ 米，

$\therefore BC=\frac{AC}{\tan\alpha}=\frac{3}{\tan\alpha}$（米）.

$\because CD=1$ 米，$\therefore BD=BC-CD=\left(\frac{3}{\tan\alpha}-1\right)$ 米，

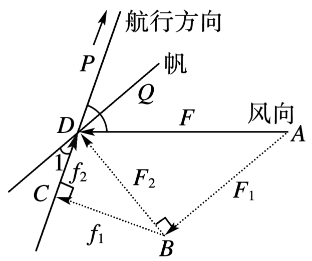
$\therefore$ 影长差 BD 的长为 $\left(\frac{3}{\tan\alpha}-1\right)$ 米.

10.D

11.0　**解析**：原式 $=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$.

12.$(15\sqrt{3}+1)$　13.$\frac{4}{5}$　14.$3+\sqrt{3}$

15.128　**解析**：如图. $\because \angle PDA=70^\circ$，$\angle PDQ=30^\circ$，



$\therefore \angle ADQ=\angle PDA-\angle PDQ=70^\circ-30^\circ=40^\circ$，$\angle 1=\angle PDQ=30^\circ$.

$\because AB/\!/QD$，

$\therefore \angle BAD=\angle ADQ=40^\circ$.

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$F=AD=400$，$\angle ABD=90^\circ$，

$\therefore F_2=BD=AD\cdot\sin\angle BAD=400\cdot\sin 40^\circ=400\times0.64=256$. 由题意可知，$BD\perp DQ$，

$\therefore \angle BDC+\angle 1=90^\circ$，

$\therefore \angle BDC=90^\circ-\angle 1=60^\circ$.

在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BD=256$，$\angle BCD=90^\circ$，

$\therefore f_2=CD=BD\cdot\cos\angle BDC=256\times\cos 60^\circ=256\times\frac{1}{2}=128$.

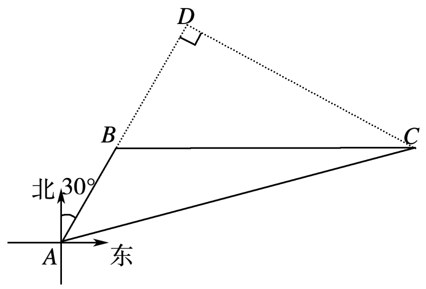
16.**解析**：(1)原式 $=2\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1+\frac{1}{2}-1+\frac{1}{2}=1$.

(2)原式 $=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}+1+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}+1$.

17.**解析**：(1)因为 $AD\perp BC$，则在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\sin\angle ABD=\frac{AD}{AB}$. 又因为 $AB=5$，$\sin\angle ABD=\frac{4}{5}$，所以 $AD=4$，所以 $BD=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

(2)因为 $BC=5$，$BD=3$，所以 $CD=2$. 因为 $AB=BC$，且点 E 是 AC 边的中点，所以 $BE\perp AC$，所以 $\angle EBC+\angle C=90^\circ$. 又因为 $\angle CAD+\angle C=90^\circ$，所以 $\angle EBC=\angle CAD$. 在 Rt$\triangle CAD$ 中，$\tan\angle CAD=\frac{CD}{AD}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，所以 $\tan\angle EBC=\frac{1}{2}$.

18.**解析**：过点 C 作 $CD\perp AB$ 交 AB 延长线于点 D. 如图所示.



$\because \angle BAC=75^\circ-30^\circ=45^\circ$，

$\therefore$ 在 Rt$\triangle ACD$ 中，$\angle BAC=\angle ACD=45^\circ$，

$\therefore CD=AD$.

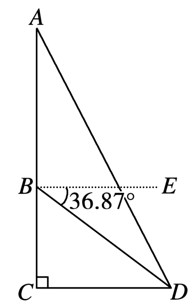
设 $CD=x$ 海里，在 Rt$\triangle BCD$ 中，$\angle BDC=90^\circ$，$\angle CBD=60^\circ$，

$\therefore \tan\angle CBD=\frac{CD}{BD}$，即 $BD=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 米.

$\because AD-BD=40$，$\therefore x-\frac{\sqrt{3}}{3}x=40$，$\therefore x=60+20\sqrt{3}$.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{(60+20\sqrt{3})^2+(60+20\sqrt{3})^2}\approx$ 133.8（海里），即我国海监执法船在前往监视巡查的过程中行驶了 133.8 海里.

19.**解析**：(1)如图，由题意得 $AC\perp CD$，$BE/\!/CD$，



$\therefore \angle EBD=\angle BDC=36.87^\circ$.

在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BD=10$ 米，

$\therefore CD=BD\cdot\cos 36.87^\circ\approx10\times0.80=8$（米），

$\therefore CD$ 的长约为 8 米.

(2)在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BD=10$ 米，$\angle BDC=36.87^\circ$，

$\therefore BC=BD\cdot\sin 36.87^\circ\approx10\times0.6=6$（米）.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AD=17$ 米，$CD=8$ 米，

$\therefore AC=\sqrt{AD^2-CD^2}=\sqrt{17^2-8^2}=15$（米），

$\therefore AB=AC-BC=15-6=9$（米）.

$\because$ 模拟装置从点 A 以每秒 2 米的速度匀速下降到点 B，

$\therefore$ 模拟装置从点 A 下降到点 B 的时间 $=9\div2=4.5$（秒）.

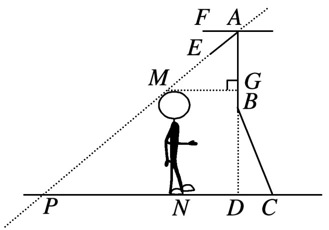
20.**解析**：(1)设竖直支架的长为 $2x$ 米，则一根斜拉支架的长为 $3x$ 米. 依题意得 $2x+3\times3x=5.5$，解得 $x=0.5$，

$\therefore$ 一根斜拉支架 BC 的长为 1.5 米，竖直支架 AB 的长为 1 米.

在 Rt$\triangle BDC$ 中，$\sin\angle BCD=\sin 64^\circ=\frac{BD}{BC}=\frac{BD}{1.5}\approx0.90$，

$\therefore BD=1.35$（米），$\therefore AD=1.35+1=2.35\approx2.4$（米）.

(2)如图，过点 M 作 $MG\perp AD$ 于点 G，



由题意得 $\angle CBD=37^\circ$.

在 Rt$\triangle BDC$ 中，

$\frac{BD}{BC}=\frac{BD}{1.5}=\cos 37^\circ\approx0.80$，

$\frac{DC}{BC}=\frac{DC}{1.5}=\sin 37^\circ\approx0.60$，

则 $BD=1.2$（米），$CD=0.9$（米），

$\therefore MG=ND=NC-CD=1.7-0.9=0.8$（米）.

在 Rt$\triangle AMG$ 中，$\angle AMG=\angle FAE=37^\circ$，

$\therefore \frac{AG}{MG}=\frac{AG}{0.8}=\tan 37^\circ\approx0.75$，

$\therefore AG=0.6$（米），

$\therefore GD=AD-AG=AB+BD-AG=1+1.2-0.6=1.6$（米）.

即学生的平均身高为 1.6 米.

第二十八章　锐角三角函数

核心素养提优测试卷

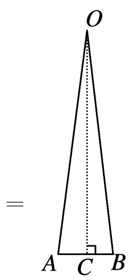
1.A　2.D

3.A　**解析**：$\because \angle A$ 是锐角，且 $\sin A=\frac{1}{3}<\frac{1}{2}=\sin 30^\circ$，$\therefore 0^\circ<\angle A<30^\circ$.

4.C　**解析**：在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\therefore \angle A+\angle B=90^\circ$，$\therefore \cos B=\sin A=\frac{3}{5}$.

5.C　6.C　7.C

8.D　**解析**：如图，圆内接正 360 边形被半径分成 360 个全等的等腰三角形 AOB，其顶角 $\angle AOB=1^\circ$，过点 O 作 $OC\perp AB$，垂足为 C，设 $OA=OB=r$.



$\because OA=OB$，$OC\perp AB$，

$\therefore \angle AOC=\frac{1}{2}\angle AOB=0.5^\circ$，$AB=2AC$.

在 Rt$\triangle AOC$ 中，$AC=OA\cdot\sin 0.5^\circ=r\sin 0.5^\circ$，

$\therefore AB=2AC=2r\sin 0.5^\circ$，

$\therefore$ 由“割圆术”可得圆周率的近似值 $=\frac{360AB}{2OA}=\frac{360\times2r\sin 0.5^\circ}{2r}=360\sin 0.5^\circ$.

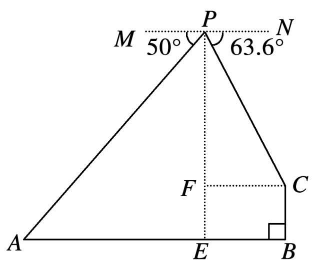
9.A

10.A　**解析**：由题意得 $EF=BM=1.8$ m，$CD=BN=1.5$ m，$DF=5$ m，$EM=BF$，$BD=CN$，$EM\perp AB$，$CN\perp AB$，设 $BD=CN=x$ m，则 $EM=BF=DF+BD=(x+5)$ m. 在 Rt$\triangle AEM$ 中，$\angle AEM=45^\circ$，$\therefore AM=EM\cdot\tan 45^\circ=(x+5)$ m. 在 Rt$\triangle ACN$ 中，$\angle ACN=53^\circ$，$\therefore AN=CN\cdot\tan 53^\circ\approx\frac{4}{3}x$ (m). $\because AM+BM=AN+BN=AB$，$\therefore x+5+1.8=\frac{4}{3}x+1.5$，解得 $x=15.9$，

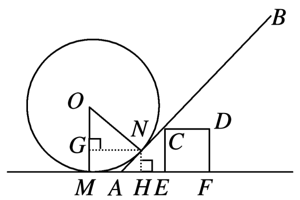
∴$AN=\frac{4}{3}x=21.2$(m)，∴$AB=AN+BN=21.2+1.5=22.7$(m)，∴电子厂 AB 的高度约为 22.7 m.

11.2　12.$3+\sqrt{2}$　13.$20\sqrt{2}$

14.74　**解析**：由题知$\angle NPC=\angle PCF=63.6°$，$\angle MPA=\angle BAP=50°$，$BC=EF=12$ m，$PE=60$ m，∴$PF=PE-EF=48$ m. 在 Rt△PFC 中，$\tan 63.6°=\frac{PF}{CF}=2$，∴$CF=24$ m，∴$BE=24$ m. 在 Rt△APE 中，$\tan 50°=\frac{PE}{AE}=\frac{6}{5}$，∴$AE=50$ m，∴$AB=AE+BE=74$ m.



15.$(20+10\sqrt{2})$　**解析**：如图，过点 N 作 $NG\perp OM$ 于点 G，$NH\perp AF$ 于点 H. ∵$NH\perp AF$，$CE\perp AF$，∴$NH/\!/CE$. ∵点 N 为 AC 的中点，∴NH 是△ACE 的中位线，∴$NH=\frac{1}{2}CE=10$ cm. ∵$\angle NGM=\angle GMH=\angle NHM=90°$，∴四边形 $GMHN$ 是矩形，∴$GM=NH=10$ cm. ∵$\angle MON=\angle BAF=45°$，∴△$OGN$ 是等腰直角三角形，∴$OG=GN$，$ON=\sqrt{2}OG$. 设石头的半径为 r cm，则 $OG=GN=(r-10)$cm. ∵$ON=\sqrt{2}OG$，∴$r=\sqrt{2}(r-10)$，解得 $r=20+10\sqrt{2}$，∴石头的半径为$(20+10\sqrt{2})$cm.

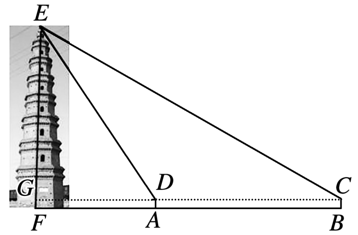


16.**解析**：(1)原式$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+1-1=0$.

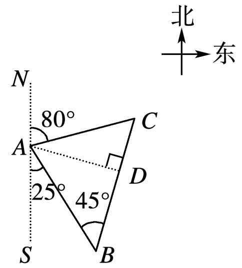
(2)原式$=\frac{\sqrt{2}\times1+(\sqrt{3})^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}-\frac{3\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}{\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}}=2+3\sqrt{2}-2=3\sqrt{2}$.

17.**解析**：如图，连接 CD 并延长，交 EF 于点 G，由题意得 $AD=BC=FG=1.8$ m，$CG\perp EF$，$DC=AB=28$ m，$\angle EDG=60°$，$\angle ECG=30°$. ∵$\angle EGC=90°$，∴$\frac{EG}{GD}=\tan 60°$，$\frac{EG}{GC}=\tan 30°$，即$\frac{EG}{GD}=\sqrt{3}$，$\frac{EG}{GD+DC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即$\begin{cases}\frac{EG}{GD}=\sqrt{3},\\ \frac{EG}{GD+28}=\frac{\sqrt{3}}{3},\end{cases}$解得$\begin{cases}GD=14,\\ EG=14\sqrt{3},\end{cases}$

∴$EF=EG+GF=14\sqrt{3}+1.8\approx26$ m，即千佛塔 EF 的高约为 26 m.



18.**解析**：由题意得$\angle NAC=80°$，$\angle BAS=25°$，∴$\angle CAB=180°-\angle NAC-\angle BAS=75°$. ∵$\angle ABC=45°$，∴$\angle ACB=180°-\angle CAB-\angle ABC=60°$. 过点 A 作 $AD\perp BC$，垂足为 D.



在 Rt△ABD 中，$AB=3\sqrt{2}$ km，$\angle ABC=45°$，∴$AD=AB\cdot\sin 45°=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$(km)，

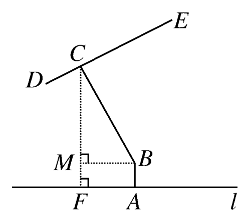
$BD=AB\cdot\cos 45°=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$(km).

在 Rt△ADC 中，$\angle ACB=60°$，$CD=\frac{AD}{\tan 60°}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$(km)，

∴$BC=BD+CD=(3+\sqrt{3})$km，

∴检查点 B 和 C 之间的距离为$(3+\sqrt{3})$km.

19.**解析**：(1)过点 C 作 $CF\perp l$ 于点 F，过点 B 作 $BM\perp CF$ 于点 M.



∴$\angle CFA=\angle BMC=\angle BMF=90°$.

由题意，得$\angle BAF=90°$，

∴四边形 $ABMF$ 为矩形，

∴$MF=AB=2$ cm，$\angle ABM=90°$.

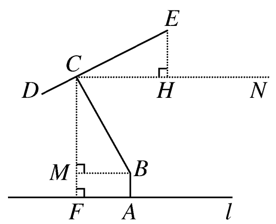
∵$\angle ABC=150°$，∴$\angle MBC=60°$.

∵$BC=18$ cm，

∴$CM=BC\cdot\sin 60°=18\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$(cm)，

∴$CF=CM+MF=(9\sqrt{3}+2)$cm.

(2)过点 C 作 $CN/\!/l$，过点 E 作 $EH\perp CN$ 于点 H，



∴$\angle EHC=90°$.

∵$DE=24$ cm，$CD=6$ cm，

∴$CE=18$ cm.

当$\angle ECH=30°$时，$EH=CE\cdot\sin 30°=18\times\frac{1}{2}=9$(cm)；

当$\angle ECH=70°$时，$EH=CE\cdot\sin 70°\approx18\times0.94=16.92$(cm).

∴$16.92-9=7.92\approx7.9$(cm)，

∴当 α 从 30°变化到 70°的过程中，面板上端 E 离桌面 l 的高度增加了约 7.9 cm.

20.**解析**：(1)∵铅垂线与水平线垂直，∴$\alpha+\beta=90°$，

故 α，β 之间的数量关系为 $\alpha+\beta=90°$.

(2)在 Rt△ABH 中，∵$AB=40$ 米，$\angle BAH=24°$，$\sin\angle BAH=\frac{BH}{AB}$，∴$\sin 24°=\frac{BH}{40}$.

在 Rt△TKS 中，∵$KT\approx5$ cm，$TS\approx2$ cm，$\angle TKS=24°$，$\sin\angle TKS=\frac{TS}{KT}$，

∴$\sin 24°\approx\frac{2}{5}$，∴$\frac{BH}{40}\approx\frac{2}{5}$，解得 $BH\approx16$ 米.

在 Rt△CBQ 中，∵$BC=50$ 米，$\angle CBQ=30°$，

∴$CQ=\frac{1}{2}CB=25$ 米.

在 Rt△DCR 中，∵$CD=40$ 米，$\angle DCR=45°$，$\sin\angle DCR=\frac{DR}{CD}$，

∴$DR=CD\cdot\sin\angle DCR=40\times\sin 45°=20\sqrt{2}$(米).

∴$DF=BH+CQ+DR=16+25+20\sqrt{2}\approx69$(米).

(3)由题意，得 $\tan\beta_1=\frac{a_1}{b_1}$，$\tan\beta_2=\frac{a_2}{b_2}$，

在 Rt△DNL 中，∵$\tan\beta_1=\frac{DL}{NL}$，∴$\frac{DL}{NL}=\frac{a_1}{b_1}$，∴$NL=\frac{b_1}{a_1}DL$.

在 Rt△$DN'L$ 中，∵$\tan\beta_2=\frac{DL}{N'L}$，∴$\frac{DL}{N'L}=\frac{a_2}{b_2}$，∴$N'L=\frac{b_2}{a_2}DL$.

∵$NL-N'L=NN'=40$ 米，

∴$\frac{b_1}{a_1}DL-\frac{b_2}{a_2}DL=40$ 米，解得 $DL=\frac{40a_1a_2}{b_1a_2-b_2a_1}$ 米，

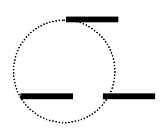
∴山高 $DF=DL+LF=\left(\frac{40a_1a_2}{b_1a_2-b_2a_1}+1.6\right)$米.

第二十九章　投影与视图

核心素养提优测试卷

1.B

2.D　**解析**：根据平行投影的定义可知，在某一时刻三根木杆在阳光下的影子可能如下图.



3.D　**解析**：路灯是点光源，高度较低，在同一路灯下，身高影响身体影长，人站的位置更会影响身体影长. 因此，小莉和小玉的影子长短，由于站立位置不同，无法确定谁的更长，D 正确，其他选项错误.

4.D　5.A　6.A　7.C

8.A　**解析**：由三视图可知该几何体是圆柱体，它的底面直径是 6 cm，高是 10 cm. 所以该几何体的侧面积为 $6\pi\times10=60\pi$(cm²).

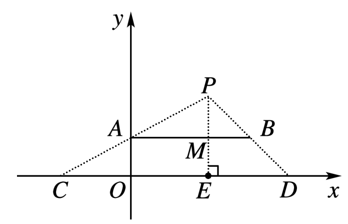
9.C　10.D

11.中心投影　12.5　13.15

14.12　**解析**：过点 P 作 $PE\perp x$ 轴于点 E，交 AB 于点 M，如图.

∵$P(4,4)$，$A(0,2)$，$B(6,2)$，∴$PM=2$，$PE=4$，$AB=6$.

∵$AB/\!/CD$，∴$\frac{AB}{CD}=\frac{PM}{PE}$，∴$\frac{6}{CD}=\frac{2}{4}$，∴$CD=12$.



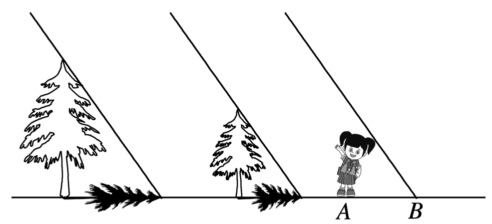
15.4π　**解析**：由这个几何体的三视图可知，这个几何体由一个底面直径为 2、高为 1 的半球体与一个底面直径为 2、高为$\sqrt{3}$的圆锥体组成，圆锥体的母线长为$\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$. 它的表面积$=\frac{1}{2}\times4\pi\times1^2+\frac{1}{2}\times2\pi\times2=4\pi$.

【**技法点拨**】给出几何体的三视图，求几何体的表面积或体积，就要先想象出几何体，再根据给出的数值计算.

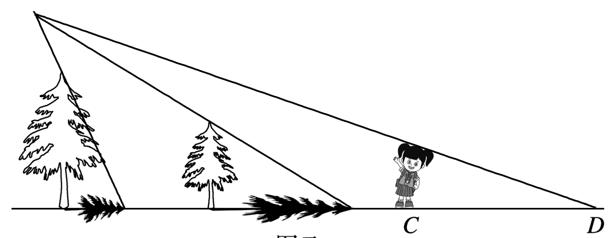
16.略.

17.**解析**：(1)图甲反映了阳光下的情形，图乙反映了路灯下的情形.

(2)如图，AB，CD 是小丽的影长.



图甲



图乙

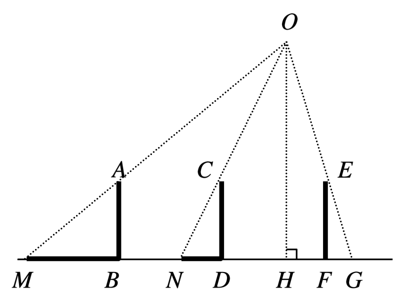
(3)设第二棵树的高度为 x m，则$\frac{1.20}{1.58}=\frac{2.40}{x}$，解得 $x=3.16$.

即第二棵树的高度为 3.16 m.

18.**解析**：(1)由该几何体的三视图可知这个几何体是一个正六棱柱.

(2)由题图可知，该几何体的高为 12 cm，底面正六边形的边长为 5 cm，所以侧面积为 $5\times12\times6=360$(cm²).

19.**解析**：(1)如图.



(2)如图，过点 O 作 $OH\perp MG$ 于点 H.设 $DH=x$ m.

由 $AB/\!/CD/\!/OH$，得 $\frac{MB}{MH}=\frac{ND}{NH}$，即 $\frac{1.6}{3.6+x}=\frac{0.6}{0.6+x}$，解得 $x=1.2$.

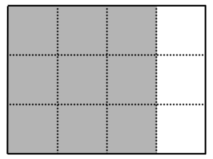
设 $FG=y$ m.同理，得 $\frac{FG}{HG}=\frac{ND}{NH}$，即 $\frac{y}{0.8+y}=\frac{0.6}{1.8}$，解得 $y=0.4$.

所以小明位于 F 处的影长为 0.4 m.

20.解析：(1)观察主视图、俯视图，可知 $a=1$，$d=1$.

(2)这个几何体最少由 10 个小正方体搭成，最多由 15 个小正方体搭成.

(3)小正方体最多时，该几何体的左视图如图所示.



左视图

重难专项补漏卷——函数专项

1.C

2.A 解析：当 $k=6>0$ 时，函数图象的两个分式分别位于一、三象限，∴点 $A(-1,y_1)$ 在第三象限，点 $B(2,y_2)$ 在第一象限，∴$y_1<0<y_2$.

3.B 解析：∵阻力×阻力臂=动力×动力臂，且阻力和阻力臂分别为 1 000 N 和 0.6 m，∴动力 F 关于动力臂 l 的函数解析式为 $1\ 000\times0.6=Fl$，即 $F=\frac{600}{l}$，是反比例函数.又∵动力臂 $l>0$，∴反比例函数 $F=\frac{600}{l}$ 的图象是双曲线，且在第一象限.

4.A

5.C 解析：∵玉带桥的拱顶离水面的平均高度为 4.2 m，二次函数为 $y=ax^2+4.2(a<0)$，∴抛物线的顶点坐标为 $(0,4.2)$，∴该抛物线所在的平面直角坐标系是以抛物线的对称轴为 y 轴，以水面为 x 轴.

6.D 解析：根据二次函数图象，当 $x>1$ 时，y_1 随着 x 的增大而减小，同样当 $x>1$ 时，反比例函数 y_2 随着 x 的增大而减小.

7.C 解析：由表格可知，抛物线的对称轴是直线 $x=\frac{-1+3}{2}=1$，②错误；抛物线的顶点坐标是 $(1,-1)$，有最小值，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的开口向上，①错误；当 $y=0$ 时，$x=0$ 或 $x=2$，m 的值为 0，③正确；当 $y\leqslant0$ 时，x 的取值范围是 $0\leqslant x\leqslant2$，④正确.

8.D 解析：由函数 $y=mx+m$ 的图象可知 $m<0$，即函数 $y=-mx^2+2x+2$ 开口方向朝上，与图象不符，A 错误；由函数 $y=mx+m$ 的图象可知 $m<0$，即函数 $y=-mx^2+2x+2$ 开口方向朝上，对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=\frac{2}{2m}=\frac{1}{m}<0$，则对称轴应在 y 轴左侧与图象不符，B 错误；由函数 $y=mx+m$ 的图象可知 $m>0$，即函数 $y=-mx^2+2x+2$ 开口方向朝下，C 错误；由函数 $y=mx+m$ 的图象可知 $m<0$，即函数 $y=-mx^2+2x+2$ 开口方向朝上，对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=\frac{2}{2m}=\frac{1}{m}<0$，则对称轴应在 y 轴左侧，与图象相符，D 正确.

9.C 解析：由题意可得 $R=\frac{U}{I}$，由图象知 $U_2>U_1$，$I_1<I_2$，∴$\frac{U_2}{I_1}>\frac{U_1}{I_1}$，$\frac{U_2}{I_1}>\frac{U_2}{I_2}$，∴丙的电阻大于甲的电阻，丙的电阻大于丁的电阻.同理丁的电阻大于乙的电阻，∴这四个用电器中电阻 $R(\Omega)$ 最大的是丙.

10.B 解析：∵抛物线的对称轴为直线 $x=1$，∴$-\frac{b}{2a}=1$，∴$b=-2a$，∴$2a+b=0$，①正确；∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=1$，与 x 轴的一个交点在 2，3 之间，∴与 x 轴的另一个交点在 -1，0 之间，∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 一定有一个根在 -1 和 0 之间，②错误；∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=\frac{3}{2}$ 有两个交点，∴方程 $ax^2+bx+c-\frac{3}{2}=0$ 一定有两个不相等的实数根，③正确；∵抛物线与 x 轴的另一个交点在 -1，0 之间，∴$a-b+c<0$.∵图象与 y 轴交点的纵坐标是 2，∴$c=2$，∴$a-b+2<0$，∴$b-a>2$，④错误.

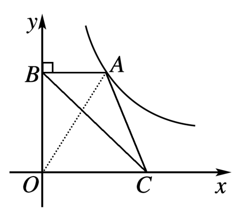
11.4 解析：将 $R=9\ \Omega$ 代入反比例函数解析式得 $I=\frac{36}{R}=4(\mathrm{A})$.

12.$\frac{35}{3}$

13.105 解析：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=84$ m，$BC=20$ m，$EF=16$ m，这个图形关于 y 轴对称，∴$OB=\frac{1}{2}AB=42$ m，∴$C(42,20)$，$\frac{1}{2}EF=8$ m，设整个冷却塔的高度为 h m，则 $F(8,h)$.设曲线 CF 对应的函数关系式为 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数，且 $k\neq0$).将 $C(42,20)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $20=\frac{k}{42}$，解得 $k=840$，∴曲线 CF 对应的函数关系式为 $y=\frac{840}{x}$，将 $F(8,h)$ 代入 $y=\frac{840}{x}$，得 $h=\frac{840}{8}=105$，∴整个冷却塔的高度为 105 m.

【解题提示】根据矩形和轴对称图形的性质求出点 C 的坐标和点 F 的横坐标，设整个冷却塔的高度为 h m，表示出点 F 的坐标，用待定系数法求出曲线 CF 对应的函数关系式并将点 F 的坐标代入，求出 h 的值即可.

14.6 解析：如图，连接 OA.∵$AB\perp y$ 轴，∴$AB/\!/CO$，∴三角形 AOB 的面积 $=S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot OB=3$，∴$|k|=6$.∵$k>0$，∴$k=6$.



15.$m>\frac{1}{4}$ 或 $m<0$ 解析：由题意，直线 $y=x+m$ 与函数 $y=\begin{cases}-x^2+2x(x\geqslant0)\\-x(x<0)\end{cases}$ 的图象恒相交，

①当 $m>0$ 时，直线 $y=x+m$ 与直线 $y=-x(x<0)$ 恒相交，与抛物线 $y=-x^2+2x(x>0)$ 至少有一个交点时，即方程 $x+m=-x^2+2x$ 有两个实数根，∴$x^2-x+m=0$，∴$\Delta=(-1)^2-4\times1\times m\geqslant0$，解得 $m\leqslant\frac{1}{4}$，∴当 $0<m\leqslant\frac{1}{4}$ 时，直线 $y=x+m$ 与函数 $y=\begin{cases}-x^2+2x(x\geqslant0)\\-x(x<0)\end{cases}$ 的图象有两个或三个交点，∴当 $m>\frac{1}{4}$ 时，直线 $y=x+m$ 与函数 $y=\begin{cases}-x^2+2x(x\geqslant0)\\-x(x<0)\end{cases}$ 的图象只有一个交点.

②当 $m<0$ 时，由图象可知，直线 $y=x+m$ 与函数 $y=\begin{cases}-x^2+2x(x\geqslant0)\\-x(x<0)\end{cases}$ 的图象只有一个交点.

③当 $m=0$ 时，直线 $y=x+m$ 与函数 $y=\begin{cases}-x^2+2x(x\geqslant0)\\-x(x<0)\end{cases}$ 有两个交点.

综上，若直线 $y=x+m$ 与该图象只有一个交点，则 m 的取值范围为 $m>\frac{1}{4}$ 或 $m<0$.

16.解析：根据图象，反比例函数图象经过点 $(1,200)$.设反比例函数为 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$.则 $\frac{k}{1}=200$，∴$k=200$，∴反比例函数为 $y=\frac{200}{x}(1\leqslant x\leqslant4)$.把 $x=4$ 代入 $y=\frac{200}{x}$，得 $y=50$.当 $x=6$ 时，$y=110$.

设技术改造完成后函数解析式为 $y=mx+b$，则 $\begin{cases}50=4m+b\\110=6m+b.\end{cases}$ 解得 $m=30$，$b=-70$，∴技术改造完成后函数解析式为 $y=30x-70$($x>4$ 且 x 取整数).

(2)当 $y=100$ 时，对于反比例函数 $x=\frac{200}{100}=2$，

对于一次函数 $x=\frac{100+70}{30}=5\frac{2}{3}$，

∴月利润不高于 100 万元的月份有 2 月份、3 月份、4 月份和 5 月份，

∴月利润不高于 100 万元共经历了 4 个月.

17.解析：(1)根据题意，得 $W=(-2x+100)(x-10)$，整理得 $W=-2x^2+120x-1\ 000$，∴W 与 x 之间的函数解析式为 $W=-2x^2+120x-1\ 000$.

(2)由(1)知，$W=-2x^2+120x-1\ 000=-2(x-30)^2+800$.

∵$-2<0$，∴当 $x=30$ 时，W 有最大值，即当销售单价为 30 元时，该商城获利最大，最大利润为 800 元.

(3)∵每天销售利润 W 为 750 元，∴$W=-2x^2+120x-1\ 000=750$，解得 $x_1=35$，$x_2=25$.又∵要确保顾客得到优惠，∴$x=25$，∴应将销售单价定为 25 元.

18.解析：(1)设 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$，当 $x=10$ 时，$y=60$，∴$60=\frac{k}{10}$，∴$k=600$，∴$y=\frac{600}{x}$.

(2)在 $y=\frac{600}{x}$ 中，当 $y=\frac{600}{x}=10$ 时，$x=60$，

∴当砝码的总质量为 10 g 时，托盘 B 与点 O 之间的距离为 60 cm.

(3)在 $y=\frac{600}{x}$ 中，当 $x=120$ 时，$y=\frac{600}{120}=5$，

∵$600>0$，$x>0$，∴在第一象限内，y 随 x 增大而减小，∴当 $0<x\leqslant120$ 时，$y\geqslant5$，∴装置在水平位置平衡时托盘 B 中砝码的最小总质量为 5 g.

19.解析：(1)∵关于 y 轴对称，∴第二象限抛物线的顶点坐标为 $(-3,5)$.

设水柱所在抛物线(第二象限部分)的函数解析式为 $y=a(x+3)^2+5(a\neq0)$，

将 $(-8,0)$ 代入 $y=a(x+3)^2+5$，得 $25a+5=0$，解得 $a=-\frac{1}{5}$，

∴水柱所在抛物线(第二象限部分)的函数解析式为 $y=-\frac{1}{5}(x+3)^2+5(-8<x<0)$.

(2)当 $y=1.8$ 时，有 $-\frac{1}{5}(x+3)^2+5=1.8$，解得 $x_1=-7$，$x_2=1$，

∴为了不被淋湿，身高 1.8 米的王师傅站立时必须在离水池中心 7 米以内.

(3)当 $x=0$ 时，$y=-\frac{1}{5}(x+3)^2+5=\frac{16}{5}$，设改造后水柱所在抛物线(第二象限部分)的函数解析式为 $y=-\frac{1}{5}x^2+bx+\frac{16}{5}$.

∵该函数图象过点 $(-12,0)$，∴$0=-\frac{1}{5}\times(-12)^2+(-12)b+\frac{16}{5}$，解得 $b=-\frac{32}{15}$，∴改造后水柱所在抛物线(第二象限部分)的函数解析式为 $y=-\frac{1}{5}x^2-\frac{32}{15}x+\frac{16}{5}=-\frac{1}{5}\left(x+\frac{16}{3}\right)^2+\frac{80}{9}$，

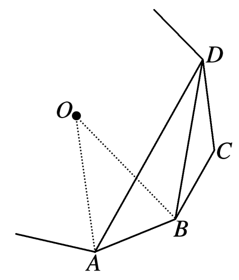
∴扩建改造后喷水池水柱的最大高度为 $\frac{80}{9}$ 米.

重难专项补漏卷——图形与几何专项

1.D 解析：设四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 最长边长为 x，∵四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相似，∴$\frac{2}{8}=\frac{5}{x}$，解得 $x=20$.

2.A 解析：如图，作出正多边形的中心 O，连接 OA，OB.∵D 为正多边形的顶点，O 为正多边形的中心，∴点 D 在以点 O 为圆心，OA 为半径的同一个圆上.

∵$\angle ADB=15°$，∴$\angle AOB=2\angle ADB=30°$，∴这个正多边形的边数 $=\frac{360°}{30°}=12$.

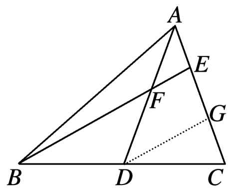


【技法点拨】正多边形的边数与正多边形中心角的个数是一致的.

3.D 解析：选项 A，B，C 都不能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，∴不是中心对称图形.选项 D 能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，∴D 选项图形是中心对称图形.

4.A 5.B 6.C

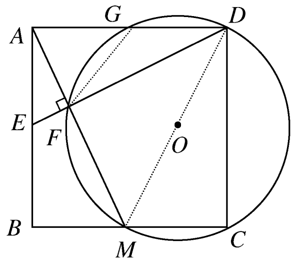
7. A **解析**：过点 D 作 $DG\parallel BE$，交 AC 于点 G. ∵$DG\parallel BE$，点 D 是 BC 的中点，∴$\frac{BD}{CD}=\frac{EG}{CG}=1$，∴$EG=CG$，∴点 G 是 CE 的中点，∴$\frac{CG}{EG}=\frac{1}{2}EC$. ∵$EF\parallel DG$，∴$\frac{AF}{FD}=\frac{AE}{EG}=\frac{2}{5}$，∴$\frac{AE}{EC}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$，∴$\frac{AE}{AC}=\frac{1}{6}$.



【技法点拨】过三角形一边的中点，作另一边的平行线，平分第三边，这也是常作的辅助线.

8. D **解析**：∵四边形 $ABEF$ 是正方形，∴$BE=AB$. ∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$AB=CD$，∴$BE=CD$. ∵矩形 $CDFE$ 与矩形 $ABCD$ 相似，∴$\frac{AB}{BC}=\frac{CE}{CD}$，∴$\frac{BE}{BC}=\frac{CE}{BE}$，∴点 E 是 BC 的黄金分割点，∴$\frac{CE}{BE}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，∴$\frac{BE}{CE}=\frac{2}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

9. B **解析**：设⊙O 交 BC 于点 M，连接 FG，DM，如图. ∵四边形 $ABCD$ 为正方形，∴$\angle C=\angle B=\angle BAD=90°$，$AB=AD$，$AD\parallel BC$，∴$DM$ 为⊙O 的直径，∴$\angle DFM=90°$. ∵$AF\perp DE$，∴$\angle AFD=90°$，∴点 A，F，M 共线.



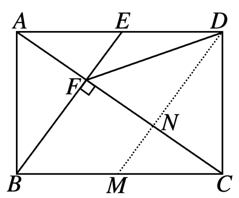
∵$\angle EAF+\angle DAF=90°$，$\angle EAF+\angle AEF=90°$，∴$\angle AEF=\angle DAF$，∴Rt△$AEF$∽Rt△$DAF$，∴$AF:DF=EF:AF$，即 $AF:7=1:AF$，∴$AF=\sqrt{7}$. 在 Rt△ADF 中，$AD=\sqrt{AF^2+DF^2}=\sqrt{(\sqrt{7})^2+7^2}=2\sqrt{14}$. ∵$AD\parallel BC$，∴$\angle DAF=\angle AMB$，∴$\angle AMB=\angle AEF$. 在△$ABM$ 和△DAE 中，$\begin{cases}\angle AMB=\angle AED,\\ \angle B=\angle DAE,\\ AB=DA,\end{cases}$

∴△ABM≌△DAE(AAS)，∴$AM=DE=7+1=8$. ∵$\angle AGF=\angle AMD$，而$\angle GAF=\angle MAD$，∴△AGF∽△AMD，∴$AG:AM=AF:AD$. 即 $AG:8=\sqrt{7}:2\sqrt{14}$，解得 $AG=2\sqrt{2}$.

10. D **解析**：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$AD\parallel BC$，$\angle ABC=90°$，$AD=BC$. ∵BE 交 AC 于点 F，∴$\angle EAC=\angle ACB$，$\angle ABC=\angle AFE=90°$，∴△$AEF$∽△$CAB$，①正确；

∵$AD\parallel BC$，∴△AEF∽△CBF，∴$\frac{AE}{BC}=\frac{AF}{CF}$. ∵$E$ 是 AD 边的中点，∴$AE=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}BC$，∴$\frac{AF}{CF}=\frac{1}{2}$，$CF=2AF$，②正确；

如图，过点 D 作 $DM\parallel BE$ 交 AC 于点 N. ∵$DE\parallel BM$，$BE\parallel DM$，∴四边形 $BMDE$ 是平行四边形，∴$BM=DE=\frac{1}{2}BC$，∴$BM=CM$，



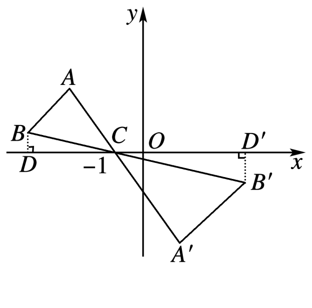
∴$CN=NF$. ∵BE 交 AC 于点 F，$DM\parallel BE$，∴$DN\perp CF$，∴DM 垂直平分 CF，∴$DF=DC$，③正确；

∵E 是 AD 边的中点，则 $AD=2AE=BC$，由△BAE∽△ADC，则 $\frac{AB}{AD}=\frac{AE}{CD}$. ∵$AB=CD$，∴$\frac{AB}{BC}=\frac{\frac{1}{2}BC}{AB}$，∴$BC^2=2AB^2$，∴$BC=\sqrt{2}AB$，④正确.

11. 40° **解析**：∵$CC'\parallel AB$，$\angle CAB=70°$，∴$\angle C'CA=\angle CAB=70°$. 又∵点 C' 为点 C 的对应点，点 A 为旋转中心，∴$AC=AC'$，即△ACC' 为等腰三角形，∴$\angle C'CA=\angle CC'A$，∴$\angle BAB'=\angle CAC'=180°-2\angle C'CA=40°$. 即旋转角 $\alpha=40°$.

12. $\left(-3,\frac{1}{2}\right)$ **解析**：作 $BD\perp x$ 轴于点 D，$B'D'\perp x$ 轴于点 D'.

∵点 C 的坐标是$(-1,0)$，点 B' 的坐标是$(3,-1)$，∴$CD'=4$，$B'D'=1$. 由题意，得△ABC∽△$A'B'C$，相似比为 $1:2$，∴$\frac{BD}{B'D'}=\frac{CD}{CD'}=\frac{1}{2}$，∴$CD=2$，$BD=\frac{1}{2}$，∴点 B 的坐标是$\left(-3,\frac{1}{2}\right)$.



13. $\frac{\pi}{3}$ **解析**：∵正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，$AB=2$，∴$OB=\frac{1}{2}BD=\sqrt{2}$. ∵△$OBC$ 绕点 B 顺时针旋转 60°得到△$O'BC'$，∴△OBC≌△$O'BC'$，∴$S_{\triangle OBC}=S_{\triangle O'BC'}$. ∵$S_{扇形CBC'}=\frac{60\times\pi\times BC^2}{360}=\frac{60\times\pi\times4}{360}=\frac{2}{3}\pi$，$S_{扇形OBO'}=\frac{60\times\pi\times OB^2}{360}=\frac{60\times\pi\times2}{360}=\frac{1}{3}\pi$，$S_{阴影}=S_{扇形CBC'}+S_{\triangle OBC}-S_{\triangle O'BC'}-S_{扇形OBO'}=S_{扇形CBC'}-S_{扇形OBO'}=\frac{2}{3}\pi-\frac{1}{3}\pi=\frac{1}{3}\pi$.

14. $\sqrt{5}$ **解析**：∵AB 是⊙O 的直径，∴$\angle ADB=90°$.

∵AH 是⊙O 的切线，∴$\angle BAF=90°$，

∴$\angle DAF=\angle ABD=90°-\angle DAB$，

∴△DAF∽△DBA，∴$\frac{DF}{AD}=\frac{AD}{BD}=\tan B=\frac{1}{2}$.

∵$DF=1$，∴$AD=2$，∴$AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=\sqrt{5}$.

∵D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$.

∴$\angle ABD=\angle DAC=\angle DAF$.

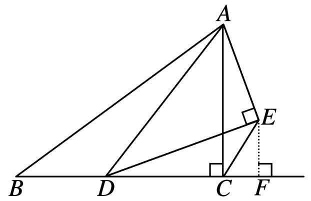
∵$\angle ADE=\angle ADF=90°$，

∴$90°-\angle DAE=90°-\angle DAF$，即$\angle AED=\angle AFD$，

∴$AE=AF=\sqrt{5}$.

【规律总结】已知圆的直径，就要想到它所对应的圆周角是直角，或作出它所对应的圆周角即是直角；已知圆的切线，就要想到它垂直于过切点的半径，如果没有过切点的半径，就要作出这条半径，得到这条半径垂直于切线.

15. 3 或 5 **解析**：过点 E 作 $EF\perp BC$ 于点 F. ∵Rt△ABC∽Rt△ADE，∴$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$. ∵$\angle BAD=\angle CAE$，∴△$ABD$∽△$ACE$. ∵$AB=10$，$BC=8$，∴$AC=6$，∴$\frac{BD}{CE}=\frac{AB}{AC}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$. 设 $BD=x$，则 $CE=\frac{3x}{5}$.



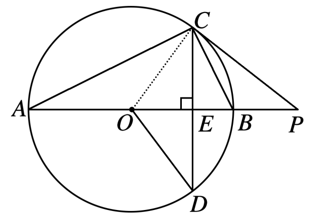
∵$EF\perp BC$，$AC\perp BC$，∴$EF\parallel AC$，∴$\angle CEF=\angle ACE$. ∵$\tan\angle CEF=\tan\angle ACE=\tan\angle B=\frac{3}{4}$，∴$\sin\angle CEF=\frac{CF}{CE}=\frac{3}{5}$，$\cos\angle CEF=\frac{EF}{CE}=\frac{4}{5}$，∴$EF=\frac{4}{5}CE=\frac{4}{5}\times\frac{3x}{5}=\frac{12x}{25}$，$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\times CD\times EF=\frac{1}{2}\times(8-x)\times\frac{12}{25}x=3.6$，∴$x^2-8x+15=0$，∴$x_1=3$，$x_2=5$.

16. **解析**：(1)证明：连接 OC.

∵AB 是⊙O 的直径，∴$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ACO+\angle OCB=90°$.

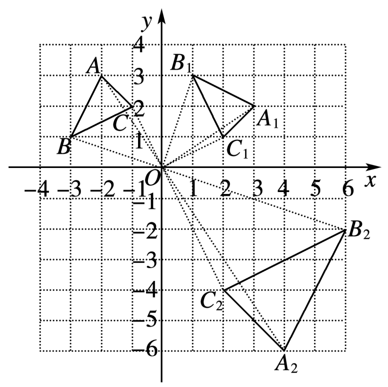
∵$OC=OA$，∴$\angle ACO=\angle A$. ∵$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，∴$\angle BCD=\angle A$，∴$\angle BCP=\angle A=\angle ACO$，∴$\angle BCP+\angle OCB=90°$，∴$OC\perp CP$. ∵$OC$ 是⊙O 的半径，∴CP 是⊙O 的切线.



(2)∵$\angle BCP=\angle A$，$\angle P=\angle P$，∴△BCP∽△CAP，∴$\frac{CP}{AP}=\frac{BP}{CP}$，∴$\frac{4}{AP}=\frac{2}{4}$，∴$AP=8$，∴$AB=AP-BP=8-2=6$，∴⊙$O$ 的直径是 6.

17. **解析**：(1)如图，△$A_1B_1C_1$ 即为所求. 由图可得，点 B_1 的坐标为$(1,3)$.

(2)由题意得 $A_2(4,-6)$，$B_2(6,-2)$，$C_2(2,-4)$. 如图，△$A_2B_2C_2$ 即为所求.



△ABC 与△$A_2B_2C_2$ 位似，位似中心的坐标为$(0,0)$，相似比为 $1:2$.

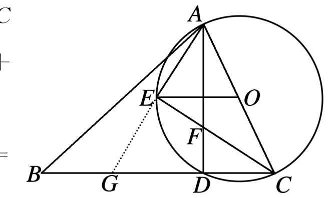
18. **解析**：(1)∵$AB\perp BC$，$DE\perp BC$，∴$AB\parallel DE$，∴△CDE∽△CAB，∴$\frac{DE}{AB}=\frac{CD}{CA}$，∴$\frac{0.6}{AB}=\frac{1}{3}$，∴$AB=1.8$. 即墙的垂直高度 AB 为 1.8 米.

(2)∵$EC\perp BC$，$AB\perp BC$，∴$\angle ECD=\angle B=90°$. ∵$\angle EDC=\angle ADB$，∴△CDE∽△BDA，∴$\frac{CD}{BD}=\frac{CE}{AB}$，∴$\frac{1.2}{4}=\frac{0.6}{AB}$，∴$AB=2$，即墙的垂直高度 AB 为 2 米.

19. **解析**：(1)证明：∵$OC=OE$，∴$\angle OEC=\angle OCE$. ∵$OE\parallel BC$，∴$\angle OEC=\angle ECD$，∴$\angle OCE=\angle ECD$，即$\angle ACE=\angle DCE$.

(2)延长 AE 交 BC 于点 G. ∵$\angle AGC$ 是△ABG 的外角，∴$\angle AGC=\angle B+\angle BAG=60°$.

∵$OE\parallel BC$，∴$\angle AEO=\angle AGC=60°$. ∵$OA=OE$，∴$\angle EAO=\angle AEO=60°$.



(3)∵O 是 AC 中点，∴$\frac{S_{\triangle COE}}{S_{\triangle CAE}}=\frac{1}{2}$. ∵$\frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle COE}}=\frac{2}{3}$，∴$\frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle CAE}}=\frac{1}{3}$.

∵AC 是直径，∴$\angle AEC=\angle FDC=90°$. ∵$\angle ACE=\angle FCD$，∴△$CDF$∽△$CEA$，∴$\frac{CF}{CA}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴$CF=\frac{\sqrt{3}}{3}CA=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

重难专项补漏卷——统计与概率专项

1. B

2. D **解析**：“画饼充饥”是确定事件中的不可能事件，A 不符合题意；“拔苗助长”是确定事件中的不可能事件，B 不符合题意；“刻舟求剑”是确定事件中的不可能事件，C 不符合题意；“守株待兔”是随机事件，D 符合题意.

3. C

4. D **解析**：随机事件发生的概率为 0～1，A 错误；“买中奖率为 10% 的奖券 100 张，中奖”是随机事件，B 错误；“水滴石穿”发生的概率为 1，C 错误；“水中捞月”是不可能事件，发生的概率为 0，D 正确.

5. B **解析**：设小正方形的边长为 1，则 $P=\frac{\frac{1}{2}\times2\times3}{3\times3}=\frac{1}{3}$.

6. A

7. B **解析**：由“○”“═”“|||”“┬”“╧”可以组成的所有两位数有═○；═|||；═┬；╧○；╧|||；╧┬. 一共有 6 种等可能的结果，其中随机抽取一个数，是奇数有 2 种可能的结果═|||；╧|||，∴随机抽取一个数，是奇数的概率为 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

8. A **解析**：设正方形的边长为 $3x$，∵点 M，N 是 AB 的三等分点，∴$AM=x$，$AN=2x$，∴区域Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ的面积分别为 x^2，$3x^2$，$5x^2$，∴豆子落在区域Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ的概率分别为 $\frac{x^2}{9x^2}=\frac{1}{9}$，$\frac{3x^2}{9x^2}=\frac{1}{3}$，$\frac{5x^2}{9x^2}=\frac{5}{9}$，A 符合题意.

9. D

10.B **解析:**共有如下36种等可能的结果,其中点数之和等于6的占5种(上方虚线框住部分),点数之和等于7的占6种(下方虚线框住部分),$\therefore P$(小晶赢)$=\frac{5}{36}$;P(小红赢)$=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$,即$P$(小晶赢)$<P$(小红赢),$\therefore$小红赢的机会大.

	1	2	3	4	5	6
1					6	7
2				6	7	
3			6	7		
4		6	7			
5	6	7				
6	7					

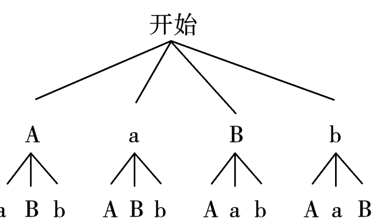
11.①④ **解析:**如果a,b都是实数,那么$a+b=b+a$,是必然事件,也是确定事件,①符合题意;射击一次,中靶,是随机事件,不是确定事件,②不合题意;抛掷一枚质地均匀的硬币,正面向上,是随机事件,不是确定事件,③不合题意;8张相同的小标签分别标有数字1~8,从中任意抽取1张,抽到0号签,是不可能事件,也是确定事件,④符合题意.

12.3 **解析:**$\because$一个袋子中有若干个白球和绿球,随机从中摸一个球,恰好摸到绿球的概率是$\frac{3}{5}$,$\therefore$袋子中至少有3个绿球.

13.$\frac{1}{3}$ **解析:**指针落在白色区域的概率是$\frac{120}{360}=\frac{1}{3}$.

14.22.4 **解析:**根据图形可知,随着试验次数的增多,该点落在阴影部分的频率稳定在0.35左右.$\because$正方形的边长为8 cm,$\therefore$小亮由此估计阴影部分面积约为$8\times8\times0.35=22.4(\text{cm}^2)$.

15.$\frac{1}{6}$ **解析:**树状图如下所示:



由上可得,一共有12种等可能事件,其中两瓶溶液恰好都变蓝的可能性有2种,$\therefore$两瓶溶液恰好都变蓝的概率为$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

16.**解析:**(1)由表可知,当n很大时,摸到白球的频率将会接近0.25.

(2)根据题意得$40\times0.25=10$(个).

(3)投掷一枚质地均匀的硬币,落到桌面上恰好是正面朝上的概率为$\frac{1}{2}$,①不符合题意.

掷一个质地均匀的正方体骰子(面的点数分别为1到6),落地时面朝上点数"大于4"的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,②不符合题意;

从一副不含大小王的扑克牌中任意抽取一张,这张牌是"红桃"的概率为$\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$,③符合题意;

在一道单选题A,B,C,D四个选项中任选一个,正好选中正确选项的概率为$\frac{1}{4}$,④符合题意.

17.**解析:**(1)$\because$甲口袋中装有A,B,C三张卡片,其中是物理变化的有1种,即A,$\therefore$小南从甲口袋中随机抽取一张卡片,抽到的是物理变化的概率是$\frac{1}{3}$.

(2)这个规则对小南和小安不公平.理由:

列表如下:

	D	E
A	(A,D)	(A,E)
B	(B,D)	(B,E)
C	(C,D)	(C,E)

共有6种等可能的结果,其中抽取的两张卡片都是化学变化的结果有2种,即(B,E),(C,E);抽取的两张卡片都是物理变化的结果有1种,即(A,D).$\therefore$由小南分享的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,由小安分享的概率为$\frac{1}{6}$,$\frac{1}{3}\neq\frac{1}{6}$,$\therefore$由小南分享的概率$\neq$由小安分享的概率,$\therefore$这个规则对小南和小安不公平.

18.**解析:**(1)只用1个电子元件①,共有2种等可能的结果,该电路为断路的情况只有1种,$\therefore$该电路为断路的概率是$\frac{1}{2}$;用2个电子元件①,②组成一个电路系统,所有可能出现的结果如图1所示.

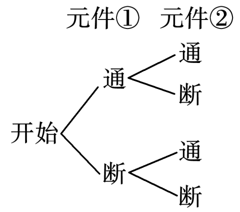


图1 元件①和元件②组成电路接法树状图

共有4种等可能的结果,其中可以接通的有1种,$\therefore$由2个电子元件①,②组成一个电路系统,系统正常工作的概率为$\frac{1}{4}$.

(2)方案2电路系统,所有接法的等可能的结果如图2所示.

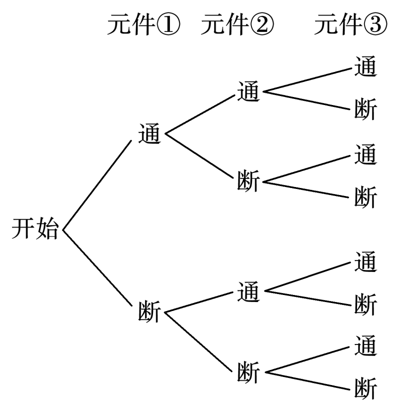


图2 方案2接法树状图

共有8种等可能的结果,其中系统正常工作的概率为$\frac{3}{8}$.

$\because\frac{7}{8}>\frac{3}{8}$,$\therefore$方案1更可靠,$\therefore$方案2电路系统正常工作的概率为$\frac{3}{8}$,方案1的连接更稳定可靠.

重难专项补漏卷——易错易混专项

1.A

2.A **解析:**$\because a$,b两数的点分别在原点左、右两侧,$\therefore a<0$,$b>0$,$a+b>0$是随机事件;$a-b>0$是不可能事件;$a\cdot b>0$是不可能事件;$a\div b<0$是必然事件.

3.B **解析:**$\because a$,b是一元二次方程$x^2+2\,025x+1=0$的两个实数根,$\therefore a+b=-2\,025$,$ab=1$.$\because ab=1$,$\therefore a$和b同号.$\because a+b=-2\,025$,$\therefore a<0$,$b<0$.$\therefore\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{ab}{a^2}}+\sqrt{\frac{ab}{b^2}}=\frac{\sqrt{ab}}{|a|}+\frac{\sqrt{ab}}{|b|}=-\frac{\sqrt{ab}}{a}-\frac{\sqrt{ab}}{b}=-\sqrt{ab}\left(\frac{a+b}{ab}\right)=-1\times\frac{-2\,025}{1}=2\,025$.

4.D

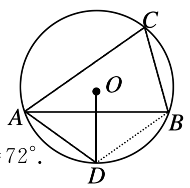
5.C **解析:**$\because P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$为反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象上两点,$x_1+x_2=0$,且$x_1<x_2$,$\therefore P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$不在同一象限.当$k>0$时,$P(x_1,y_1)$在第三象限,$Q(x_2,y_2)$在第一象限,$y_1<y_2$;当$k<0$时,$P(x_1,y_1)$在第二象限,$Q(x_2,y_2)$在第四象限,$y_1>y_2$.$\because x_1+x_2=0$,$\therefore x_1=-x_2$.$\because k=x_1y_1=x_2y_2$,$\therefore -x_2y_1=x_2y_2$,$\therefore -y_1=y_2$,即$y_1+y_2=0$,选项C正确.

6.B **解析:**由题意得$DC\perp AC$,在Rt$\triangle DBC$中,$\angle DBC=45°$,$DC=x$米,$\therefore BC=\frac{DC}{\tan 45°}=x$(米).$\because AB=30$米,$\therefore AC=AB+BC=(x+30)$m.在Rt$\triangle ACD$中,$\angle DAC=28°$,$\therefore CD=AC\cdot\tan 28°$,$\therefore x=(30+x)\tan 28°$.

7.D **解析:**$\because$四边形$ABCD$是正方形,$\therefore\angle AOB=90°$,$\angle DAO=\angle ABO=45°$,$OA=\frac{1}{2}AC$,$OB=\frac{1}{2}BD$,$AC=BD$,$\therefore OA=OB$.

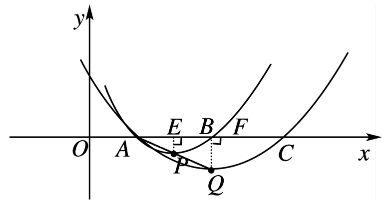
$\because$旋转得四边形$OE'F'G'$是正方形,$\therefore\angle E'OG'=90°$.$\therefore\angle E'OG'=\angle AOB=90°$.$\therefore\angle E'OG'-\angle AON=\angle AOB-\angle AON$.$\therefore\angle BON=\angle AOM$.$\therefore\triangle AOM\cong\triangle BON$(ASA).$\therefore$四边形$OMAN$的面积$=\triangle AON$的面积$+\triangle AOM$的面积$=\triangle AON$的面积$+\triangle BON$的面积$=\triangle AOB$的面积$=\frac{1}{4}$正方形$ABCD$的面积.$\therefore$在旋转的过程中,两个正方形重叠部分$OMAN$的面积不变.

8.C **解析:**如图,连接BD.$\because OD\perp AB$,$\therefore\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$,$\therefore AD=BD$,$\therefore\angle ADB=2\angle ADO=108°$.$\because$四边形$ADBC$是$\odot O$的内接四边形,$\therefore\angle C+\angle ADB=180°$,$\therefore\angle C=180°-\angle ADB=72°$.

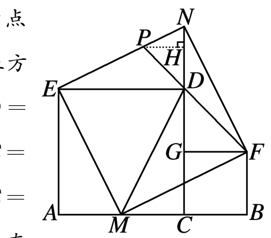


9.A **解析:**如图,作$PE\perp x$轴,$QF\perp x$轴.$\because$抛物线$y=ax^2+bx+c$过$A(2+m,0)$,$B(5+m,0)$两点,$\therefore$设它的解析式为$y=a(x-m-2)(x-m-5)$,对称轴为直线$x=m+3.5$,$\therefore$它的顶点P的坐标为$(m+3.5,-2.25a)$,$\therefore PE=2.25a$.

$\because$抛物线$y=ex^2+fx+g$过$A(2+m,0)$,$C(8+m,0)$两点,$\therefore$设它的解析式为$y=e(x-m-2)(x-m-8)$,对称轴为直线$x=m+5$,$\therefore$它的顶点Q的坐标为$(m+5,-9e)$,$\therefore QF=9e$.$\because AB=3$,$AC=6$,$\therefore AE=1.5$,$AF=3$.$\because PE\parallel QF$,$\therefore\triangle APE\backsim\triangle AQF$,$\therefore\frac{AE}{AF}=\frac{PE}{QF}$,$\therefore\frac{1.5}{3}=\frac{2.25a}{9e}$,$\therefore\frac{a}{e}=2$.

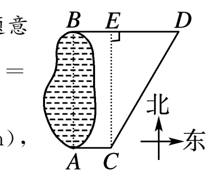


10.C **解析:**如图,过点P作$PH\perp CN$于点H.$\because$四边形$ACDE$和四边形$CBFG$是正方形,$\therefore AC=CD$,$BC=CG=GF$,$\angle ACD=\angle BCG=90°$.$\because M$是$AC$的中点,$\therefore AC=2AM=2MC$.$\because AC=2CB$,$\therefore AM=MC=CG=BC=GD=GF$,$\therefore\triangle DGF$是等腰直角三角形.设$AM=MC=a$,则$CG=BC=GD=GF=a$,$\therefore CD=2a$,$DF=\sqrt{2}a$.由勾股定理可得$EM=MD=\sqrt{5}a$.$\because$四边形$EMFN$是平行四边形,$\therefore EM=NF=\sqrt{5}a$.由勾股定理可得$GN=2a$,$\therefore ND=a$.$\because\triangle DGF$是等腰直角三角形,$\therefore\angle GDF=45°$,$\therefore\angle PDH=\angle HPD=45°$,$\therefore\triangle PDH$是等腰直角三角形,$\therefore PH=DH$.设$PH=DH=x$,则$PD=\sqrt{2}x$.$\because PH\parallel ED$,$\therefore\triangle NPH\backsim\triangle NED$,$\therefore\frac{PH}{ED}=\frac{NH}{ND}$,即$\frac{x}{2a}=\frac{a-x}{a}$,解得$x=\frac{2}{3}a$,$\therefore PD=\frac{2\sqrt{2}}{3}a$,$\therefore PF=PD+DF=\frac{5\sqrt{2}}{3}a$,$\therefore\frac{PF}{MD}=\frac{\frac{5\sqrt{2}a}{3}}{\sqrt{5}a}=\frac{\sqrt{10}}{3}$.



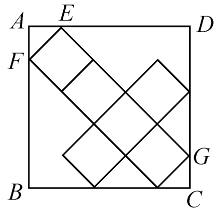
11.25 **解析:**观察表格数据可得,y与x成反比例函数关系.设$y=\frac{k}{x}$,$\therefore k=10\times30=300$,$\therefore$函数为$y=\frac{300}{x}$.又当$x=25$时,$y=\frac{300}{25}=12$,$\therefore$根据表格数据,$x=25$,$y=15$数据错误.

12.$4\sqrt{3}$ **解析:**过点C作$CE\perp BD$,垂足为E,由题意得$AB=CE$.在Rt$\triangle CED$中,$\angle ECD=30°$,$CD=8$ km,$\therefore CE=CD\cdot\cos 30°=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$(km),$\therefore AB=CE=4\sqrt{3}$ km.$\therefore$该湖泊南北两端的距离AB为$4\sqrt{3}$ km.



13.20 **解析:**设抛物线解析式为$y=ax^2$,由碗口BC宽28 cm,碗深$OA=9.8$ cm,可得$C(14,9.8)$,$\therefore 9.8=a\times14^2$,解得$a=\frac{1}{20}$.$\therefore$抛物线解析式为$y=\frac{1}{20}x^2$.当汤面下降4.8 cm时,汤面高$9.8-4.8=5$(cm),代入抛物线解析式可得$x=\pm10$,因此碗中汤面的水平宽度为20 cm.

14. $128\sqrt{2}$ **解析**：如图，在正方形 $ABCD$ 中，$AD=\sqrt{400}=20$(cm).



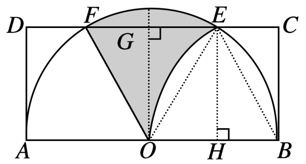
设 $EF=x$ cm，∵$\angle A=\angle D=90°$，$\triangle AEF$ 和 $\triangle DEG$ 为等腰直角三角形，

∴$\triangle AEF\backsim\triangle DEG$，∴$\frac{AE}{DE}=\frac{EF}{EG}$，

即 $\frac{AE}{20-AE}=\frac{x}{4x}$，∴$AE=4$ cm，∴$EF=\sqrt{2}AE=4\sqrt{2}$ cm，

∴正方体纸盒的棱长为 $4\sqrt{2}$ cm，体积为 $(4\sqrt{2})^3=128\sqrt{2}$ cm³.

15. $\frac{9\sqrt{3}}{16}$ **解析**：过点 O 作 $OG\perp CD$，交 CD 于点 G；过点 E 作 $EH\perp AB$ 于点 H. 连接 OE，BE.



∵$OG\perp CD$，∴$\angle CGO=90°$. ∵$AB\parallel CD$，∴$\angle GOB=90°$. ∵以 B 为圆心，BE 长为半径作弧刚好经过点 O，∴$BE=OB$.

∵$OB=OE$，∴$OB=OE=BE$，∴$\triangle OBE$ 是等边三角形，

∴$\angle BOE=\angle OBE=60°$，∴$\angle GOE=\angle GOB-\angle BOE=90°-60°=30°$.

设大圆的半径为 R，则 $R=\frac{3}{2}$.

∵$OE=OF$，$OG\perp EF$，∴$\angle GOE=\angle GOF=30°$，∴$\angle EOF=60°$，

∴$S_{扇形EOF}=S_{扇形OBE}=\frac{60\pi R^2}{360}=\frac{1}{6}\pi R^2$. ∵$S_{阴影}+S_{弓形OE}=S_{扇形EOF}$，$S_{\triangle OBE}+S_{弓形OE}=S_{扇形OBE}$，∴$S_{阴影}=S_{\triangle OBE}$.

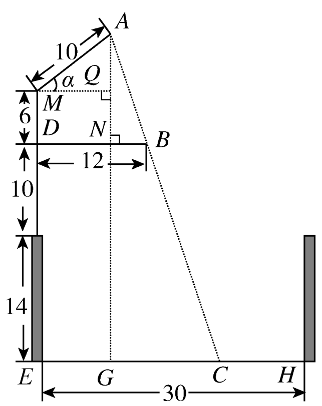
∵$EH=OE\cdot\sin\angle BOE=\frac{\sqrt{3}}{2}R$，∴$S_{\triangle OBE}=\frac{1}{2}OB\cdot EH=\frac{\sqrt{3}}{4}R^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9\sqrt{3}}{16}$.

16. **解析**：(1)如图，过点 A 作 $AN\perp BD$ 于点 N，过点 M 作 $MQ\perp AN$ 于点 Q. 在 Rt$\triangle AMQ$ 中，$AM=10$，$\sin\alpha=\sin 37°=\frac{3}{5}$.

∴$\frac{AQ}{AM}=\frac{3}{5}$，∴$AQ=\frac{3}{5}AM=\frac{3}{5}\times 10=6$.

由题意得，$NQ=MD$，∴$AN=AQ+NQ=AQ+MD=6+6=12$.

(2)如图，沿长 AN 交 EH 于点 G.



根据题意，得 $NB\parallel GC$，

∴$\triangle ANB\backsim\triangle AGC$，

∴$\frac{BN}{CG}=\frac{AN}{AG}$.

∵$MQ=\sqrt{AM^2-AQ^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8=DN$，

∴$BN=DB-DN=12-8=4$.

又∵$AG=6+6+10+14=36$，

∴$\frac{4}{CG}=\frac{12}{36}$，∴$CG=12$，∴$CH=30-8-12=10$.

17. **解析**：(1)由题意，设每次下降的百分率为 x，∴$7.5(1-x)^2=4.8$.

∴$x=0.2$ 或 $x=1.8$(舍去)，∴每次下降的百分率为20%.

(2)设A种玫瑰花的数量为 a 枝，利润为 w，则B种玫瑰花的数量为 $(10-a)$ 枝，∴$3.7a+2.7(10-a)\leqslant 32.5$，∴$a\leqslant 5.5$. 由题意得，利润 $w=(4.8-3.7)a+(3.5-2.7)(10-a)=0.3a+8$. 又∵$0.3>0$，∴当 $a=5$ 时，利润 w 最大，∴$10-a=5$，∴搭配A，B两种玫瑰花的数量各为5枝时，利润最大.

18. **解析**：(1)∵四边形 $ABCD$，$AEFG$ 是正方形，

∴$\angle BAC=\angle GAF=45°$，

∴$\angle BAF+\angle FAC=\angle FAC+\angle GAC=45°$，

∴$\angle GAC=\angle BAF=18°$.

∵$\angle DAG+\angle GAC=\angle DAC=45°$，

∴$\angle DAG=\angle DAC-\angle GAC=45°-18°=27°$.

(2)证明：∵四边形 $ABCD$，$AEFG$ 是正方形，

∴$\frac{AD}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{AG}{AF}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴$\frac{AD}{AC}=\frac{AG}{AF}$.

∵$\angle DAG+\angle GAC=\angle FAC+\angle GAC=45°$，

∴$\angle DAG=\angle CAF$，∴$\triangle AFC\backsim\triangle AGD$.

(3)∵$\frac{BF}{FC}=\frac{1}{2}$，设 $BF=k$，$CF=2k$，则 $AB=BC=3k$，

∴$AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=\sqrt{(3k)^2+k^2}=\sqrt{10}k$，

$AC=\sqrt{2}AB=3\sqrt{2}k$.

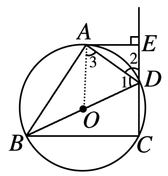
∵四边形 $ABCD$，$AEFG$ 是正方形，

∴$\angle AFH=\angle ACF$，$\angle FAH=\angle CAF$，

∴$\triangle AFH\backsim\triangle ACF$，∴$\frac{AF}{AC}=\frac{FH}{CF}$，

∴$\frac{FC}{FH}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

19. **解析**：(1)证明：连接 OA，如图.



∵DA 平分 $\angle BDE$，∴$\angle 1=\angle 2$.

∵$OA=OD$，∴$\angle 1=\angle 3$，∴$\angle 2=\angle 3$，∴$OA\parallel CD$. ∵$AE\perp CD$，∴$OA\perp AE$. 又∵OA 是⊙O 的半径，∴AE 是⊙O 的切线.

(2)∵BD 为直径，∴$\angle C=90°$，∴$\angle BDC=90°-\angle DBC=90°-30°=60°$. ∴$\angle 1=\angle 2=60°$. 在 Rt$\triangle ADE$ 中，∵$\angle 2=60°$，∴$AD=2DE=4$. ∵$\angle 1=60°$，$OA=OD$，∴$\triangle OAD$ 为等边三角形，∴$OD=AD=4$，∴$BD=2OD=8$.

(3)设 $DE=x$，则 $BC=4x$，$CD=3x$. 在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=5x$. ∵BD 为直径，∴$\angle BAD=90°$，

而 $\angle 1=\angle 2$，∴Rt$\triangle ADE\backsim$Rt$\triangle BDA$，∴$\frac{AD}{BD}=\frac{DE}{DA}$，即 $\frac{5}{5x}=\frac{x}{5}$，

∴$x=\sqrt{5}$，∴$BD=5x=5\sqrt{5}$.

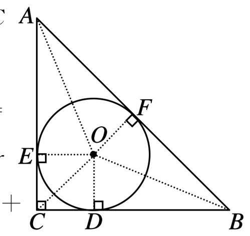
【解题提示】证明圆的切线，如果知道过圆上一点，则连接过这一点的半径，证明这条半径与直线垂直即可；若不知道过圆上一点，则过圆心作这条直线的垂线段，证明这条垂线段等于圆的半径即可.

中考命题新趋势特训(一)

1. D **解析**：方法一：特殊值法. ∵三角形 ABC 为直角三角形，∴令 $a=3$，$b=4$，$c=5$. 选项A：$d=a+b-c=2$，选项B：$d=\frac{2ab}{a+b+c}=2$，选项C：$d=\sqrt{2(c-a)(c-b)}=2$，选项D：$d=|(a-b)(c-b)|=1$，很明显，只有D选项跟其他选项不一致，

∴解析式错误的应是D选项.

方法二：如图，作 $OE\perp AC$ 于点 E，$OD\perp BC$ 于点 D，$OF\perp AB$ 于点 F.



易证四边形 $OECD$ 是正方形，设 $OE=OD=OF=r$，则 $EC=CD=r$，∴$AE=AF=b-r$，$BD=BF=a-r$. ∵$AF+BF=AB$，∴$b-r+a-r=c$，∴$r=\frac{a+b-c}{2}$，∴$d=a+b-c$，A正确.

∵$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}+S_{\triangle AOB}$，∴$\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}ar+\frac{1}{2}br+\frac{1}{2}cr$，

∴$ab=r(a+b+c)$，∴$r=\frac{ab}{a+b+c}$，即 $d=\frac{2ab}{a+b+c}$，B正确.

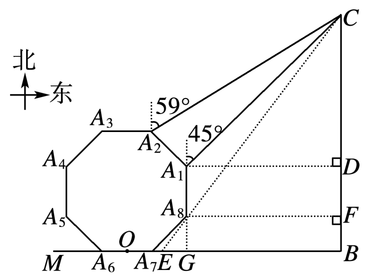
∵由前面可知 $d=a+b-c$，∴$d^2=(a+b-c)^2=(a+b)^2-2c(a+b)+c^2=a^2+2ab+b^2-2ac-2bc+c^2$. ∵$a^2+b^2=c^2$，∴上述式子可化为 $2c^2+2ab-2ac-2bc=2(c^2+ab-ac-bc)=2[c(c-a)+b(a-c)]=2(c-a)(c-b)$，∴$d=\sqrt{2(c-a)(c-b)}$，C正确. 排除法可知D错误.

2. $\frac{1}{5}$ **解析**：∵总共有5人，∴从中任选一位，恰好是赵爽的概率是 $\frac{1}{5}$.

3. **解析**：(1)∵正八边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$，∴外角 $=\frac{360°}{8}=45°$，

∴$\angle CA_1A_2=45°+45°=90°$，$\angle CA_2A_1=45°+(90°-59°)=76°$.

(2)如图，过点 A_1 作 $A_1D\perp BC$ 于点 D，在 Rt$\triangle CA_2A_1$ 中，$A_2A_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\angle CA_2A_1=76°$，∴$CA_1=A_1A_2\cdot\tan 76°\approx\frac{\sqrt{2}}{2}\times 4.00=2\sqrt{2}$(km). 在 Rt$\triangle CA_1D$ 中，易知 $\angle CA_1D=45°$，∴$A_1D=CA_1\cdot\cos 45°=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2.0$(km)，∴点 A_1 到道路 BC 的距离为2.0千米.



(3)如图，连接 CA_8 并延长交 BM 于点 E，延长 A_1A_8 交 BE 于点 G，过点 A_8 作 $A_8F\perp BC$ 于点 F，

∵正八边形的外角均为45°，∴在 Rt$\triangle A_7A_8G$ 中，$A_8G=\frac{1}{2}$，

∴$FB=A_8G=\frac{1}{2}$.

又∵$A_8F=A_1D=CD=2$，$DF=A_1A_8=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴$CB=CD+DF+FB=\frac{5+\sqrt{2}}{2}$.

∵$\angle CFA_8=\angle B$，$\angle FCA_8=\angle BCE$，∴$\triangle CA_8F\backsim\triangle CEB$，

∴$\frac{CF}{CB}=\frac{A_8F}{EB}$，∴$\frac{2+\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{5+\sqrt{2}}{2}}=\frac{2}{EB}$.

∵$\sqrt{2}\approx 1.41$，∴$EB=2.4$(km)，∴小李离点 B 不超过2.4 km，才能确保观察雕塑不会受到游乐城的影响.

4. A **解析**：把以镇馆之宝“亚醜钺”“蛋壳黑陶杯”“颂簋”为主题的三款文创产品分别记为A，B，C. 列表如下：

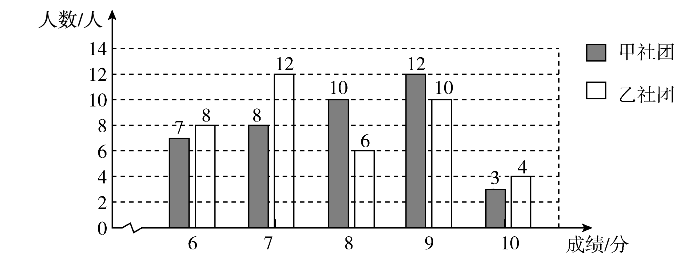
	A	B	C
A	(A，A)	(A，B)	(A，C)
B	(B，A)	(B，B)	(B，C)
C	(C，A)	(C，B)	(C，C)

共有9种等可能的结果，其中甲、乙两位同学同时抽到“亚醜钺”的结果有1种. ∴甲、乙两位同学同时抽到“亚醜钺”的概率是 $\frac{1}{9}$.

5. B 【解题提示】结合图象可得抛物线的对称轴为直线 $x=2\ 000$，可得函数的最值，进而可得 y 随 x 的变化情况以及给定 y 的值或者取值范围所对应的自变量及自变量的取值情况.

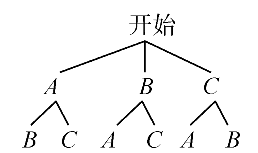
6. $F=\frac{800}{l}$ **解析**：∵$l\cdot F=1\ 600\times 0.5$，∴$F=\frac{800}{l}$.

7. **解析**：(1)由统计数据知，甲社团满分人数为3人，乙社团7分的有12人，补全条形统计图如下：



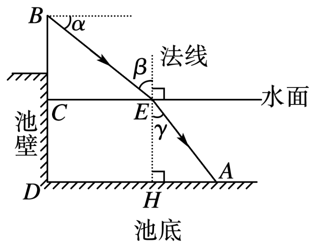
(2)甲社团成绩的中位数为 $\frac{8+8}{2}=8$(分)，乙社团成绩的中位数为 $\frac{7+8}{2}=7.5$(分)，所以成绩为8分的学生在乙社团的排名更靠前.

(3)男生用 A 表示，两名女生分别用 B 和 C 表示.



由图可知共有6种可能的结果，且每种结果出现的可能性相同，其中恰好抽到一名男生和一名女生有4种结果，所以所抽取的两人恰好是一名男生和一名女生的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

8. **解析**：过点 E 作 $EH\perp AD$ 于点 H，由题意可知，$\angle CEB=\alpha=36.9^\circ$，$EH=1.20\ \text{m}$，$BC=1.20\ \text{m}$，$\therefore CE=\frac{BC}{\tan 36.9^\circ}\approx\frac{1.20}{0.75}=1.60(\text{m})$，$AH=AD-CE=2.50-1.60=0.90(\text{m})$，



$\therefore AE=\sqrt{AH^2+EH^2}=\sqrt{0.90^2+1.20^2}=1.50(\text{m})$，

$\therefore \sin\gamma=\frac{AH}{AE}=\frac{0.90}{1.50}=0.60$.

$\because \sin\beta=\sin\angle CBE=\frac{CE}{BE}=\cos\angle CEB=\cos\alpha=0.80$，

$\therefore \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}=\frac{0.80}{0.60}\approx1.3$.

9. D **解析**：根据题意得 $x(mx)+x+1=0$，整理得 $mx^2+x+1=0$. $\because$ 关于 x 的方程【x，$x+1$】★$(mx)=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta=1^2-4m\cdot1>0$ 且 $m\neq0$，解得 $m<\frac{1}{4}$ 且 $m\neq0$.

10. A **解析**：将二进制数 $1\,011_2$ 化为十进制数为 $1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0=11$. $\because 11=1\times3^2+0\times3^1+2\times3^0$，$\therefore$ 将二进制数 $1\,011_2$ 化为三进制数为 102_3.

11. 40π **解析**：由题意得 $\angle AOB=360^\circ\times\frac{10}{30}=120^\circ$，圆 O 的半径为 $128-68=60(\text{m})$，即 $\overset{\frown}{AB}$ 长度为 $\frac{120\pi\times60}{180}=40\pi(\text{m})$.

【解题提示】先根据题意求出 $\angle AOB$ 的度数，再求出圆 O 的半径，利用弧长公式进行求解即可.

12. **解析**：(1)由题意知，共有4种等可能的结果，其中小刚选择线路 A 的结果有1种，

$\therefore$ 小刚选择线路 A 的概率为 $\frac{1}{4}$.

(2)列表如下：

	A	B	C	D
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)	(A,D)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C)	(B,D)
C	(C,A)	(C,B)	(C,C)	(C,D)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)	(D,D)

共有16种等可能的结果，其中小刚和小红选择同一线路的结果有4种，$\therefore$ 小刚和小红选择同一线路的概率为 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

13. **解析**：(1)由题意，设一次函数的解析式为 $y=kx+b$，

把 $(100,300)$，$(120,200)$ 代入，得 $\begin{cases}100k+b=300,\\120k+b=200,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-5,\\b=800,\end{cases}$

$\therefore$ 所求函数解析式为 $y=-5x+800$.

(2)由题意，得 $\begin{cases}x\geq100,\\-5x+800\geq220.\end{cases}$ $\therefore 100\leq x\leq116$.

$\because$ 商场获得的利润为 $(x-80)(-5x+800)=-5x^2+1\,200x-64\,000=-5(x-120)^2+8\,000$，

又 $-5<0$，$100\leq x\leq116$，

$\therefore$ 当 $x=116$ 时，利润最大，最大值为 $7\,920$，

$\therefore$ 当销售单价为116时，商场获得利润最大，最大利润是 $7\,920$ 元.

14. **解析**：(1)设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$，由表格可得，

$\begin{cases}40k+b=164,\\50k+b=124,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-4,\\b=324,\end{cases}$

即 y 与 x 之间的函数关系式是 $y=-4x+324(30\leq x\leq80$，且 x 是整数$)$.

(2)由题意可得，$w=x(-4x+324)-2\,000=-4x^2+324x-2\,000$，即 w 与 x 之间的函数关系式是 $w=-4x^2+324x-2\,000(30\leq x\leq80)$.

(3)由(2)知 $w=-4x^2+324x-2\,000=-4\left(x-\frac{81}{2}\right)^2+4\,561$，

$\because 30\leq x\leq80$，且 x 是整数，

$\therefore$ 当 $x=40$ 或 41 时，w 取得最大值，此时 $w=4\,560$，

$\therefore$ 该影院将电影票售价 x 定为40元或41元时，每天获利最大，最大利润是 $4\,560$ 元.

15. **解析**：(1)$\because$ 四边形 $PQMN$ 是矩形，$\therefore \angle Q=\angle P=90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABQ$ 中，$\angle ABQ=60^\circ$，$AB=5.4\ \text{m}$，

$\therefore AQ=AB\cdot\sin\angle ABQ=\frac{27\sqrt3}{10}\text{m}$，$\angle QAB=30^\circ$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD=BC$，$\angle BAD=\angle BCD=\angle ABC=\angle BCE=90^\circ$，

$\therefore \angle CBE=30^\circ$，$\therefore BC=\frac{CE}{\tan\angle CBE}=\frac{8\sqrt3}{5}\ \text{m}$，$\therefore AD=\frac{8\sqrt3}{5}\ \text{m}$.

$\because \angle PAD=180^\circ-30^\circ-90^\circ=60^\circ$，$\therefore AP=AD\cdot\cos\angle PAD=\frac{4\sqrt3}{5}\ \text{m}$，

$\therefore PQ=AP+AQ=\frac{7\sqrt3}{2}\approx6.1(\text{m})$.

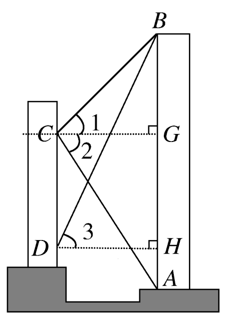
(2)在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中，$BE=\frac{CE}{\sin\angle CBE}=3.2\ \text{m}$，

在 $\text{Rt}\triangle ABQ$ 中，$BQ=AB\cdot\cos\angle ABQ=2.7\ \text{m}$.

$\because$ 该充电站有20个停车位，$\therefore QM=QB+20BE=66.7\ \text{m}$.

$\because$ 四边形 $PQMN$ 是矩形，$\therefore PN=QM=66.7\ \text{m}$.

16. **解析**：过点 C 作 $CG\perp AB$ 于点 G，过点 D 作 $DH\perp AB$ 于点 H，则四边形 $CDHG$ 是矩形.



$\therefore GH=CD=10\ \text{m}$，$CG=DH$.

$\because \angle1=45^\circ$，$\therefore CG=BG$.

设 $AH=x\ \text{m}$，则 $AG=(x+10)\text{m}$.

在 $\text{Rt}\triangle ACG$ 中，$\angle2=52^\circ$，

$\therefore CG=\frac{AG}{\tan52^\circ}=\frac{10+x}{1.3}\ \text{m}$，

$\therefore BG=CG=\frac{10+x}{1.3}\ \text{m}$，

$\therefore AB=AG+BG=x+10+\frac{10+x}{1.3}$，

则 $BH=AB-AH=\left(\frac{10+x}{1.3}+10\right)\text{m}$.

在 $\text{Rt}\triangle BDH$ 中，$\angle3=65^\circ$，

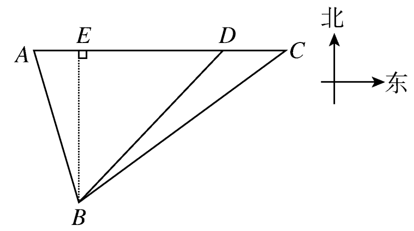
$\therefore \tan65^\circ=\frac{BH}{DH}=\frac{\frac{10+x}{1.3}+10}{\frac{10+x}{1.3}}\approx2.1$，

解得 $x\approx1.8$，即 $AH\approx1.8\ \text{m}$，可得 $BH\approx19.1\ \text{m}$.

$\therefore AB=BH+AH\approx21(\text{m})$，即大楼的高度 AB 约为 $21\ \text{m}$.

17. 0.53 **解析**：由题意可知，盖面朝上的频率在0.53左右波动，所以根据以上实验数据可以估计出“盖面朝上”的概率约为0.53.

18. **解析**：(1)如图，过点 B 作 $BE\perp AC$ 于点 E，设 $BE=x$ 海里，依题意，$\angle EBC=53^\circ$，$\angle EBD=45^\circ$，$CD=10\times\frac{1}{2}=5$(海里)，



则 $\angle C=90^\circ-\angle EBC=37^\circ$，$ED=x$ 海里，

$\therefore EC=ED+DC=(x+5)$ 海里.

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中，$EC=\frac{BE}{\tan C}=\frac{x}{\tan37^\circ}\approx\frac{x}{0.75}=\frac{4}{3}x$(海里)，

$\therefore \frac{4}{3}x=x+5$，解得 $x=15$.

$\therefore$ 渔船在航行过程中到灯塔 B 的最短距离为15海里.

(2)在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，$\angle ABE=14^\circ$，$BE=15$ 海里，

$\therefore AE=BE\cdot\tan14^\circ\approx15\times0.25=3.75$(海里)，

$\therefore AC=AE+DE+DC=3.75+15+5=23.75$.

$\because 23.75\div10=2.375$(小时)$=142.5$(分钟)，从14:30，经过142.5分钟是16:52:30，能在17:30之前到达，

$\therefore$ 不改变航行速度，渔船能在浓雾到来前到达码头 A.

19. **解析**：(1)滤纸能紧贴此漏斗内壁，理由如下：

方法一：如图1作出示意图，由题意知，$AB=AC=BC=7\ \text{cm}$，折叠后 $CD=CE=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$，

$\because$ 底面周长为 $\frac{1}{2}\times10\pi=5\pi(\text{cm})$，$\therefore DE\cdot\pi=5\pi\ \text{cm}$，$\therefore DE=5\ \text{cm}$，

$\therefore \frac{DE}{AB}=\frac{CD}{CA}=\frac{CE}{CB}$，$\therefore \triangle CDE\backsim\triangle CAB$，

$\therefore$ 滤纸能紧贴此漏斗内壁.

方法二：由 $2\pi r=\frac{n\pi R}{180}$，得 $\frac{n}{360}=\frac{r}{R}$，

图2中，$n_1=90^\circ\times2=180^\circ$，图3中，$\frac{r}{R}=\frac{3.5}{7}=\frac{1}{2}$，$\therefore n_2=180^\circ$.

$\because n_1=n_2$，$\therefore$ 滤纸能紧贴此漏斗内壁.

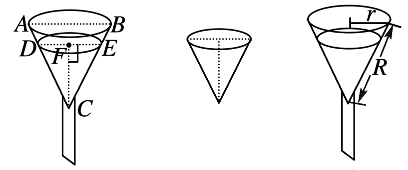


图1　　图2　　图3

(2)由(1)知 $CD=DE=CE=5\ \text{cm}$，$\therefore \angle CDE=60^\circ$.

过点 C 作 $CF\perp DE$ 于点 F，如图1，则 $DF=\frac{1}{2}DE=\frac{5}{2}\ \text{cm}$，

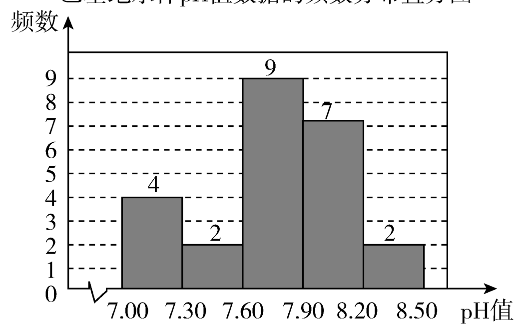
在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中，$CF=\sqrt{CD^2-DF^2}=\frac{5\sqrt3}{2}\ \text{cm}$，

$\therefore V=\pi\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\frac{5\sqrt3}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{125\sqrt3}{24}\pi(\text{cm}^3)$，

$\therefore$ 滤纸围成圆锥形的体积是 $\frac{125\sqrt3}{24}\pi(\text{cm}^3)$.

20. **解析**：(1)由题意，得 $a=24-4-2-9-2=7$. 补全频数分布直方图如下：

乙基地水体pH值数据的频数分布直方图



(2)在甲基地水体的pH值数据中7.67出现的次数最多，故众数 $b=7.67$；把乙甲基地水体的pH值数据从小到大排列，排在中间的两个数分别是7.77，7.81，故中位数 $c=\frac{7.77+7.81}{2}=7.79$.

(3)甲基地水体的pH值更稳定，理由：因为甲基地水体的pH值的方差比乙基地水体的pH值的方差小，所以甲基地水体的pH值更稳定.

(4)甲基地水体的pH值的极差为 $8.26-7.27=0.99<1$；乙基地水体的pH值的极差为 $8.21-7.11=1.1>1$. 所以甲基地水体的pH值符合要求，乙基地水体的pH值不符合要求.

中考命题新趋势特训(二)

1. C **解析**：由题知，$S_{扇形OAC}=\frac{120\cdot\pi\cdot20^2}{360}=\frac{400}{3}\pi(\text{cm}^2)$，$S_{扇形OBD}=\frac{120\cdot\pi\cdot5^2}{360}=\frac{25}{3}\pi(\text{cm}^2)$，$\therefore$ 山水画所在纸面的面积为 $\frac{400}{3}\pi-\frac{25}{3}\pi=125\pi(\text{cm}^2)$.

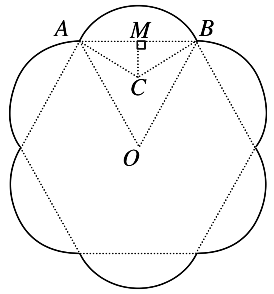
2. $\frac{2}{9}$ **解析**：将《西游记》《骆驼祥子》《水浒传》《朝花夕拾》分别记为 A，B，C，D，列表如下：

	A	B	D
A	(A,A)	(A,B)	(A,D)
B	(B,A)	(B,B)	(B,D)
C	(C,A)	(C,B)	(C,D)

共有9种等可能的结果,其中小明和小颖恰好选中书名相同的书的结果有2种,∴小明和小颖恰好选中书名相同的书的概率为$\frac{2}{9}$.

3.D

4.8π **解析**:如图,过点C作$CM\perp AB$于点M,则$AM=BM=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}$.∵六条等弧所对应的弦构成一个正六边形,中心为点$O$,∴$\angle AOB=\frac{360^{\circ}}{6}=60^{\circ}$.∵$OA=OB$,∴$\triangle AOB$是正三角形.∵点$C$是$\triangle AOB$的内心,∴$\angle CAB=\angle CBA=\frac{1}{2}\times 60^{\circ}=30^{\circ}$,$\angle ACB=2\angle AOB=120^{\circ}$.在Rt$\triangle ACM$中,$AM=\sqrt{3}$,$\angle CAM=30^{\circ}$,

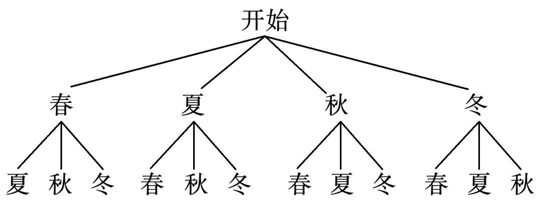


∴$AC=\frac{AM}{\cos 30^{\circ}}=2$,∴$\overset{\frown}{AB}$的长为$\frac{120\pi\times 2}{180}=\frac{4}{3}\pi$,

∴花窗的周长为$\frac{4}{3}\pi\times 6=8\pi$.

5.**解析**:(1)∵一个不透明的盒子里装有4张书签,分别描绘"春""夏""秋""冬"四个季节,∴从盒子中任意抽取1张书签,恰好抽到"夏"的概率为$\frac{1}{4}$.

(2)画树状图如下:



共有12种等可能的结果,其中抽取的书签恰好1张为"春",1张为"秋"的结果有2种,

∴抽取的书签恰好1张为"春",1张为"秋"的概率为$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

6.**解析**:由题意得,$AB=(1.2+c+d)$m,$AD=(0.8+a+b)$m.

∵$a=b$,$c=d$,$c=2a$,

∴$AB=(1.2+c+d)$m$=(1.2+4a)$m,$AD=(0.8+a+b)$m$=(0.8+2a)$m.

∵AB与AD的比是$16:10$,∴$(1.2+4a):(0.8+2a)=16:10$,

∴$a=0.1$,经检验,$a=0.1$是方程的解,

∴$a=b=0.1$,$c=d=0.2$,

∴上、下、左、右边衬的宽度分别是0.1 m、0.1 m、0.2 m、0.2 m.

7.**解析**:(1)如图1,连接BC.∵$AB=BC=\sqrt{5}$,$AC=\sqrt{10}$,

∴$AB^2+BC^2=AC^2$,

∴$\angle ABC=90^{\circ}$,$\angle BAC=45^{\circ}$,∴$\angle\alpha+\angle\beta=45^{\circ}$.

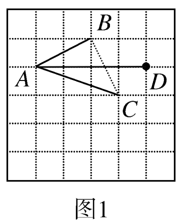


图1

(2)如图2,连接BC.由题意,得$\angle\alpha=\angle BAD$,$\angle\beta=\angle DAC$.

∵$\triangle ABC$是等腰直角三角形,∴$\angle\alpha+\angle\beta=90^{\circ}$.

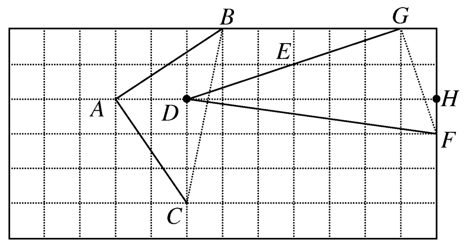
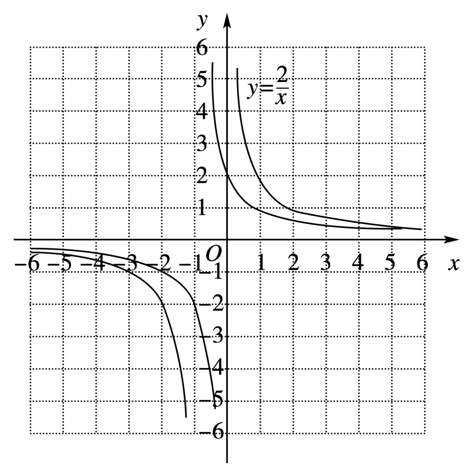


图2

(3)如图2,$\angle\alpha=\angle GDH$,$\angle\beta=\angle HDF$.在Rt$\triangle DGF$中,

$\tan\theta=\tan(\alpha+\beta)=\frac{FG}{DG}=\frac{1}{2}$.

8.**解析**:【动手操作】



【探究发现】(1)左 1 (2)B

【应用延伸】(1)向右平移2个单位长度 向下平移1个单位长度(或向下平移1个单位长度 向右平移2个单位长度)

(2)$(2,-1)$

9.**解析**:任务1:根据题意,安排70名工人加工一批夏季服装,∵安排x名工人加工"雅"服装,y名工人加工"风"服装,∴加工"正"服装的有$(70-x-y)$人.

∵"正"服装总件数和"风"服装相等,∴$(70-x-y)\times 1=2y$,整理得$y=-\frac{1}{3}x+\frac{70}{3}$.

任务2:根据题意,得"雅"服装每天获利为$x[100-2(x-10)]$,

∴$w=2y\times 24+(70-x-y)\times 48+x[100-2(x-10)]$,

整理得$w=(-16x+1\ 120)+(-32x+2\ 240)+(-2x^2+120x)$,

∴$w=-2x^2+72x+3\ 360(x\geqslant 10)$.

任务3:由任务2得$w=-2x^2+72x+3\ 360=-2(x-18)^2+4\ 008$,∴当$x=18$时,获得最大利润,

$y=-\frac{1}{3}\times 18+\frac{70}{3}=\frac{52}{3}$,∴$x\neq 18$.

∵二次函数图象开口向下,

∴取$x=17$或$x=19$.

当$x=17$时,$y=\frac{53}{3}$,不符合题意;

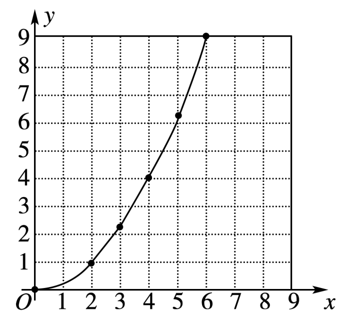
当$x=19$时,$y=\frac{51}{3}=17$,符合题意,∴$70-x-y=34$.

综上,安排19名工人加工"雅"服装,17名工人加工"风"服装,34名工人加工"正"服装,即可获得最大利润.

10.$(\sqrt{5}-1)$ **解析**:∵四边形$MNPQ$是正方形,∴$\angle N=\angle P=90^{\circ}$.又∵$AB\parallel NP$,∴$\angle BAN+\angle N=180^{\circ}$,∴$\angle BAN=90^{\circ}$,∴四边形$ABPN$是矩形,∴$AB=NP=2$ cm.又∵$\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,

∴$BC=(\sqrt{5}-1)$cm.

11.**解析**:(1)描点、连线,绘制函数图象如下:



抛物线过点O,设抛物线的解析式为$y=ax^2+bx$,将$(2,1)$,$(3,2.25)$代入上式,得$\begin{cases}4a+2b=1,\\9a+3b=2.25,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=0,\end{cases}$则$y$与$x$的关系式为$y=\frac{1}{4}x^2(x\geqslant 0)$.

(2)方案一:点$B'\left(\frac{1}{2}m,n\right)$.

将点B'的坐标代入抛物线解析式得$n=a\times\frac{1}{4}m^2$,则$a=\frac{4n}{m^2}$.

方案二:点$B\left(h+\frac{1}{2}m,k+n\right)$,将点$B$的坐标代入抛物线解析式得$k+n=a\left(h+\frac{1}{2}m-h\right)^2+k$,解得$a=\frac{4n}{m^2}$.

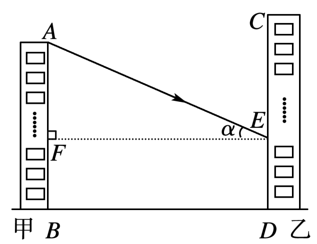
(3)对于二次函数C_1:$m=4$,由$a=\frac{4n}{m^2}$得$2=\frac{4n}{16}$,解得$n=8$,则C_2距线段AB的距离$n=2$.

当$a>0$时,则$a=\frac{4n}{m^2}=\frac{4\times 2}{4^2}=\frac{1}{2}$;

当$a<0$时,同理可得$a=-\frac{1}{2}$,综上,$a=\pm\frac{1}{2}$.

12.**解析**:任务一:根据题意,要判断乙楼哪些楼层不能安装该品牌太阳能板,只需α为冬至日时的最小角度,即$\alpha=14^{\circ}$.

任务二:过点E作$EF\perp AB$于点F,则$\angle AFE=90^{\circ}$,$EF=54$米,$BF=DE$,在Rt$\triangle AFE$中,$\tan\alpha=\frac{AF}{EF}$,



∴$AF=EF\cdot\tan 14^{\circ}\approx 54\times 0.25=13.5$(米).

∵$AB=11\times 3.3=36.3$(米),

∴$DE=BF=AB-AF=36.3-13.5=22.8$(米),

∴$22.8\div 3.3\approx 7$(层),即乙楼中7层(含7层)以下不能安装该品牌太阳能热水器.

13.**解析**:(1)将点D的坐标代入抛物线解析式得$-1=a+\frac{4}{3}-4$,解得$a=\frac{5}{3}$,则抛物线C_1的解析式为$y=\frac{5}{3}x^2+\frac{4}{3}x-4$.

(2)由题意得C_2:$y=\frac{5}{3}(x-1)^2+\frac{4}{3}(x-1)-4+3=\frac{5}{3}\left(x-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}$,

当$x=1$时,$y=\frac{5}{3}\left(x-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}=\frac{5}{3}\left(1-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}=-1$,

故点D在抛物线C_2上.

(3)存在.当$\angle BDP$为直角时,如图1,过点D作$DE\perp BD$且$DE=BD$,则$\triangle BDE$为等腰直角三角形,分别以BD,DE为斜边,以平行于x轴、y轴的线段为直角边构造2个直角三角形.

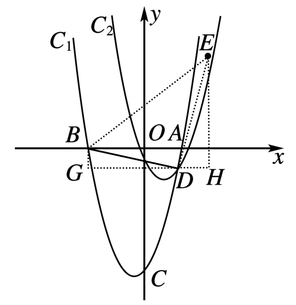


图1

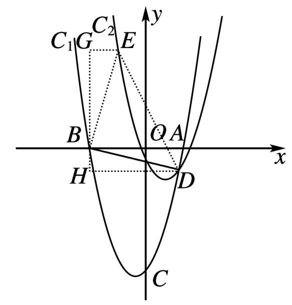


图2

∵$\angle BDG+\angle EDH=90^{\circ}$,$\angle EDH+\angle DEH=90^{\circ}$,

∴$\angle BDG=\angle DEH$.

∵$\angle DGB=\angle EHD=90^{\circ}$,∴$\triangle DGB\cong\triangle EHD$(AAS).

又∵$B(-2,0)$,$D(1,-1)$,

∴$DH=BG=1$,$EH=GD=1+2=3$,则点$E(2,2)$.

当$x=2$时,$y=\frac{5}{3}\left(x-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}=\frac{5}{3}\left(2-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}=2$,

即点E在抛物线C_2上,即点P即为点$E(2,2)$.

当$\angle DBP$为直角时,同样构造2个直角三角形,如图2,同理可得$\triangle BGE\cong\triangle DHB$(AAS),则$DH=3=BG$,$BH=1=GE$,把$E$点纵坐标代入抛物线$C_2$解析式,求得$E$点横坐标为$-1$,则点$E(-1,3)$.

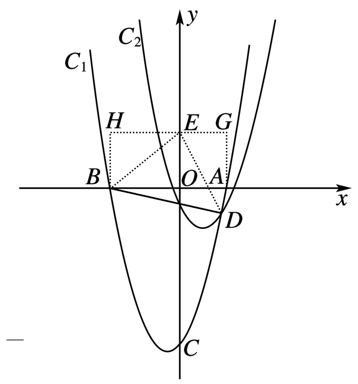


图3

当$x=-1$时,$y=\frac{5}{3}\left(x-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}=\frac{5}{3}\left(-1-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}=3$,

即点E在抛物线C_2上,即点P即为点$E(-1,3)$.

当$\angle BPD$为直角时，同样构造2个直角三角形，如图3，设点$E(x,y)$，同理可得$\triangle EHB\cong\triangle DGE(AAS)$，则$EH=x+2=GD=y+1$且$BH=y=GE=1-x$，解得$x=0$，$y=1$，即点$E(0,1)$.

当$x=0$时，$y=\frac{5}{3}\left(x-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}=\frac{5}{3}\left(0-\frac{3}{5}\right)^2-\frac{19}{15}\neq 1$，即点$E$不在抛物线$C_2$上.

综上，点P的坐标为$(2,2)$或$(-1,3)$.

14. **解析**：(1)∵⊙O分别与AC，AD相切于点B，D，

∴$AB=AD$，$\angle BAO=\angle DAO=\frac{1}{2}\angle CAD=30°$.

(2)∵钢柱的底面圆半径为1 cm，

∴$BC=OB=1$.

∵$\angle BAO=30°$，$\angle OBA=90°$，

∴$AB=\frac{OB}{\tan 30°}=\sqrt{3}$，

∴$AC=BC+AB=1+\sqrt{3}$.

同理$A'C'=1+\sqrt{3}$.

∴$l=7.52-2(1+\sqrt{3})\approx 2.06$.

∵$1.9<2.06<2.1$，

∴该部件l的长度符合要求.

(3)能，将圆柱换成正方体.

15. **解析**：∵抛物线$y=ax^2+bx-3$过点$A(-1,0)$，$D(2,-3)$，

∴$\begin{cases}a-b-3=0,\\ a\cdot 2^2+2b-3=-3,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}a=1,\\ b=-2,\end{cases}$

∴抛物线的解析式为$y=x^2-2x-3$.

∵$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

∴$E(1,-4)$.

(2)①∵$C(0,-3)$，$D(2,-3)$，∴$CD\perp OC$.

∵$CF=CO=3$，∴$OF=3\sqrt{2}$.

$OM+FM\geq OF=3\sqrt{2}$.

当点O，M，F共线时，$OM+FM$最小.

由$x^2-2x-3=0$得$x_1=-1$，$x_2=3$.

∴$B(3,0)$，∴$BF\perp OB$.

∵$\angle BOC=90°$，

∴四边形$BOCF$是矩形.

又$OC=CF=3$，

∴矩形$BOCF$是正方形，

∴$M\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$.

②如图1，作$EH\perp CN$于点H.

∵$E(1,-4)$，$C(0,-3)$，

∴$EH=CH=1$，

∴$\angle ECH=\angle CEH=45°$.

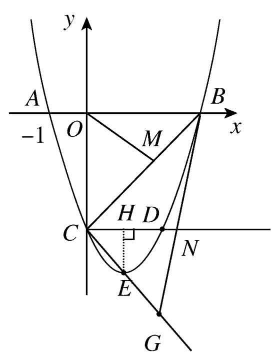


图1

由①知，四边形$BOCF$是正方形，

∴$\angle BCO=45°$.

∴$\angle BCO=\angle ECH$.

∵$CG=OC$，$CM=CN$，

∴$\triangle OCM\cong\triangle GCN(SAS)$，

∴$NG=OM$，∴$OM+BN=NG+BN\geq BG$，

∴当点B，N，G共线时，$OM+BN$最小.

∵$\angle BCG=90°$，$BC=3\sqrt{2}$，$CG=3$，

∴$BG=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=3\sqrt{3}$，

∴$(OM+BN)_{最小}=3\sqrt{3}$.

(3)如图2，设EP交AB于点F，作$FW\perp BC$于点W.

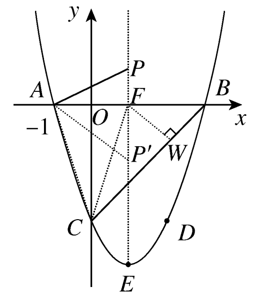


图2

∵$E(1,-4)$，∴$F(1,0)$.

∵$A(-1,0)$，∴$OA=OF$.

∵$OC\perp AF$，∴$AC=FC$，

∴$\angle FCO=\angle OCA$.

∵$\angle OCB=45°$，

∴$\angle FCO+\angle BCF=45°$.

∵$\angle OAP+\angle OCA=45°$，∴$\angle OAP=\angle BCF$.

∵$BF=OB-OF=2$，$\angle OBC=45°$，∴$FW=BW=\sqrt{2}$.

∵$BC=3\sqrt{2}$，∴$CW=BC-BW=2\sqrt{2}$，

∴$\tan\angle OAP=\tan\angle BCF=\frac{FW}{CW}=\frac{1}{2}$，∴$\frac{PF}{AF}=\frac{1}{2}$，

∴$PF=\frac{1}{2}AF=1$，∴$P(1,1)$.

由对称性可得$P'(1,-1)$，∴点P的坐标为$(1,1)$或$(1,-1)$.

原创情境预测练

1. D　**解析**：将这四张卡片分别记为A，B，C，D，列表如下：

	A	B	C	D
A	(A,A)	(B,A)	(C,A)	(D,A)
B	(A,B)	(B,B)	(C,B)	(D,B)
C	(A,C)	(B,C)	(C,C)	(D,C)
D	(A,D)	(B,D)	(C,D)	(D,D)

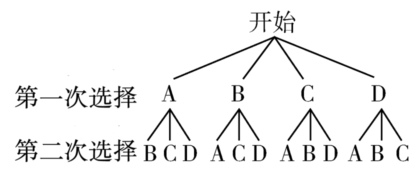
共有16种等可能的结果，其中两次抽取的卡片正面图案相同的结果有4种，

∴两次抽取的卡片正面图案相同的概率为$\frac{1}{4}$.

2. C　**解析**：A既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意；B既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意；C既是轴对称图形又是中心对称图形，符合题意；D既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意.

3. **解析**：(1)他选择"A.大柳面"的概率是$\frac{1}{4}$.

(2)画树状图如图：



由树状图可知，共有12种等可能结果，其中王辉选择的是"B.恩城签子馍馍"和"C.德州扒鸡"的等可能结果有2种，所以概率是$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

4. **解析**：(1)设这款扒鸡礼盒每件降价x元，根据题意可列方程为$(30-x)(100+10x)=3\ 360$，解得$x_1=18$，$x_2=2$.

∵尽可能地让利于顾客，使顾客得到实惠，∴取$x=18$，

∴这款扒鸡礼盒每件应降价18元.

(2)公司平均每天获利3 360元，不是每天获得的最大利润.

设每件降价x元，每天可获得利润为y元，

则$y=(30-x)(100+10x)=-10x^2+200x+3\ 000=-10(x-10)^2+4\ 000$.

∵$-10<0$，抛物线的开口向下，函数有最大值，

∴当$x=10$时，$y_{最大}=4\ 000$，

∴每件降价10元可获得最大利润，最大利润是4 000元.

5. **解析**：(1)根据题意，设抛物线解析式为$y=ax^2+bx(a\neq 0)$.

∵$AD=1.75$米，$OD=0.5$米，飞叉中心点在距离点D的水平距离为1.5米时到达最高点，

∴$\begin{cases}1.75=0.25a+0.5b,\\ -\frac{b}{2a}=2,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=-1,\\ b=4,\end{cases}$

∴抛物线解析式为$y=-x^2+4x$.

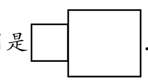
当$x=-\frac{b}{2a}=2$时，$y_{最大}=4$，

∴飞叉中心点距离地面的最大高度是4米.

(2)令$0=-x^2+4x$，解得$x=0$或$x=4$，

∴点E到点O的距离是4米.

6. C

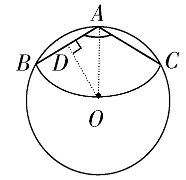
7. A　**解析**："榫"的主视图是.

8. 42.25π cm^2

9. **解析**：(1)如图，连接OA，过点O作$OD\perp AB$于点D，则$AD=BD$.

∵扇形BAC是以点A为圆心的扇形，

∴$AB=AC$，∴$\angle OAD=\frac{1}{2}\angle BAC=60°$，$\angle DOA=30°$.



∴$DA=\frac{1}{2}OA=3$ cm，∴$AB=2AD=6$ cm.

设围成的圆锥底面圆的半径为r cm，

则$2\pi r=\frac{120\pi\times 6}{180}$，解得$r=2$.

∴这个圆锥底面圆的半径是2 cm.

(2)这个圆锥的侧面积$S=\pi\times 2\times 6=12\pi(\text{cm}^2)$.

10. **解析**：(1)由题意可得，四边形$DNMC$为矩形，∴$NM=CD=4$ m.

∵背水面斜坡DA的坡度为$1:1$，∴$AN=DN=8$ m.

∵斜边BC的坡度为$1:\sqrt{3}$，$CM=8$ m，∴$BM=\sqrt{3}CM=8\sqrt{3}$ m，

则$AB=AN+NM+BM=8+4+8\sqrt{3}=(12+8\sqrt{3})$m，

所以堤坝的下底AB的长为$(12+8\sqrt{3})$m.

(2)∵要把背水坡的坡度改造成$1:\sqrt{2}$，即$DN:EN=1:\sqrt{2}$，

∴$EN=8\sqrt{2}$ m，∴$EA=(8\sqrt{2}-8)$m，∴$\triangle ADE$的面积为$\frac{1}{2}\cdot EA\cdot DN=\frac{1}{2}\times(8\sqrt{2}-8)\times 8=(32\sqrt{2}-32)$m^2.

11. 5 cm　**解析**：由题意得$\angle AOB=\frac{0.618}{1+0.618}\times 360°\approx 0.382\times 360°$.

设OA的长约为r，则$\overset{\frown}{AB}$的长为$\frac{0.382\times 360\pi\times r}{180}\approx 4.2\pi$，

解得$r\approx 5$，故OA的长度约为5 cm.

12. **解析**：设$CD=x$，∵$DE=30$ m，∴$CE=CD+DE=(x+30)$m.

∵$EC\perp AB$，∴$\angle BCE=\angle ACD=90°$.

∵$\tan\angle CDA=\frac{AC}{CD}$，$\angle CDA=45°$，

∴$AC=CD\cdot\tan\angle CDA=x\cdot\tan 45°=x$(m).

∵$\tan\angle CEA=\frac{AC}{CE}$，$\angle CEA=30°$，∴$AC=CE\cdot\tan\angle CEA=(x+30)\cdot\tan 30°$，即$x=(x+30)\cdot\tan 30°$，解得$x=15\sqrt{3}+15$.

即$AC=CD=(15\sqrt{3}+15)$m.

∵$\tan\angle CDB=\frac{BC}{CD}$，$\angle CDB=15°$，∴$BC=CD\cdot\tan\angle CDB=(15\sqrt{3}+15)\times(2-\sqrt{3})=(15\sqrt{3}-15)$m，

∴$AB=AC+BC=15\sqrt{3}+15+15\sqrt{3}-15=30\sqrt{3}$(m).

即桥塔AB的高度为$30\sqrt{3}$ m.

优质考题重组卷(一)

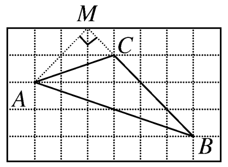
1. A　**解析**：B，C，D不是中心对称图形，不合题意.

2. A　**解析**：从上边看，是一个矩形，矩形的内部有一个与矩形两边相切的圆.

3.A 解析：∵关于 x 的方程 $(a-3)x^{|a-1|}+x-1=0$ 是一元二次方程，∴$a-3\neq0$ 且 $|a-1|=2$，解得 $a=-1$.

4.C

5.A 解析：过点 A 作 BC 的垂线，垂足为 M，因为每个小正方形的边长均为 1.则由勾股定理得，$AM=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$AB=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$.



在 Rt△ABM 中，$\sin B=\frac{AM}{AB}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

6.D 解析：由图象可知，抛物线开口向上.从 18 和 72 两个点可以看出对称轴 $x<\frac{18+72}{2}$，从 18 和 54 两个点可以看出对称轴 $x>\frac{18+54}{2}$，所以最终对称轴的范围是 $36<x<45$，即对称轴位于直线 $x=36$ 与直线 $x=45$ 之间，所以此燃气灶烧开一壶水最节省燃气的旋钮的旋转角度约为 42 度.

7.C 解析：∵点 $A(1,0)$，$B(1,2)$，∴$AB=2$.∵△ABC 为等腰直角三角形，∴点 C 的坐标为 $(2,1)$.∵△$A'B'C'$ 与△ABC 位似，位似比为 2∶1，∴点 C' 的坐标为 $(2\times2,1\times2)$，即点 C' 的坐标为 $(4,2)$.

8.C 解析：∵点 I 是△ABC 的内心，∴$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$，即 $125^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$，∴$\angle A=70^\circ$.∵点 O 是△ABC 的外心，∴$\angle BOC=2\angle A=2\times70^\circ=140^\circ$.

9.D

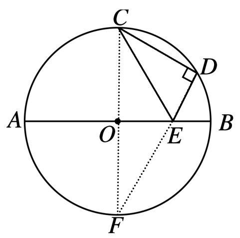
10.B 解析：延长 DE 交⊙O 于点 F，连接 CF，

∵$DE\perp CD$，则 $\angle CDE=90^\circ$.∴CF 是⊙O 的直径.

∵点 C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，∴$AB\perp CF$，∴$CE=EF$.

∵$\frac{DE}{CD}=\frac{3}{4}$，设 $DE=3m$，则 $CD=4m$，$CE=EF=5m$，

∴$DF=DE+EF=8m$.



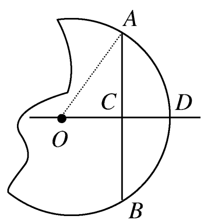
在 Rt△DCF 中，$CF=2\times5=10$，$CF^2=CD^2+DF^2$，即 $10^2=16m^2+64m^2$，

∴$m=\frac{\sqrt{5}}{2}$，∴$CD=2\sqrt{5}$，$DE=\frac{3}{2}\sqrt{5}$，

∴$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}CD\cdot DE=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\frac{3}{2}\sqrt{5}=7.5$.

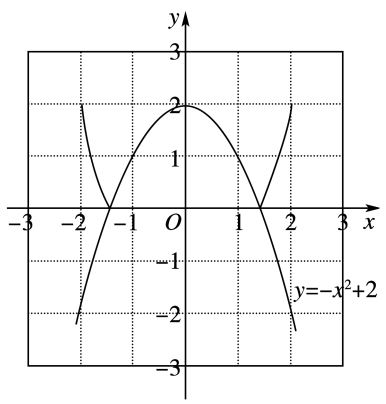
11.>2 解析：∵反比例函数 $y=\frac{m-2}{x}$ 在每一象限内，y 的值随 x 的增大而减小，∴$m-2>0$，解得 $m>2$.

12.5 解析：∵点 C 为弦 AB 的中点，点 D 为弧 AB 的中点，∴CD 垂直平分 AB，∴圆心 O 在 CD 上.∵$AB=8$ 分米，$AC=BC=\frac{1}{2}AB=4$(分米)，如图，连接 OA，设半径 $OA=OD=r$ 分米，则 $OC=OD-CD=(r-2)$ 分米，在 Rt△AOC 中，$OA^2=OC^2+AC^2$，即 $r^2=(r-2)^2+4^2$，解得 $r=5$，即半径为 5 分米.

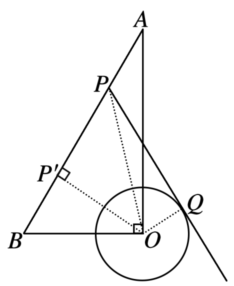


13.3 解析：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，∴$\angle ABC=90^\circ$.∵$BE=2$，$BH=0.5$，∴$HE=BE-BH=2-0.5=1.5$.∵四边形 $BEFG$ 是矩形，∴$BG=EF$，$\angle BEF=90^\circ$，∴$\angle ABH=\angle FEH=90^\circ$.∵$\angle AHB=\angle FHE$，∴△$ABH$∽△$FEH$，∴$\frac{AB}{EF}=\frac{BH}{EH}$，∴$\frac{1}{EF}=\frac{0.5}{1.5}$，∴$EF=3$，∴$BG=EF=3$.

14.①②④ 解析：①由图形可知，图形 C_3 关于 y 轴成轴对称，正确；②图形 C_3 有最小值，且最小值为 0，正确；③当 $x>0$ 时，图形 C_3 的函数值先随着 x 的增大而减小，当函数值为 0 后，再随 x 的增大而增大，③错误；④当 $-2\leqslant x\leqslant2$ 时，图形 C_3 恰好经过 $(-2,2)$，$(-1,1)$，$(0,2)$，$(1,1)$，$(2,2)$ 共 5 个整点(即横、纵坐标均为整数的点)，④正确，所以①②④是正确的结论.



15.$2\sqrt{2}$ 解析：连接 OP，OQ，作 $OP'\perp AB$ 于点 P'，∵PQ 是⊙O 的切线，∴$OQ\perp PQ$，∴$PQ=\sqrt{OP^2-OQ^2}=\sqrt{OP^2-1}$.当 OP 最小时，线段 PQ 的长度最小，当 $OP\perp AB$ 时，OP 最小.在 Rt△AOB 中，$\angle A=30^\circ$，∴$OA=\frac{OB}{\tan A}=6$.在 Rt△AOP' 中，$\angle A=30^\circ$，∴$OP'=\frac{1}{2}OA=3$，∴线段 PQ 长度的最小值为 $\sqrt{3^2-1}=2\sqrt{2}$.



16.解析：(1)原式 $=(\sqrt{3})^2-1+2\times\frac{1}{2}-9+\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3-1+1-9+1=-5$.

(2)$(5x-3)^2=(x+2)^2$，

$(5x-3)^2-(x+2)^2=0$，

$(5x-3+x+2)(5x-3-x-2)=0$，

$(6x-1)(4x-5)=0$，

$6x-1=0$ 或 $4x-5=0$，

则 $x_1=\frac{1}{6}$，$x_2=\frac{5}{4}$.

17.解析：(1)∵一共有四张卡片，且每张卡片被抽到的概率相同，∴小明从中随机抽取一张，恰好抽到是 B(滑板)的概率是 $\frac{1}{4}$.

(2)列表如下：

	A	B	C	D
A		(B,A)	(C,A)	(D,A)
B	(A,B)		(C,B)	(D,B)
C	(A,C)	(B,C)		(D,C)
D	(A,D)	(B,D)	(C,D)	

由表格可知，一共有 12 种等可能性的结果，其中符合条件的结果有 2 种，∴体育老师抽到的两张卡片恰好是 B(滑板)和 D(运动攀岩)的概率为 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

18.解析：(1)设 I 关于 R 的函数解析式为 $I=\frac{k}{R}$，

当 $R=800\ \Omega$ 时，$I=0.3$ A，

∴$k=0.3\times800=240$，

∴$I=\frac{240}{R}$.

(2)当 $R=1\ 600\ \Omega$ 时，$I=\frac{240}{1\ 600}=0.15$(A).

(3)当 $I=0.1$ A 时，$R=\frac{240}{0.1}=2\ 400(\Omega)$，

当 $I=0.4$ A 时，$R=\frac{240}{0.4}=600(\Omega)$，

∴该台灯的电阻 R 的取值范围为 $600\ \Omega\leqslant R\leqslant2\ 400\ \Omega$.

19.解析：(1)根据题意，得 $300-10\times\frac{46-40}{2}=300-10\times\frac{6}{2}=300-30=270$(件)，∴若"巳升升"吉祥物的销售单价为 46 元，则当天销售量为 270 件.

(2)该吉祥物当天的销售利润不能达到 6 200 元，理由如下：假设该吉祥物当天的销售利润能达到 6 200 元，设销售单价增加 x 元，则每件的销售利润为 $(40+x-30)$ 元，每天可销售 $300-10\times\frac{x}{2}=(300-5x)$ 件，根据题意，得 $(40+x-30)(300-5x)=6\ 200$，整理得 $x^2-50x+640=0$.∵$\Delta=(-50)^2-4\times1\times640=-60<0$，∴原方程没有实数根，∴假设不成立，即该吉祥物当天的销售利润不能达到 6 200 元.

20.解析：(1)如图 1，作 $PD\perp OA$，垂足为点 D，

得 $PD^2=OP^2-OD^2$，$PD^2=PQ^2-QD^2$(Q，M 为同一点).

∵$OP=12$ cm，$PQ=8$ cm，$OQ=10$ cm，∴$12^2-OD^2=8^2-(10-OD)^2$，解得 $OD=9$ cm.

在 Rt△OPD 中，$\cos\angle POD=\frac{OD}{OP}=\frac{9}{12}=0.75$，

∴$\angle POD=41^\circ$，即 $\angle AOB=41^\circ$.

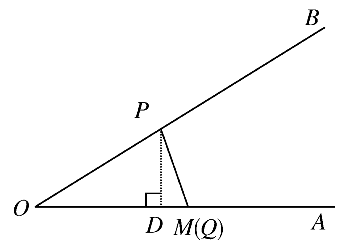


图1

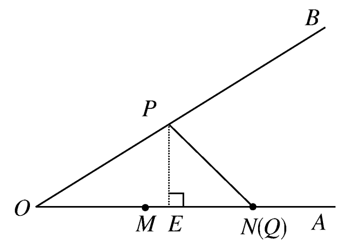


图2

(2)如图 2，作 $PE\perp OA$，垂足为点 E，

∴$PE=OP\cdot\sin20.5^\circ=12\times0.35=4.2$(cm)，

∴$OE=OP\cdot\cos20.5^\circ=12\times0.937=11.244$(cm)，

∴$EQ^2=PQ^2-PE^2=8^2-4.2^2=46.36$，

∴$EQ\approx6.8$ cm(Q，N 为同一点)，

∴$MN=OE+EN-OM=11.244+6.8-10=8.044$(cm)，

∴$8.044\div5\approx1.6$(cm)，∴相邻两个卡孔的间距为 1.6 cm.

21.解析：(1)当 $x=1$ 时，$y=-3x=-3=m$，即点 $B(1,-3)$.将点 B 的坐标代入反比例函数的解析式得 $k=-3\times1=-3$，即反比例函数的解析式为 $y=-\frac{3}{x}$.根据正比例函数的对称性，点 $A(-1,3)$.

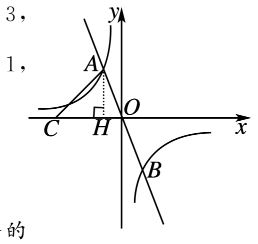
由点 O，A 的坐标，得 $OA=\sqrt{10}$，过点 A 作 $AH\perp x$ 轴于点 H，

由直线 AB 的解析式知，$\tan\angle AOH=3$，

而 $\angle ACO=45^\circ$，则 $AH=CH=3$，$OH=1$，

$CO=CH+OH=4$，

则点 C 的坐标为 $(-4,0)$.



(2)∵$A(-1,3)$，$B(1,-3)$，∴$-3x>\frac{k}{x}$ 的解集为 $x<-1$ 或 $0<x<1$.

(3)当点 P 在 x 轴的负半轴时，∵$\angle BOP>90^\circ>\angle AOC$，$\angle BOP>\angle ACO$，$\angle BOP>\angle CAO$，

∴△BOP 和△AOC 不可能相似.

当点 P 在 x 轴的正半轴时，$\angle AOC=\angle BOP$，若△AOC∽△BOP，则 $\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OP}=1$，则 $OP=OC=4$，即点 $P(4,0)$；

若△AOC∽△POB，则 $\frac{AO}{OP}=\frac{CO}{OB}$，即 $\frac{\sqrt{10}}{OP}=\frac{4}{\sqrt{10}}$，解得 $OP=2.5$，即点 $P(2.5,0)$.

综上，点 P 的坐标为 $(4,0)$ 或 $(2.5,0)$.

22.解析：(1)∵BD 是正方形 $ABCD$ 的对角线，

∴$\angle ABD=45^\circ$，$BD=\sqrt{2}AB$.

∵$EF\perp AB$，∴$\angle BEF=90^\circ$，∴$\angle BFE=\angle ABD=45^\circ$，

∴$BE=EF$，∴$BF=\sqrt{2}BE$，

∴$DF=BD-BF=\sqrt{2}AB-\sqrt{2}BE=\sqrt{2}(AB-BE)=\sqrt{2}AE$，

$\therefore \frac{DF}{AE}=\sqrt{2}$.

(2) $DF=\sqrt{2}AE$，理由：由(1)知，$BF=\sqrt{2}BE$，$BD=\sqrt{2}AB$，

$\therefore \frac{BF}{BE}=\frac{BD}{AB}=\sqrt{2}$.

由旋转知，$\angle ABE=\angle DBF$，

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle DBF$，$\therefore \frac{DF}{AE}=\frac{BD}{AB}=\sqrt{2}$，$\therefore DF=\sqrt{2}AE$.

(3) 如图3，连接 DE，CE，$\because EA=ED$，$\therefore$ 点 E 在 AD 的中垂线上，

$\therefore AE=DE$，$BE=CE$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore \angle BAD=\angle ABC=90°$，$AB=BC$，

$\therefore BE=CE=BC$，$\therefore \triangle BCE$ 是等边三角形，$\therefore \angle CBE=60°$.

如图3，$\angle ABE=\angle ABC-\angle CBE=90°-60°=30°$，即 $\alpha=30°$.

如图4，$\angle ABE=\angle ABC+\angle CBE=90°+60°=150°$，即 $\alpha=150°$.

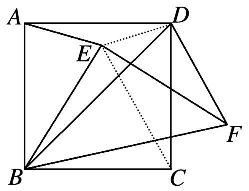


图3

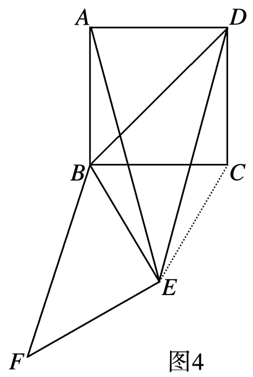


图4

23. 解析：(1) 二次函数 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+m$ 和 $y=-\frac{1}{2}(x-n)^2+\frac{1}{2}$ 的图象都是抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的伴随抛物线，

$\therefore$ 点 $(2,m)$，$\left(n,\frac{1}{2}\right)$ 在抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上，

代入，得 $m=\frac{1}{2}\times 2^2=2$，$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times n^2$，

解得 $m=2$，$n=\pm 1$.

(2) ① $\because y=x^2-2kx+4k+5=x^2-2kx+k^2-k^2+4k+5=(x-k)^2-k^2+4k+5$，

$\therefore$ 抛物线 C_2 的顶点坐标为 $(k,-k^2+4k+5)$.

$\because$ 函数 $y=-x^2+dx+e$ 的图象为抛物线 C_0，且 C_2 始终是 C_0 的伴随抛物线，

$\therefore -k^2+4k+5=-k^2+dk+e$，整理得 $4k+5=dk+e$，

$\therefore d=4$，$e=5$.

② $\because$ 抛物线 C_2 与 x 轴有两个不同的交点 $(x_1,0)$，$(x_2,0)(x_1<x_2)$，

由①得函数 $y=-x^2+4x+5$ 的图象为抛物线 C_0，且 C_2 始终是 C_0 的伴随抛物线，

$\therefore C_2$ 的顶点 $(k,-k^2+4k+5)$ 在抛物线 C_0 上.

$\because y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$，$\therefore$ 抛物线 C_0 的顶点为 $(2,9)$，

当 $-x^2+4x+5=0$ 时，解得 $x=-1$ 或 $x=5$，

$\therefore$ 抛物线 C_0 与 x 轴交于 $(-1,0)(5,0)$ 两点.

当抛物线 C_2 的顶点在 $(-1,0)$ 下方时，抛物线 C_2 与 x 轴有两个交点，则 $x_1<-1$；

$\because C_2$ 是 C_0 的伴随抛物线，则 C_0 也是 C_2 的伴随抛物线，$\therefore (2,9)$ 在 C_2 上.

当抛物线 C_2 的顶点在 $(5,0)$ 下方时，$2<x_1<5$.

综上可得 $2<x_1<5$ 或 $x_1<-1$.

优质考题重组卷(二)

1. B　解析：A项不是轴对称图形，是中心对称的图形，本选项不符合题意；B项既是轴对称图形，又是中心对称的图形，本选项符合题意；C项是轴对称图形，不是中心对称图形，本选项不符合题意；D项是轴对称图形，不是中心对称图形，本选项不符合题意.

2. A

3. A　解析：$\because A(a+b,-2)$ 关于原点对称的点 $A'(4,a-b)$，

$\therefore \begin{cases}a+b=-4,\\a-b=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=-3.\end{cases}$

4. C　解析：根据题意得 $a\neq 0$ 且 $\Delta=4^2-4a\times(-1)\geqslant 0$，解得 $a\geqslant -4$ 且 $a\neq 0$.

5. C　解析：$\because$ 二次函数图象开口向上，交 y 轴于负半轴，对称轴在 y 轴右侧，$\therefore a>0$，$b<0$，$c<0$，$\therefore$ 一次函数图象应该过第一、二、四象限，A错误；$\because$ 二次函数图象开口向下，交原点，对称轴在 y 轴右侧，$\therefore a<0$，$b>0$，$c=0$，$\therefore$ 一次函数图象应该过第一、三象限，B错误；$\because$ 二次函数图象开口向上，交 y 轴于负半轴，对称轴在 y 轴左侧，$\therefore a>0$，$b>0$，$c<0$，$\therefore$ 一次函数图象应该过第一、二、三象限，C正确；$\because$ 二次函数图象开口向下，交 y 轴于正半轴，对称轴在 y 轴右侧，$\therefore a<0$，$b>0$，$c>0$，$\therefore$ 一次函数图象应该过第一、三、四象限，D错误.

6. D　解析：假设周瑜去世时年龄的个位数字是 x，则十位数字是 $(x-3)$，根据题意得 $x^2=10(x-3)+x$，整理得 $x^2-11x+30=0$，解得 $x_1=5$，$x_2=6$. 当 $x=5$ 时，$10(x-3)+x=10\times(5-3)+5=25<30$，不符合题意，舍去；当 $x=6$ 时，$10(x-3)+x=10\times(6-3)+6=36>30$，符合题意. $\therefore$ 周瑜去世时36岁.

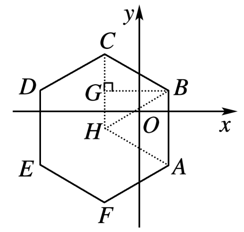
7. B　解析：在 Rt$\triangle ABE$ 中，$BE=BC=2$，$AB=1=\frac{1}{2}BE$，$\therefore \angle AEB=30°$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore AD\parallel BC$，$\therefore \angle CBE=\angle AEB=30°$，$\therefore S_{阴影部分}=S_{扇形BCE}=\frac{30\pi\times 2^2}{360}=\frac{\pi}{3}$.

8. B　解析：由题意得 $BF=AG=1.2$ m，$BD=AH=20$ m，$AB=FG=DH=1.5$ m，$EF=3$ m，$\therefore EG=EF-FG=3-1.5=1.5$(m).

$\because EG\parallel CH$，$\therefore \triangle AEG\backsim\triangle ACH$，$\therefore \frac{EG}{CH}=\frac{AG}{AH}$，$\therefore \frac{1.5}{CH}=\frac{1.2}{20}$，

$\therefore CH=25$，$\therefore CD=DH+CH=25+1.5=26.5$(m).

9. A　解析：设正六边形 $ABCDEF$ 的中心为点 H，连接 HA，HB，HC，作 $BG\perp HC$ 于点 G，



$\because HA=HB=HC$，$\angle AHB=\angle BHC=\frac{1}{6}\times 360°=60°$，

$\therefore \triangle AHB$ 和 $\triangle BHC$ 都是等边三角形.

$\because$ 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为4，

$\therefore AB=HB=CB=HC=4$，$\angle CHB=\angle ABH=60°$，$\therefore HC\parallel AB$.

$\because AB$ 与 x 轴垂直，$\therefore HC\parallel AB\parallel y$ 轴，$\therefore BG\parallel x$ 轴.

$\because A(2,-3)$，$\therefore x_B=2$，$y_B=-3+4=1$，$\therefore B(2,1)$.

$\because \angle BGC=90°$，$CB=4$，$CG=HG=\frac{1}{2}HC=2$，

$\therefore BG=\sqrt{CB^2-CG^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，$\therefore x_G=2-2\sqrt{3}$，$y_G=1$，

$\therefore x_C=2-2\sqrt{3}$，$y_C=1+2=3$，$\therefore C(2-2\sqrt{3},3)$.

10. A　解析：$\because$ 矩形 $ABCD$ 和矩形 $AEFG$，$AD=12$，$AB=9$，$AG=8$，$AE=6$，$\therefore \angle DAB=\angle GAE=90°$，$\frac{AG}{AD}=\frac{2}{3}$，$\frac{AE}{AB}=\frac{2}{3}$，

$\therefore \angle DAG=\angle BAE$，$\frac{AG}{AD}=\frac{AE}{AB}$，$\therefore \triangle ADG\backsim\triangle ABE$，

$\therefore \frac{BE}{DG}=\frac{AE}{AG}=\frac{3}{4}$，$\therefore 4BE=3DG$，①错误；

如图1，设 BE 与 DG 交于点 H，$\because \triangle ADG\backsim\triangle ABE$，$\therefore \angle AEB=\angle AGD$. 又 $\because \angle AOE=\angle GOH$，

$\therefore \angle GHO=\angle EAO=90°$，$\therefore BE\perp DG$，②正确；

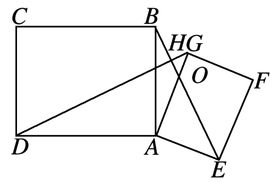


图1

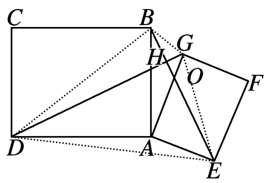


图2

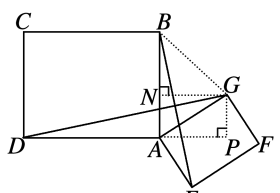


图3

如图2，连接 BD，GE，DE，BG. $\because AD=12$，$AB=9$，$AG=8$，$AE=6$，$\therefore BD^2=AB^2+AD^2=81+144=225$，$GE^2=AE^2+AG^2=100$，$\therefore BD^2+GE^2=325$. $\because BE\perp DG$，$\therefore BH^2+DH^2=BD^2$，$BH^2+HG^2=BG^2$，$HG^2+HE^2=GE^2$，$DH^2+HE^2=DE^2$，$\therefore BD^2+GE^2=BG^2+DE^2$，$\therefore BG^2+DE^2=325$，④错误；

如图3，过点 G 作 $GN\perp AB$ 于点 N，$GP\perp$ 直线 AD 于点 P，

$\because \angle BAP=90°$，$\therefore$ 四边形 $APGN$ 是矩形，$\therefore AN=GP$，$NG=AP$.

$\because \angle BAG=60°$，$\therefore \angle GAP=30°$，

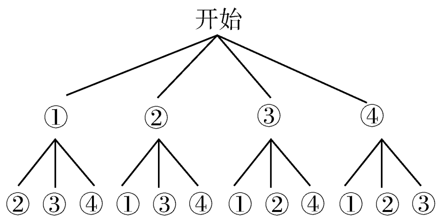
$\therefore GP=\frac{1}{2}AG=4$，$AP=\sqrt{3}PG=4\sqrt{3}$，

$\therefore S_{\triangle ABG}=\frac{1}{2}\times AB\cdot NG=\frac{1}{2}\times 9\times 4\sqrt{3}=18\sqrt{3}$，$S_{\triangle ADG}=\frac{1}{2}\times AD\cdot GP=\frac{1}{2}\times 12\times 4=24$，$\therefore 4S_{\triangle ABG}=3\sqrt{3}S_{\triangle ADG}$，③正确.

综上所述，正确的结论是②③，共2个.

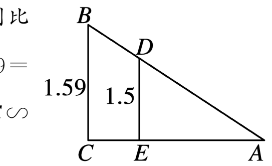
11. 8　【技巧点拨】关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数.

12. $\frac{1}{6}$　解析：设①商鞅变法，②改革开放，③虎门销烟，④香港回归，画树状图如下：



由树状图可知共有12种等可能结果，其中所抽取事件都发生于新中国成立以后的有2种结果，所以所抽取事件都发生于新中国成立以后的概率为 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

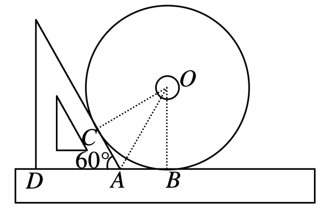
13. 2.12 m　解析：$\because$ 小刚身高1.5 m，小刚比小明矮9 cm，$\therefore$ 小明的身高为 $1.5+0.09=1.59$ m，根据题意作出图形，得 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，$\therefore \frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$，即 $\frac{2}{AC}=\frac{1.5}{1.59}$，则 $AC=2.12$ m. 即小明的影长是2.12 m.



14. 30　解析：设 $\lambda=\frac{k}{f}$，把 $(4,60)$ 代入 $\lambda=\frac{k}{f}$，得 $k=4\times 60=240$，

$\therefore \lambda=\frac{240}{f}$，当 $\lambda=8$ mm 时，$8=\frac{240}{f}$，$\therefore f=30$.

15. 6.9　解析：设光盘的圆心为 O，由题意可知 AB，AC 切 $\odot O$ 于 C，B，连接 OC，OB，OA，如图所示，



$\because AC$，AB 分别为圆 O 的切线，$\therefore AO$ 为 $\angle CAB$ 的平分线，$OC\perp AC$，$OB\perp AB$.

又 $\angle CAD=60°$，$\therefore \angle OAC=\angle OAB=\frac{1}{2}\angle CAB=60°$.

在 Rt$\triangle AOB$ 中，$\angle OAB=60°$，$AB=4$ cm，$\therefore \tan\angle OAB=\frac{OB}{AB}$，

$\therefore OB=\tan\angle OAB\times AB=\sqrt{3}\times 4=4\sqrt{3}\approx 6.9(\text{cm})$，∴这张光盘的半径是 6.9 cm.

16. **解析**：(1)∵$x^2-6x-9=0$，∴$x^2-6x=9$，∴$x^2-6x+9=9+9$，即$(x-3)^2=18$，∴$x-3=\pm 3\sqrt{2}$，∴$x_1=3+3\sqrt{2}$，$x_2=3-3\sqrt{2}$.

(2)∵$(x+4)^2=2x+8$，∴$(x+4)^2-2(x+4)=0$，则$(x+4)(x+2)=0$，∴$x+4=0$或$x+2=0$，解得$x_1=-4$，$x_2=-2$.

17. **解析**：(1)由题意，设 BC 段的函数解析式为$y=\frac{k}{x}$，∴$k=0.3\times 20=6$，∴BC 段的函数解析式为$y=\frac{6}{x}$.

(2)由题意，设直线 AB 的解析式为$y=mx+n$，

把$A(0,0.2)$，$B(20,0.3)$代入，

得$\begin{cases}n=0.2,\\20m+n=0.3,\end{cases}$解得$m=0.005$，$n=0.2$，

∴直线 AB 的解析式为$y=0.005x+0.2$，

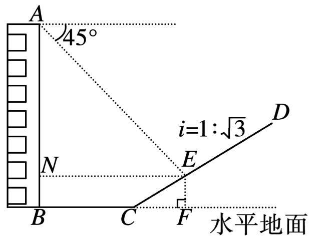
当$x=40$时，$y=0.005\times 40+0.2=0.4$.

对于函数$y=\frac{6}{x}$，当$x=40$时，$y=0.15$.

∵$0.4-0.15=0.25$(mg/L)，

∴鱼菜共生系统水中的氨氮含量比普通养殖塘低 0.25 mg/L.

18. **解析**：过点 E 作$EF\perp BC$于点 F，过点 E 作$EN\perp AB$于点 N，∵建筑物 AB 后有一座假山，其坡度为$i=1:\sqrt{3}$，



∴设$EF=x$，则$FC=\sqrt{3}x$.

∵$CE=20$米，

∴$x^2+(\sqrt{3}x)^2=400$，解得$x=10$，则$FC=10\sqrt{3}$ m.

∵$BC=25$ m，∴$BF=NE=(25+10\sqrt{3})$m.

∵E 点的俯角为45°，

∴$\angle AEN=45°$，

∴$AN=NE$，

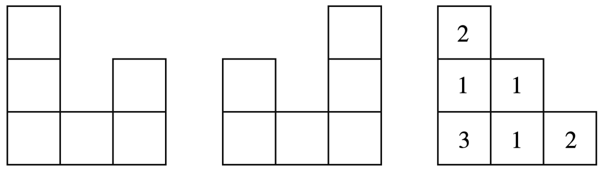
∴$AB=AN+BN=NE+EF=10+25+10\sqrt{3}=(35+10\sqrt{3})$m，

∴建筑物 AB 的高为$(35+10\sqrt{3})$m.

19. **解析**：(1)∵俯视图中有 6 个正方形，∴最底层有 6 个正方体小木块，由主视图和左视图可得第二层有 3 个正方体小木块，第三层有 1 个正方体小木块，

∴共有 10 个正方体小木块组成.

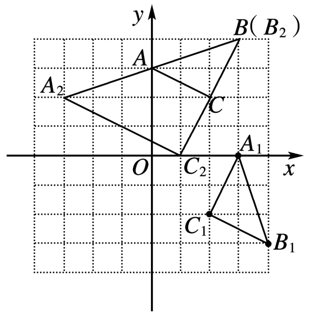
(2)根据(1)得，



主视图　左视图　俯视图

(3)表面积为$6\times 2+6\times 2+6\times 2+2\times 2=40(\text{cm}^2)$.

20. **解析**：(1)如图所示，$C_1(2,-2)$.



(2)如图所示，$C_2(1,0)$.

(3)∵$A_2C_2^2=2^2+4^2=20$，

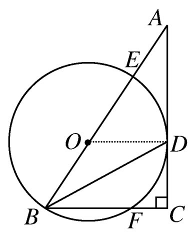
$B_2C_2^2=2^2+4^2=20$，

$A_2B_2^2=2^2+6^2=40$，

∴$\triangle A_2B_2C_2$是等腰直角三角形，

∴$\triangle A_2B_2C_2$的面积是$\frac{1}{2}\times 20=10$平方单位.

21. **解析**：(1)证明：连接 OD，



∵BD 平分∠ABC，∴∠OBD=∠CBD.

∵OB=OD，∴∠OBD=∠ODB，

∴∠CBD=∠ODB，∴OD∥BC.

∵∠C=90°，∴∠ODA=∠C=90°，

∴OD⊥AC.

∵OD 是⊙O 的半径，

∴⊙O 与 AC 相切于点 D.

(2)在 Rt△BCD 中，$CD=\sqrt{3}$，∠BDC=60°，

∴∠DBC=30°，∴$BD=2CD=2\sqrt{3}$.

由勾股定理，得$BC=\sqrt{BD^2-CD^2}=3$，

∵∠ODC=90°，∴∠ODB=∠ODC−∠BDC=30°，

∴∠OBD=∠ODB=30°，∴∠AOD=∠OBD+∠ODB=60°，

∴∠A=30°，∴$AD=BD=2\sqrt{3}$.

在△AOD 与△ABC 中，∠C=∠ODA=90°，∠A=∠A，

∴△AOD∽△ABC，

∴$\frac{OD}{BC}=\frac{AD}{AC}$，即$\frac{OD}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+\sqrt{3}}$，

∴OD=2，∴劣弧 ED 的长为$\frac{60\pi\times 2}{180}=\frac{2\pi}{3}$.

22. **解析**：(1)证明：如图 1，∵△ABC 和△DEF 是两个全等的等腰直角三角形，∴∠B=∠C=∠DEF=45°.

∵AP=AQ，AB=AC，∴BP=CQ.

∵E 为 BC 的中点，∴BE=EC，

∴△BPE≌△CQE(SAS).

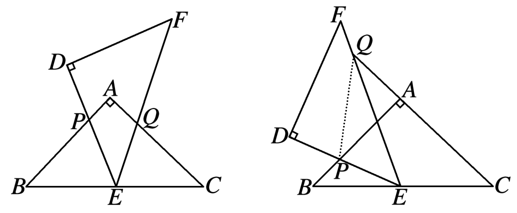


图1　图2

(2)如图 2，∵∠BEQ=∠EQC+∠C，即∠BEP+∠DEF=∠EQC+∠C，∴∠BEP+45°=∠EQC+45°，∴∠BEP=∠EQC.

又∵∠B=∠C，∴△BPE∽△CEQ.

(3)∵△BPE∽△CEQ，∴$\frac{BP}{CE}=\frac{BE}{CQ}$.

∵BE=CE，∴$\frac{a}{CE}=\frac{CE}{\frac{9}{2}a}$，解得$BE=CE=\frac{3\sqrt{2}}{2}a$，∴$BC=3\sqrt{2}a$，

∴$AB=AC=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 3\sqrt{2}a=3a$，

∴$AQ=CQ-AC=\frac{9}{2}a-3a=\frac{3}{2}a$，$AP=AB-BP=3a-a=2a$.

在 Rt△APQ 中，$PQ=\sqrt{AQ^2+AP^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}a\right)^2+(2a)^2}=\frac{5}{2}a$.

23. **解析**：(1)把$A(-1,0)$和$B(3,0)$代入$y=ax^2+bx-3(a\neq 0)$，得$\begin{cases}a-b-3=0,\\9a+3b-3=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1,\\b=-2,\end{cases}$

∴抛物线的解析式为$y=x^2-2x-3$.

(2)抛物线$y=ax^2+bx-3(a\neq 0)$与 y 轴交于点 C，令$x=0$，则$y=-3$，∴C 点的坐标为$(0,-3)$，

设直线 BC 的解析式为$y=kx+b$，把点 B，C 的坐标代入，得$\begin{cases}3k+b=0,\\b=-3,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=1,\\b=-3,\end{cases}$

∴直线 BC 的解析式为$y=x-3$.

点 P，Q 为直线 BC 下方抛物线上的两点，设$P(a,a^2-2a-3)$，则$Q(a+1,a^2-4)$，∴$M(a,a-3)$，$N(a+1,a-2)$，

∴$PM=-a^2+3a$，$QN=-a^2+a+2$，

∴$PM+QN=-2a^2+4a+2=-2(a-1)^2+4$，

当$a=1$时，$(PM+QN)_{\max}=4$，∴$Q(2,-3)$.

(3)由题意可得$y'=(x-1)^2-2(x-1)-3-1=x^2-4x-1=(x-2)^2-5$，∴$y'$的对称轴为$x=2$.

∵抛物线$y=ax^2+bx-3(a\neq 0)$与 y 轴交于点 C，∴$C(0,-3)$.

∵$B(3,0)$，∴OC=OB=3，∠BCO=∠CBO=45°.

如图 1，当 BC 为矩形一边时，且点 D 在 x 轴的下方，过点 D 作$DF\perp y$轴，∵点 D 在y'的对称轴$x=2$上，

∴FD=2，∴CF=FD=2，OF=3+2=5，即点$D(2,-5)$，

∴点 C 向右平移 2 个单位、向下平移 2 个单位可得到点 D，则点 B 向右平移 2 个单位，向下平移 2 个单位可得到点$E(5,-2)$；

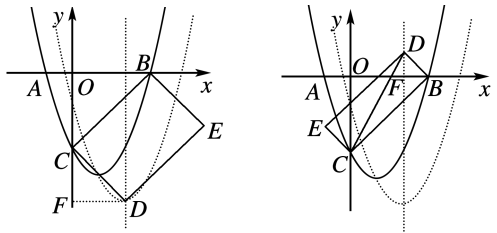


图1　图2

如图 2，当 BC 为矩形一边时，且点 D 在 x 轴的上方，y'的对称轴为$x=2$与 x 轴交于 F，

∵点 D 在y'的对称轴$x=2$上，

∴FO=2，∴BF=3−2=1.

∵∠CBO=45°，即∠DBO=45°，∴BF=FD=3−2=1，即点$D(2,1)$，

∴点 B 向左平移 1 个单位、向上平移 1 个单位可得到点 D，则点 C 向左平移 1 个单位，向上平移 1 个单位可得到点$E(-1,-2)$；

如图 3，当 BC 为矩形对角线时，设$D(2,d)$，$E(m,n)$，

∴BC 的中点 F 的坐标为$\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$，

依题意，得$\begin{cases}\frac{2+m}{2}=\frac{3}{2},\\\frac{d+n}{2}=-\frac{3}{2},\end{cases}$

解得$\begin{cases}m=1,\\d+n=-3.\end{cases}$

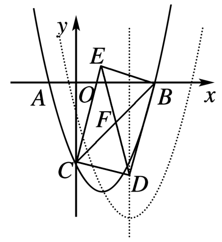


图3

又∵DE=BC，

∴$(2-1)^2+(d-n)^2=3^2+3^2$，解得$d-n=\pm\sqrt{17}$，

联立$\begin{cases}d-n=\pm\sqrt{17},\\d+n=-3,\end{cases}$解得$n=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$，∴点 E 的坐标为$\left(1,\frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right)$或$\left(1,\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right)$.

综上，存在点$E(-1,-2)$或$(5,-2)$或$\left(1,\frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right)$或$\left(1,\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right)$使以点 B，C，D，E 为顶点的四边形是矩形.

期末测试卷

关键能力达标测试卷

1. C　**解析**：左起第四个图形不能找到这样的一个点，使图形绕某一点旋转 180 度后和原图形完全重合，所以不是中心对称图形；第一、

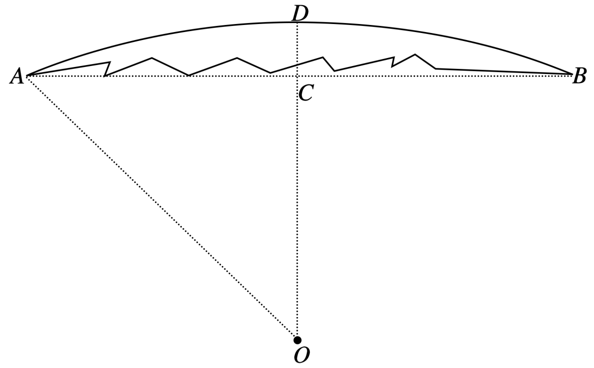
第二和第三个图形能找到这样的一个点,使图形绕某一点旋转180度后和原图形完全重合,所以是中心对称图形,所以中心对称图形有3个.

2.A　3.C　4.A

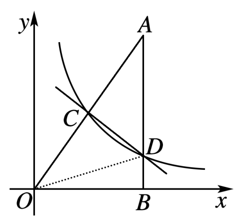
5.C　**解析**:二次函数对称轴为直线 $x=m$,①$m<-2$ 时,$x=-2$ 取得最大值,$-(-2-m)^2+5=4$,解得 $m=-3$;②$-2\leqslant m\leqslant 1$ 时,$x=m$ 取得最大值为5,不合题意;③$m>1$ 时,$x=1$ 取得最大值,$-(1-m)^2+5=4$,解得 $m=2$.

6.B　**解析**:设参加聚会的有 x 人,则每人需赠送出 $(x-1)$ 份礼物,依题意得 $x(x-1)=90$,整理得 $x^2-x-90=0$,解得 $x_1=10$,$x_2=-9$(不符合题意,舍去),∴参加聚会的有10人.

7.B　**解析**:如图,点 O 是圆形玻璃镜面的圆心,连接 OC,则点 C、点 D、点 O 三点共线.由题意可得 $OC\perp AB$,$AC=\frac{1}{2}AB=10$(厘米).设镜面半径为 x 厘米,由题意可得 $x^2=10^2+(x-2)^2$,∴$x=26$,∴镜面半径为26厘米.



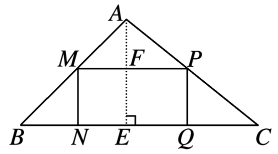
8.B　**解析**:如图,连接 OD.



∵CD 是线段 OA 的垂直平分线,
∴$AD=OD$,$AC=OC$.
设点 C 的坐标为 $(1,k)$,则 $D\left(2,\frac{k}{2}\right)$,
$A(2,2k)$,
∴$AD=OD=2k-\frac{k}{2}$.
由勾股定理,得 $2^2+\left(\frac{k}{2}\right)^2=\left(2k-\frac{k}{2}\right)^2$,解得 $k=\pm\sqrt{2}$.
∵反比例函数图象在第一象限,∴$k=\sqrt{2}$.

9.B　**解析**:由题意,得 $AO\perp BO$.在 Rt△AOB 中,$\tan\alpha=\frac{AO}{BO}=\frac{4}{3}$,
∴设 $AO=4x$ m,则 $BO=3x$ m,∴$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{(4x)^2+(3x)^2}=5x$(m).∵$AA'=1$ m,$BB'=1$ m,∴$A'O=AO-AA'=(4x-1)$m,$B'O=BB'+BO=(3x+1)$m.由题意,得 $AB=A'B'=5x$ m,在 Rt△$A'B'O$ 中,$OB'^2+A'O^2=A'B'^2$,
∴$(3x+1)^2+(4x-1)^2=(5x)^2$,解得 $x=1$,∴$A'O=3$ m,$B'O=4$ m,$A'B'=5$ m,∴$\sin\beta=\frac{A'O}{A'B'}=\frac{3}{5}$.

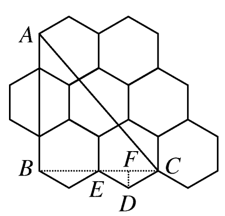
10.A　**解析**:过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E,AE 交 MP 于点 F,如图.∵$\angle B=45°$,$AB=6\sqrt{2}$,$AE\perp BC$,



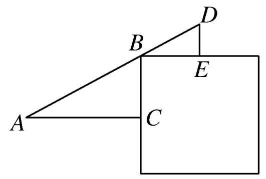
∴$BE=AE=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=6$,
∴$EC=\sqrt{AC^2-AE^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$,
∴$BC=BE+EC=14$.
∵四边形 $MNQP$ 为矩形,∴$\angle PMN=\angle MNQ=90°$.
∵$AE\perp BC$,∴四边形 $MNEF$ 为矩形,
∴$EF=MN=x$,∴$AF=6-x$.
∵$MP\parallel BC$,∴△AMP∽△ABC,∴$\frac{MP}{BC}=\frac{AM}{AB}=\frac{AF}{AE}$,∴$\frac{MP}{14}=\frac{6-x}{6}$,∴$MP=-\frac{7}{3}x+14$,∴$y=x\left(-\frac{7}{3}x+14\right)=-\frac{7}{3}x^2+14x=-\frac{7}{3}(x-3)^2+21$.
∵矩形 $MNQP$ 的一边 NQ 在边 BC 上,顶点 M,P 分别在边 AB,AC 上,∴$0<x<6$.∵$-\frac{7}{3}<0$,∴当 $x=3$ 时,矩形的面积取得最大值为21,∴y 与 x 的函数图象为抛物线 $y=-\frac{7}{3}(x-3)^2+21$ 在 $0<x<6$ 上的一段.

11.$a\neq-1$　**解析**:由 $(x-1)(x+a)=0$,得 $x^2+(a-1)x-a=0$.∵方程有两个不相等的实数根,∴$\Delta>0$,∴$(a-1)^2+4a>0$,∴$(a+1)^2>0$,∴$a\neq-1$.

12.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　**解析**:如图,连接 BC,过点 D 作 $DF\perp CE$,垂足为点 F,设正六边形的边长为 a,则 $AB=4a$.在△DEC 中,$DE=DC=a$,$\angle EDC=120°$,∴$\angle DCE=\angle DEC=\frac{180°-\angle EDC}{2}=30°$.在 Rt△$CDF$ 中,$DF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}a$,$CF=\sqrt{3}DF=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.∵$DE=DC$,$DF\perp CE$,∴$CE=2CF=\sqrt{3}a$,∴$BC=2CE=2\sqrt{3}a$.在 Rt△$ABC$ 中,$\tan\angle BAC=\frac{BC}{AB}=\frac{2\sqrt{3}a}{4a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

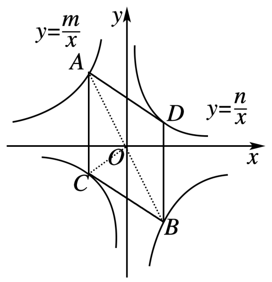


13.300　**解析**:如图,设该城堡的边长为 x 步,则 $BE=BC=\frac{1}{2}x$ 步.由题意,得 $DE=100$ 步,$AC=225$ 步.



∵$BE\parallel AC$,∴$\angle DBE=\angle BAC$.
∵$\angle DEB=\angle BCA=90°$,∴△$DBE$∽△$BAC$,
∴DE∶$BC=BE$∶AC,
∴100∶$\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}x$∶$225$,
∴$x=300$(舍去负值),∴该城堡的边长为300步.

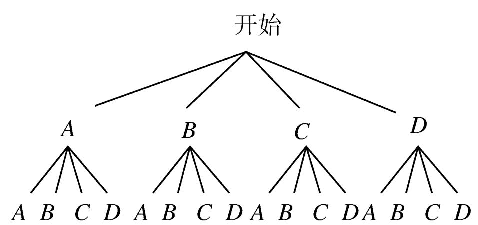
14.$n-m=4$　**解析**:连接 AB,OC,如图.
∵$A(a,b)$,$B(-a,-b)$ 关于原点对称,且是反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上的两点,∴点 O 在线段 AB 上,且 $OA=OB$.



∵$A(a,b)$ 是反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上的点,∴$b=\frac{m}{a}$.
∵$AC\parallel y$ 轴,∴点 C 的坐标为 $\left(a,\frac{n}{a}\right)$,
∴$AC=\left|\frac{m}{a}-\frac{n}{a}\right|$,同理可得 $BD=\left|\frac{m}{a}-\frac{n}{a}\right|$,∴$AC=BD$,
∴四边形 $ACBD$ 是平行四边形,∴$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ACB}=\frac{1}{4}S_{平行四边形ACBD}=\frac{1}{4}\times8=2$,∴$\frac{1}{2}AC\cdot|a|=2$,∴$\frac{1}{2}\left(\frac{m}{a}-\frac{n}{a}\right)\cdot(-a)=2$,整理得 $n-m=4$.

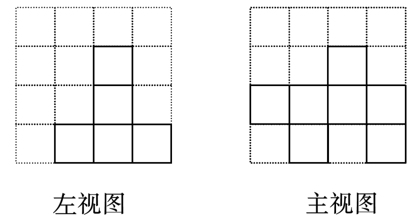
15.$(2^{2\,024},2^{2\,024})$　**解析**:∵△AOB 是等腰直角三角形,且 $AO=1$,∴$AB=AO=1$,∴点 B 的坐标为 $(1,1)$.由旋转可知,$\angle A_1OA=90°$,$\angle OA_1B_1=90°$.∵$A_1O=2AO$,∴$A_1O=A_1B_1=2$,∴点 B_1 的坐标为 $(2,-2)$.同理可得,点 B_2 的坐标为 $(-2^2,-2^2)$,点 B_3 的坐标为 $(-2^3,2^3)$,点 B_4 的坐标为 $(2^4,2^4)$,点 B_5 的坐标为 $(2^5,-2^5)$,….由此可见,每旋转四次,点 B_n 所在象限重复出现,且其横纵坐标的绝对值都是 2^n(n 为正整数).∵$2\,024\div4=506$,则点 $B_{2\,024}$ 在第一象限,∴点 $B_{2\,024}$ 的坐标为 $(2^{2\,024},2^{2\,024})$.

16.**解析**:(1)∵共有四张卡片,且每张卡片被抽到的可能性相同,∴随机抽取一张卡片,抽中"菊"的概率为 $\frac{1}{4}$.
(2)将写有"梅""兰""竹""菊"的四张卡片分别记为 A,B,C,D,画树状图如下:



共有16种等可能的结果,其中两人抽到的卡片上是相同名称的结果有4种,∴两人抽到的卡片上是相同名称的概率为 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

17.**解析**:(1)如图所示.



(2)几何体的表面积为 $(2\times2\times7+2\times2\times7+2\times2\times7)\times2=168(\text{cm}^2)$.
(3)从前面看,从左到右第2列第2行最多可增加2块小正方体,第3列第1行最多可增加1块小正方体,第4列第2行最多可增加2块小正方体,
∴最多可以添加 $2+1+2=5$(块)小正方体.

18.**解析**:(1)设购进 x 个"贝壳画",则购进 $(80-x)$ 个"纪念瓷盘".依题意,得 $59x+66(80-x)\leqslant4\,900$,解得 $x\geqslant54\frac{2}{7}$(x 为正整数).
设全部售出后获得的总利润为 w 元,则 $w=(79-59)x+(88-66)(80-x)=-2x+1\,760$.
∵$-2<0$,∴w 随 x 的增大而减小.
∵x 为正整数,
∴当 $x=55$ 时,w 取得最大值,最大值 $=-2\times55+1\,760=1\,650$(元),此时 $80-x=25$.
即分别购进"贝壳画"和"纪念瓷盘"55个和25个,才能获得最大销售利润,最大销售利润是1 650元.
(2)设每个降价 m 元,销售价定为每个 $(79-m)$ 元,则每个的销售利润为 $(79-m-59)$ 元,平均每天可售出 $(8+2m)$ 个.根据题意得 $(79-m-59)(8+2m)=288$,
整理得 $m^2-16m+64=0$,解得 $m_1=m_2=8$,
∴$79-m=79-8=71$(元).
即销售价定为每个71元时,能使"贝壳画"平均每天销售利润为288元.

19.**解析**:(1)∵$70\div35\%=200$,
∴$200\times25\%=50$,
∴$a=200-70-50-15-25=40$.
补全图2甲园样本数据频数分布直方图如下:

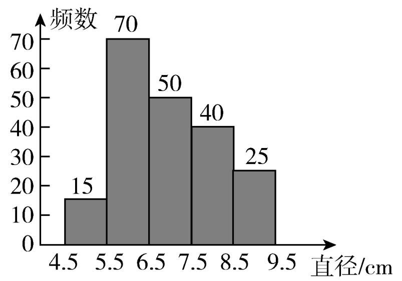


图2 甲园样本数据频数分布直方图

(2) $\frac{1}{200}\times(15\times5+50\times6+70\times7+50\times8+15\times9)=7$，

∴乙园样本数据的平均数为7.

(3)由统计图可知，两园样本数据的中位数均在C组，故①正确；每一组的数据是一个范围，甲园的众数、乙园的众数不能确定具体在哪一组，故②结论错误；两园样本数据的最大数与最小数的差不一定相等，故③结论错误.

(4)乙园的红富士苹果品质更优. 理由如下：

由样本数据频数分布直方图可得，

甲园一级红富士苹果所占比例为 $\frac{50+40}{200}=45\%$，

乙园一级红富士苹果所占比例为 $\frac{70+50}{200}=60\%$，大于甲园，

因此可以认为乙园的红富士苹果品质更优.

20. **解析：**(1)如图1，连接MC. 设 $MC=MA=R$，由题可知 $AD=MD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}R$.

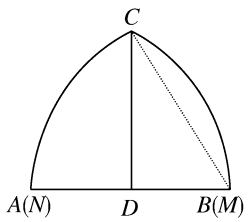


图 1

在Rt△MCD中，$MD^2+CD^2=MC^2$，

∴$\frac{1}{4}R^2+81=R^2$，

解得 $R=6\sqrt{3}$ m，

即 $\overset{\frown}{AC}$ 所在圆的半径长为 $6\sqrt{3}$ m.

(2)如图2，在图中作出圆心M、圆心N，过点M作 $MH\perp AC$ 于点H.

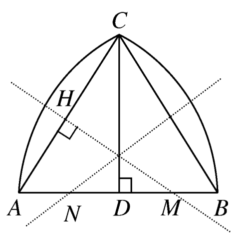


图 2

∵$CD=10$ m，$AB=12$ m，

∴$AD=BD=\frac{1}{2}AB=6$ m.

在Rt△ADC中，$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=2\sqrt{34}$，

由垂径定理可知MH垂直平分AC，

∴$AH=CH=\frac{1}{2}AC=\sqrt{34}$.

∵$\angle CAD=\angle HAM$，$\angle AHM=\angle ADC=90°$，

∴$\triangle CAD\backsim\triangle MAH$，∴$\frac{AC}{AM}=\frac{AD}{AH}$，

∴$\frac{2\sqrt{34}}{AM}=\frac{6}{\sqrt{34}}$，解得 $AM=\frac{34}{3}<AB$，

∴点M和点N在线段AB上.

∵$\overset{\frown}{AC}$，$\overset{\frown}{BC}$ 关于直线CD成轴对称，

∴$AM=BN$，∴$AM+BN-MN=AB$，

即 $\frac{34}{3}+\frac{34}{3}-MN=12$，

∴$MN=\frac{32}{3}$ m.

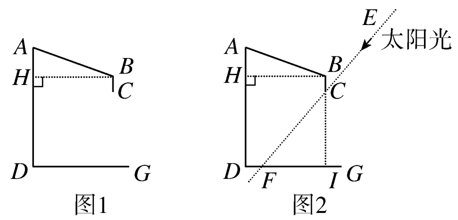
即两心尖拱的两个圆心M，N之间的距离为 $\frac{32}{3}$ m.

21. **解析：**(1)如图1，作 $BH\perp AD$ 于点H.

在Rt△AHB中，$AB=130$ cm. $\sin\angle BAD=\frac{12}{13}$，

∴$BH=AB\cdot\sin\angle BAD=130\times\frac{12}{13}=120$(cm).

即遮阳棚上的点B到墙面AD的距离为120 cm.



(2)如图2，延长光线EC交DG于点F，延长BC交DG于点I，可得 $\angle CFI=53°$，$CI\perp DG$，$DI=BH=120$ cm，由勾股定理可得 $AH=\sqrt{130^2-120^2}=50$(cm).

由题意，四边形HDIB是矩形，则 $BI=HD$.

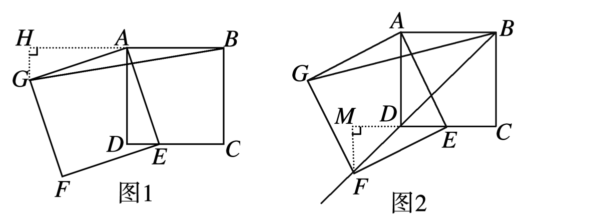
由 $BC=40$ cm可知，$CI=240-50-40=150$(cm).

在Rt△CIF中，$\tan 53°\approx\frac{4}{3}$，

∴$\frac{CI}{IF}\approx\frac{4}{3}$，即 $\frac{150}{IF}\approx\frac{4}{3}$，∴$IF\approx112.5$(cm).

∵$IF<DI$，所以光线不能照射到商铺内，方案可行.

22. **解析：**(1)①如图1，过点G作 $GH\perp$ 直线AB于点H，则 $\angle H=90°$.



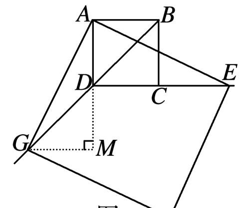


图3

∵四边形ABCD是边长为4的正方形，$CE=3$，∴$AD=AB=CD=4$，$DE=4-3=1$，$\angle D=\angle BAD=90°$，

∴$AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$.

∵四边形AEFG是正方形，∴$AG=AE$，$\angle EAG=90°$，∴$\angle EAD+\angle DAG=90°$.

∵$\angle DAH=180°-\angle BAD=90°$，∴$\angle GAH+\angle DAG=90°$，

∴$\angle EAD=\angle GAH$.

在△AED和△AGH中，$\begin{cases}\angle D=\angle H=90°,\\ \angle EAD=\angle GAH,\\ AE=AG,\end{cases}$

∴$\triangle AED\cong\triangle AGH$(AAS)，∴$AH=AD=4$，$GH=DE=1$，

∴点G到AB的距离为1.

②在Rt△BGH中，$BH=AB+AH=4+4=8$，$GH=1$，$\angle H=90°$，∴$BG=\sqrt{BH^2+GH^2}=\sqrt{8^2+1^2}=\sqrt{65}$.

(2)①当点F在直线BD上时，过点F作 $FM\perp CD$，交CD的延长线于点M，如图2，则 $\angle M=90°$.

∵四边形ABCD是正方形，∴$\angle BDC=45°$，$\angle ADE=90°$，

∴$\angle FDM=\angle BDC=45°$，$\angle AED+\angle EAD=90°$，

∴△DFM是等腰直角三角形，∴$DM=FM$.

∵四边形AEFG是正方形，∴$EF=AE$，$\angle AEF=90°$，∴$\angle AED+\angle FEM=90°$，∴$\angle EAD=\angle FEM$.

在△AED和△EFM中，$\begin{cases}\angle EAD=\angle FEM,\\ \angle ADE=\angle EMF,\\ AE=EF,\end{cases}$

∴$\triangle AED\cong\triangle EFM$(AAS)，∴$DE=MF$，$AD=EM$，

∴$DE=DM=FM$.

∵$DE+DM=EM$，∴$2DE=AD=4$，∴$DE=2$.

在Rt△ADE中，$AE^2=AD^2+DE^2=4^2+2^2=20$，∴正方形AEFG的面积为20；

②当点G在直线BD上时，过点G作 $GM\perp AD$，交AD的延长线于点M，如图3.

同理可得 $\triangle AED\cong\triangle GAM$(AAS)，∴$GM=AD=4$，$AM=ED$.

∵$\angle ADB=\angle MDG=45°$，$\angle M=90°$，∴△DGM是等腰直角三角形，∴$DM=GM$，∴$DM=AD=4$，∴$AM=8$.

在Rt△AGM中，$AG^2=AM^2+GM^2=8^2+4^2=80$，∴正方形AEFG的面积为80.

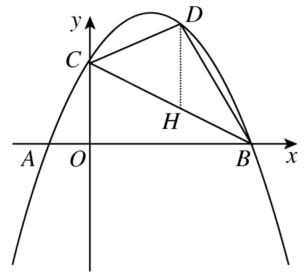
综上所述，正方形AEFG的面积为20或80.

23. **解析：**(1)抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-4)=a(x^2-3x-4)$，

则 $-4a=2$，解得 $a=-\frac{1}{2}$.

则抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$ ①.

(2)如图，过点D作DH∥y轴交BC于点H，



由(1)可知，$x=0$ 时，$y=2$，∴C(0,2).

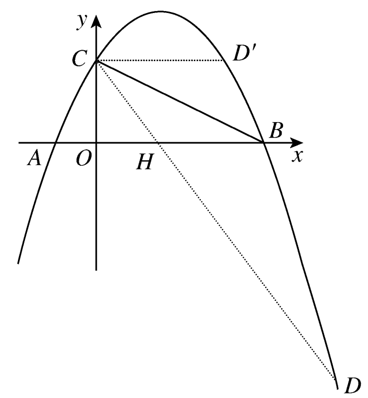
由点B(4,0)，C(0,2)的坐标得，直线BC的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$.

设点 $D\left(x,-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2\right)$，则点 $H\left(x,-\frac{1}{2}x+2\right)$.

则 $S_{\triangle BCD}=S_{\triangle CDH}+S_{\triangle BDH}=\frac{1}{2}\times DH\times OB=2\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2+\frac{1}{2}x-2\right)=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$，

∵$-1<0$，故△BCD面积有最大值，当 $x=2$ 时，△BCD面积的最大值为4.

(3)当点D在x轴上方时，则点D′和点C关于抛物线对称轴对称，则点D′(3,2)；当点D在x轴下方时，设CD交x轴于点H，设点H(x,0).



∵$\angle DCB=\angle ABC$，则 $CH=BH$，则 $(4-x)^2=x^2+4$，

解得 $x=\frac{3}{2}$，即点 $H\left(\frac{3}{2},0\right)$.

由点C，H的坐标得，直线CH的解析式为 $y=-\frac{4}{3}x+2$ ②.

联立①②，得 $-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2=-\frac{4}{3}x+2$，

解得 $x=0$（舍去）或 $\frac{17}{3}$，

即点 D 的坐标为 $\left(\frac{17}{3},-\frac{50}{9}\right)$.

综上，点 D 的坐标为 $(3,2)$ 或 $\left(\frac{17}{3},-\frac{50}{9}\right)$.

期末测试卷

核心素养提优测试卷

1.B 2.B 3.A

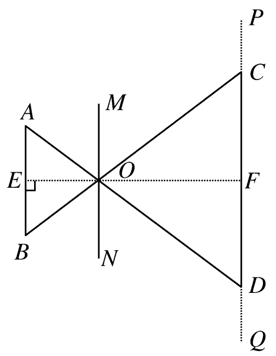
4.A **解析**：点 $P(1,2)$ 关于坐标原点的对称点 P' 的坐标为 $(-1,-2)$.

5.C **解析**：根据题意，可知 xy 的值即为该校的优秀人数. ∵描述乙、丁两学校情况的点恰好在同一个反比例函数的图象上，∴乙、丁两学校的优秀人数相同. ∵点丙在反比例函数图象上面，点甲在反比例函数图象下面，∴丙学校的 xy 的值最大，即优秀人数最多，甲学校的 xy 的值最小，即优秀人数最少.

6.C **解析**：∵转角 α 为 $50°$，∴$\angle ACB=180°-50°=130°$. ∵过点 A，B 的两条切线相交于点 C，$\angle OAC=\angle OBC=90°$，∴$\angle AOB=360°-90°-90°-130°=50°$，∴$\overset{\frown}{AB}$ 的长为 $\frac{50\pi\times3}{180}=\frac{5\pi}{6}$(km).

7.C **解析**：原方程可化为 $(a+c)x^2+2bx+(a-c)=0$. ∵方程有两个相等的实数根，∴$\Delta=(2b)^2-4(a+c)(a-c)=0$，∴$4b^2-4a^2+4c^2=0$，∴$a^2=b^2+c^2$，∴$\triangle ABC$ 是直角三角形.

8.B **解析**：如图，过点 O 作 $OE\perp AB$ 于点 E，延长 EO 交 CD 于点 F. ∵$\triangle ABO$ 和 $\triangle DCO$ 成位似图形，位似中心为点 O，∴$AB/\!/CD$，∴$OF\perp CD$，∴OE，OF 分别为 $\triangle ABO$ 和 $\triangle DCO$ 对应边 AB，CD 上的高. ∵遮挡板 MN 和光屏 PQ 的水平距离为 8 cm，∴$OF=8$ cm. ∵$\triangle ABO$ 和 $\triangle DCO$ 成位似图形，$AB=6$ cm，$CD=12$ cm，∴$\frac{AB}{CD}=\frac{OE}{OF}$，即 $\frac{6}{12}=\frac{OE}{8}$，∴$OE=4$ cm，∴$EF=OE+OF=4+8=12$(cm). ∵要使像 CD 的长度变成 AB 的 3 倍，物体 AB 和屏幕 PQ 位置不变，∴设 $OE=x$ cm，则 $OF=(12-x)$cm，$CD=3AB=3\times6=18$(cm). 又∵$\frac{AB}{CD}=\frac{OE}{OF}$，即 $\frac{6}{18}=\frac{x}{12-x}$，∴$x=3$. ∵$4-3=1$(cm)，∴可以将遮挡板 MN 水平向左移动 1 cm.



9.C **解析**：由图象可得，$a<0$，$b>0$，$c>0$，∴$abc<0$，①正确，符合题意；

∵抛物线图象与 x 轴有两个交点，∴$\Delta=b^2-4ac>0$，选项②正确，符合题意；

当 $x=-2$ 时，$y=4a-2b+c<0$，则 $4a+c<2b$，③正确，符合题意；

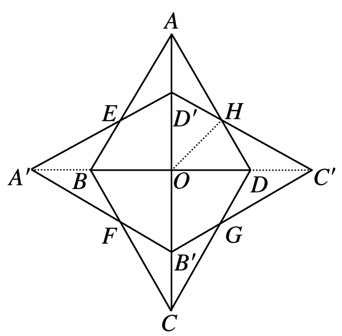
∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过点 $(-1,0)$ 和 $(m,0)$，∴-1 和 m 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，∴$-1\times m=\frac{c}{a}$，∴$c=-ma$，∴$a+c=a-ma=a(1-m)$. ∵$a<0$，$m>1$，∴$a+c=a(1-m)>0$，④错误，不合题意；

∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过点 $(-1,0)$ 和 $(m,0)$，∴-1 和 m 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，∴$-1+m=-\frac{b}{a}$. ∵$m>1$，∴$-\frac{b}{a}>0$. ∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过点 $(-1,0)$ 和 $(m,0)$，∴二次函数为 $y=a(x+1)(x-m)$. 设方程 $a(x+1)(x-m)+1=0$ 的两根为 α，β，∴α，β 是方程 $ax^2+bx+c+1=0$ 的两个根，∴$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}>0$，⑤正确，符合题意.

10.B **解析**：如图，延长 BD 和 DB，连接 OH. ∵菱形 $ABCD$ 中 $\angle BAD=60°$，

∴$\angle BAO=\angle DAO=30°$，$\angle AOD=\angle AOB=90°$.

∵菱形 $ABCD$ 绕点 O 逆时针旋转 $90°$ 得到菱形 $A'B'C'D'$，



∴点 A'，D'，B'，C' 一定在对角线 AC，BD 上，且 $OD=OD'=OB=OB'$，$OA=OA'=OC=OC'$，

∴$AD'=C'D$，$\angle D'AH=\angle DC'H=30°$.

∵$\angle D'HA=\angle DHC'$，∴$\triangle AD'H\cong\triangle C'DH$(AAS)，∴$D'H=DH$，$C'H=AH$，同理可证 $D'E=BE$，$BF=B'F$，$B'G=DG$.

∵$\angle EA'B=\angle HC'D=30°$，$A'B=C'D$，$\angle A'BE=\angle C'DH=120°$，∴$\triangle A'BE\cong\triangle C'DH$(ASA)，∴$DH=BE$，

∴$DH=BE=D'H=D'E=BF=B'F=B'G=DG$，∴该八边形各边长都相等，①正确；

根据角的平分线的性质定理，得点 O 到该八边形各边所在直线的距离都相等，④正确；

根据题意，得 $\angle ED'H=120°$. ∵$\angle D'OD=90°$，$\angle OD'H=\angle ODH=60°$，∴$\angle D'HD=150°$，

∴该八边形各内角不相等，②错误；

∵$OD=OD'$，$D'H=DH$，$OH=OH$，∴$\triangle D'OH\cong\triangle DOH$(SSS)，

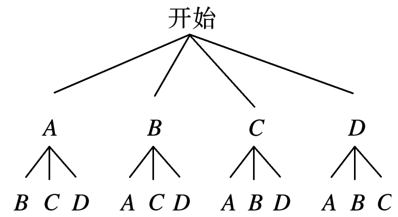
∴$\angle D'OH=\angle DOH=45°$，$\angle D'HO=\angle DHO=75°$，

∴$OD\neq OH$，∴点 O 到该八边形各顶点的距离不相等，③错误.

11.18 cm^2

12.1∶−6∶5 **解析**：∵抛物线 $y_1=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$ 与抛物线 $y_2=ax^2+bx+c(a>0)$ 组成一个如图所示的"月牙线"，∴两条抛物线与 x 轴有相同的交点，当 $y=0$ 时，$0=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$，∴$x_1=1$，$x_2=5$，∴$\begin{cases}a+b+c=0,\\25a+5b+c=0,\end{cases}$ ∴$b=-6a$，$c=5a$，∴$a∶b∶c=a∶(-6a)∶5a=1∶-6∶5$.

13.$\frac{1}{6}$ **解析**：干冰变成气体为物理变化，火柴燃烧是化学变化，电灯发光是物理变化，盐酸除锈是化学变化. 设干冰变成气体为 A，火柴燃烧为 B，电灯发光为 C，盐酸除锈为 D，树状图如下.



由上可得，一共存在 12 种等可能性，其中抽出的生活现象都是化学变化的有 2 种，所以抽出的生活现象都是化学变化的概率为 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

14.3 **解析**：∵E 为 CD 边的中点，∴$DE=CE$. 又∵$\angle ADC=\angle ECF=90°$，$\angle AED=\angle FEC$，∴$\triangle ADE\cong\triangle FCE$，∴$AD=FC$，$AE=FE$. 又∵$ME\perp AF$，∴$ME$ 垂直平分 AF，∴$AM=MF=MC+FC$，∴$AM=MC+AD$，①正确；

∵$AM=MF$，∴$\angle MAF=\angle F$，∴$\angle DAF=\angle MAF$，∴AF 平分 $\angle DAM$，②正确；

∵$ME\perp EF$，$EC\perp MF$，可得 $EC^2=CM\cdot FC$. 又∵$EC=DE$，$AD=FC$，∴$DE^2=AD\cdot CM$，③正确；

∵$\angle ABM=90°$，∴AM 是 $\triangle ABM$ 的外接圆的直径. ∵$BM<AD$，∴当 $BM/\!/AD$ 时，$\frac{MN}{AN}=\frac{BM}{AD}<1$，∴$N$ 不是 AM 的中点，∴点 N 不是 $\triangle ABM$ 的外心，④错误. 综上所述，正确的结论有 3 个.

15.(1,2 025) **解析**：观察，找规律 $A(1,1)$，$A_1(2,0)$，$A_2(0,-2)$，$A_3(-3,1)$，$A_4(1,5)$，$A_5(6,0)$，$A_6(0,-6)$，$A_7(-7,1)$，$A_8(1,9)$，…，∴$A_{4n}=(1,4n+1)$(n 为正整数)，$A_{4n+1}=(4n+2,0)$(n 为自然数)，$A_{4n+2}=(0,-(4n+2))$(n 为自然数)，$A_{4n+3}=(-(4n+3),1)$(n 为自然数). ∵$2\,024=506\times4$，∴$A_{2\,024}$ 的坐标为 $(1,2\,025)$.

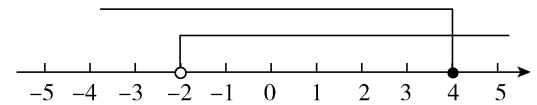
16.**解析**：(1)$\begin{cases}1-3(x-1)<8-x①,\\\frac{3x-6}{2}\leqslant x-1②,\end{cases}$

解不等式①，得 $x>-2$，

解不等式②，得 $x\leqslant4$，

∴该不等式组的解集为 $-2<x\leqslant4$.

其解集在数轴上表示如下：



(2)$\frac{x^2-6x+9}{x-5}\div\left(x+5+\frac{16}{x-5}\right)$

$=\frac{(x-3)^2}{x-5}\div\frac{(x+5)(x-5)+16}{x-5}$

$=\frac{(x-3)^2}{x-5}\cdot\frac{x-5}{x^2-25+16}$

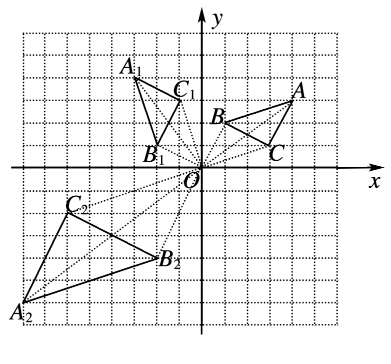
$=\frac{(x-3)^2}{x-5}\cdot\frac{x-5}{(x+3)(x-3)}$

$=\frac{x-3}{x+3}$.

当 $x=2$ 时，原式 $=\frac{2-3}{2+3}=-\frac{1}{5}$.

17.**解析**：(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 为所作.

(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 为所作.



18.**解析**：任务 1：当 $15\leqslant x\leqslant t$ 时，设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数，且 $k\neq0$)，将坐标 $(15,-20)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$，

得 $\frac{k}{15}=-20$，解得 $k=-300$，

∴当 $15\leqslant x\leqslant t$ 时，y 关于 x 的函数解析式为 $y=-\frac{300}{x}$.

当 $y=-5$ 时，得 $-\frac{300}{x}=-5$，

解得 $x=60$，∴$t=60$.

任务 2：由题意可知，该冰箱每 1 个小时工作 $\frac{1}{4}$ 小时，则每天的耗电量为 $24\times\frac{1}{4}\times0.16=0.96$(度).

∵$0.96<1$，∴该冰箱的广告符合实际.

19. **解析**：任务一：证明：如题图2，过点C作$CE\parallel DA$交BA的延长线于点E.

∵$CE\parallel AD$，∴$\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AE}$，$\angle 2=\angle ACE$，$\angle 1=\angle E$.

∵$\angle 1=\angle 2$，∴$\angle ACE=\angle E$，∴$AE=AC$，∴$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$.

任务二：∵AD是$\triangle BAC$的平分线，∴$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$.

∵$AB=11$，$AC=15$，∴$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}=\frac{11}{15}$.

设$BD=11a$，则$CD=15a$，∴$BC=26a$.

∵点E是BC的中点，∴$CE=\frac{1}{2}BC=13a$.

∵$EF\parallel AD$，∴$\frac{FC}{AC}=\frac{CE}{CD}$，即$\frac{FC}{15}=\frac{13a}{15a}$，解得$FC=13$.

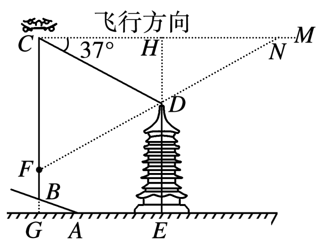
20. **解析**：(1)设AB的长为x米，则$x(37+1-2x)=120$，解得$x_1=4$，$x_2=15$.

∵$0\leqslant 38-2x\leqslant 10$，∴$14\leqslant x\leqslant 19$，∴$x=4$舍去，∴矩形种植园一边$AB$的长是15米.

(2)设AB的长为x米，则$x\left(\frac{37+10+1-2x}{2}\right)=180$，化简得$x^2-24x+180=0$.

∵$\Delta b^2-4ac=24^2-4\times 180=-144<0$，∴不能围成面积为$180\ \mathrm{m}^2$的矩形种植园.

21. **解析**：(1)如图，延长CB交EA于点G，延长ED交CM于点H.



由题意，得$CG=HE$，$EG=CH$，$CG\perp EG$，$EH\perp CM$.

∵斜坡坡度i为5∶12，∴$\frac{BG}{AG}=\frac{5}{12}$，∴设$BG=5x$米，$AG=12x$米.

在$\mathrm{Rt}\triangle ABG$中，$AB=\sqrt{BG^2+AG^2}=\sqrt{(5x)^2+(12x)^2}=13x$(米).

∵$AB=6.5$米，∴$13x=6.5$，解得$x=0.5$，∴$BG=2.5$米，$AG=6$米.

∵$AE=10$米，∴$EG=CH=AG+AE=6+10=16$(米).

在$\mathrm{Rt}\triangle CDH$中，$\angle DCH=37^\circ$，∴$DH=CH\cdot\tan 37^\circ\approx 16\times\frac{3}{4}=12$(米).

∴$DE=EH-DH=CG-DH=BG+BC-DH=2.5+37.6-12=28.1$(米)，∴古塔$DE$的高度约为28.1米.

(2)如图，连接FD并延长交CM于点N，由题意，得$\angle DHN=\angle FCN=90^\circ$.

∵$BC=37.6$米，$BF=1.6$米，∴$CF=BC-BF=36$(米).

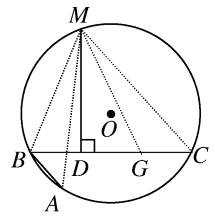
∵$\angle DNH=\angle FNC$，∴$\triangle DHN\backsim\triangle FCN$，∴$\frac{DH}{FC}=\frac{HN}{CN}$，

∴$\frac{12}{36}=\frac{HN}{HN+16}$，解得$HN=8$，

∴$CN=CH+HN=16+8=24$(米)，∴$24\div 4=6$(秒)，∴经过6秒时，无人机刚好离开圆圆的视线.

22. **解析**：(1)由题意可得$PA\perp AM$，∴$\angle PAM=90^\circ$. ∵$\angle APM=30^\circ$，$AM=2$，∴$PM=4$，$PM+AM=6$. ∵点B是折线段PMA的中点，∴$PB=3$.

(2)证明：如图，在BC上截取$CG=AB$，连接MC，MG，MB，MA.



∵点M是$\overset{\frown}{ABC}$的中点，∴$\overset{\frown}{MA}=\overset{\frown}{MC}$，

∴$MA=MC$.

∵$\overset{\frown}{MB}=\overset{\frown}{MB}$，

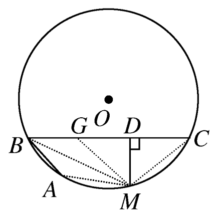
∴$\angle A=\angle C$.

在$\triangle MAB$和$\triangle MCG$中，$\begin{cases}MA=MC，\\ \angle A=\angle C，\\ AB=CG，\end{cases}$

∴$\triangle MAB\cong\triangle MCG(\mathrm{SAS})$，∴$MB=MG$. ∵$MD\perp BC$，∴$BD=DG$，∴$AB+BD=CG+DG=CD$，∴$CD=AB+BD$.

(3)$BD=AB+CD$. 理由如下：

在BD上截取$BG=AB$，连接MC，MA，MB，MG.



由题意可得$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{CM}$.

∴$AM=CM$，$\angle ABM=\angle MBG$.

在$\triangle MAB$和$\triangle MGB$中，$\begin{cases}AB=GB，\\ \angle ABM=\angle GBM，\\ MB=MB，\end{cases}$

∴$\triangle MAB\cong\triangle MGB(\mathrm{SAS})$，∴$MA=MG$，∴$MC=MG$. ∵$DM\perp BC$，∴$CD=DG$，∴$AB+CD=BG+DG=BD$，∴$BD=AB+CD$.

23. **解析**：(1)设抛物线的解析式为$y=ax^2+7$，将点$B(6,3)$代入，得$36a+7=3$，解得$a=-\frac{1}{9}$.

∴抛物线的解析式为$y=-\frac{1}{9}x^2+7$.

(2)设点Q的坐标为$\left(m,-\frac{1}{9}m^2+7\right)(m>0)$.

由题意，得点P，M，N的坐标分别为$\left(-m,-\frac{1}{9}m^2+7\right)$，$(-m,0)$，$(m,0)$，

∴$PM=QN=-\frac{1}{9}m^2+7$，$PQ=2m$，

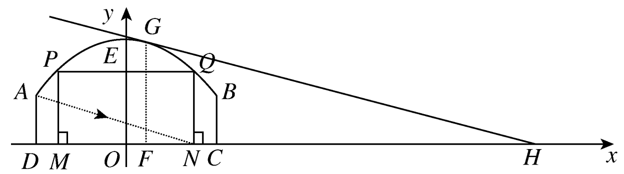
∴"支撑架"的长度为$PM+QN+PQ=-\frac{2}{9}m^2+2m+14=-\frac{2}{9}(m-4.5)^2+18.5$. ∵$0<m<6$，$-\frac{2}{9}<0$，∴当$m=4.5$时，"支撑架"的长度最长，即当"支撑架"$PM$，$QN$安装在与$y$轴水平距离4.5米的位置时，"支撑架"的长度最长.

(3)在(2)的条件下，点A的坐标为$(-6,3)$，$N(4.5,0)$. 设直线AN的解析式为$y=kx+b$，

则有$\begin{cases}-6k+b=3，\\ 4.5k+b=0，\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-\frac{2}{7}，\\ b=\frac{9}{7}.\end{cases}$

∴直线AN的解析式为$y=-\frac{2}{7}x+\frac{9}{7}$.

如图，沿着x轴正方向平移直线AN至GH，此时直线GH与抛物线AEB相切于点G，交x轴于点H，则大棚横截面在地面上的阴影为线段DH.



设直线GH的解析式为$y=-\frac{2}{7}x+n$，

∴方程$-\frac{1}{9}x^2+7=-\frac{2}{7}x+n$有两个相等的实数根，

即$\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{7}x+n-7=0$，

∴$\Delta=\frac{4}{49}-4\times\frac{1}{9}\times(n-7)=0$，解得$n=7\frac{9}{49}$，

∴直线GH的解析式为$y=-\frac{2}{7}x+7\frac{9}{49}$.

令$y=0$，得$x=\frac{176}{7}$，

∴$H\left(\frac{176}{7},0\right)$，∴$OH=\frac{176}{7}\ \mathrm{m}$.

∵$OD=6\ \mathrm{m}$，

∴$DH=OD+OH=\frac{218}{7}\ \mathrm{m}$.

即大棚横截面在地面上的阴影长为$\frac{218}{7}\ \mathrm{m}$.