参考答案

专题训练

第六章　特殊平行四边形

专题训练一　菱形的性质与判定

基础能力巩固

1.C　2.B　3.C　4.A　5.D　6.B　7.D　8.C

9.(2,−3)　10.9.6　11.3　12.①③④

13.**证明**:如题图,AC 交 BD 于点 O,∵$AB=AD$,四边形 $ABCD$ 是平行四边形,∴平行四边形 $ABCD$ 是菱形,∴$AC\perp BD$,$AO=CO$,$BO=DO$.∵$BE=DF$,∴$OB-BE=OD-DF$,即 $EO=FO$,∴四边形 $AFCE$ 是平行四边形.又∵$AC\perp BD$,∴平行四边形 $AFCE$ 是菱形.

14.**解析**:(1)四边形 $ABCD$ 是菱形.理由如下:

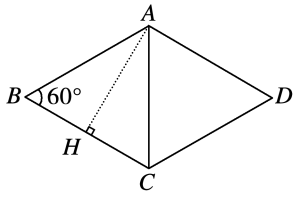
∵$AB=BC$,BO 平分$\angle ABC$,∴$AC\perp BD$.∵$DE\perp BD$,∴$AC\parallel DE$.∵$AD\parallel BE$,∴四边形 $ACED$ 是平行四边形.∵$AB=BC$,∴四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2)∵BO 平分$\angle ABC$,$\angle ABE=120°$,∴$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABE=60°$.∵四边形 $ABCD$ 是菱形,∴$BC=CD=AB=3$,∴$\triangle BCD$ 是等边三角形,∴$BD=BC=3$.∵$BD\perp DE$,∴$\angle BDE=90°$,∴$\angle E=90°-\angle DBC=30°$,∴$BE=2BD=6$,∴$DE=\sqrt{BE^2-BD^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$,∴$DE$ 的长为 $3\sqrt{3}$.

核心素养升级

1.$4\sqrt{3}\leqslant m\leqslant 8$

2.**解析**:如图,过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H.



∵四边形 $ABCD$ 是菱形,∴$AB=BC=a$.∵$\angle B=60°$,∴$\triangle ABC$ 是等边三角形,∴$AH=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,∴菱形 $ABCD$ 的面积 $S=BC\cdot AH=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

3.**解析**:(1)连接 AC,AF,如图1,∵四边形 $ABCD$ 是菱形,∴$AB/\!/CD$,$AB=BC$.∵$\angle BAD=120°$,∴$\angle ABC=60°$,∴$\triangle ABC$ 是等边三角形,∴$\angle BAC=\angle ACF=\angle ABE=60°$,$AC=AB$.∵$BE=CF$,∴$\triangle ABE\cong\triangle ACF$(SAS),∴$\angle BAE=\angle CAF$,$AE=AF$,∴$\angle EAF=\angle CAE+\angle CAF=\angle CAE+\angle BAE=\angle BAC=60°$,∴$\triangle AEF$ 是等边三角形,∴$\angle AEF=60°$,故答案为 60.

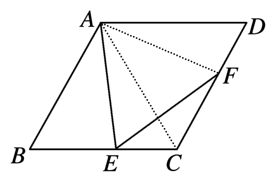


图1

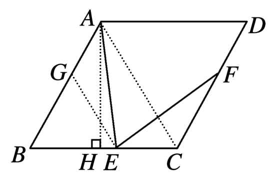


图2

(2)①连接 AC,过点 E 作 $EG/\!/AC$ 交 AB 于点 G.如图2,∵四边形 $ABCD$ 是菱形,∴$AD/\!/BC$,$AB=BC$.∵$\angle BCD=\angle BAD=120°$,∴$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BAD=60°$,$\angle B=180°-\angle BAD=60°$,∴$\triangle ABC$ 是等边三角形.∵$EG/\!/AC$,∴$\angle BGE=\angle BAC=60°$,∴$\triangle BGE$ 是等边三角形,∴$BG=BE=GE$,∴$\angle AGE=180°-\angle BGE=120°$,$AG=EC$,则$\angle AGE=\angle ECF$.∵$\angle AEC=\angle AEF+\angle FEC=\angle B+\angle EAG$,$\angle AEF=\angle B=60°$,∴$\angle FEC=\angle EAG$,∴$\triangle AGE\cong\triangle ECF$(ASA),∴$GE=CF$,∴$BE=GE=CF$.∵$BE+DF=10$,∴$CF+DF=CD=10$,∴菱形 $ABCD$ 的边长为 10 m,即 $AB=BC=CD=DA=10$ m,过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H,则$\angle BAH=90°-\angle B=30°$,∴$BH=\frac{1}{2}AB=5$,∴$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=5\sqrt{3}$,∴$S_{菱形ABCD}=2S_{\triangle ABC}=2\times\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AH=10\times5\sqrt{3}=50\sqrt{3}$(m²);

②过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H,过点 F 作 $FM\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 M.如图3,由(2)①知 $AB=10$,$AH=5\sqrt{3}$,$S_{菱形ABCD}=50\sqrt{3}$.设 $BE=x$,则 $CE=DF=$

$10-x$，$\therefore S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}\cdot BE\cdot AH=\frac{5\sqrt{3}}{2}x$，$CF=CD-DF=10-(10-x)=x$，$\because \angle BCF=\angle BAD=120°$，$\therefore \angle DCM=180°-\angle BCF=60°$，$\therefore \angle CFM=30°$，$\therefore CM=\frac{1}{2}x$，$FM=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，$\therefore S_{\triangle CEF}=\frac{1}{2}\cdot CE\cdot FM=\frac{1}{2}\times(10-x)\times\frac{\sqrt{3}}{2}x=\frac{\sqrt{3}}{4}x(10-x)$. ∵种植韭菜区域的面积是黄瓜区域面积的 3 倍，$\therefore S_{\triangle ABE}+S_{\triangle CEF}=\frac{1}{4}S_{菱形ABCD}$，$\therefore \frac{5\sqrt{3}}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{4}x(10-x)=\frac{1}{4}\times 50\sqrt{3}$，解得 $x_1=10+5\sqrt{2}$(舍去)，$x_2=10-5\sqrt{2}$，∴BE 的长是 $(10-5\sqrt{2})$m.

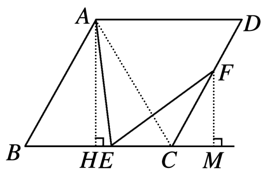


图3

专题训练二　矩形的性质与判定

基础能力巩固

1.B　2.D　3.C　4.A　5.B　6.C　7.D　8.D　9.10　10.$\frac{6}{5}$　11.18　12.4

13.**解析**：$\because AB=CD$，$AB/\!/CD$，∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore OA=\frac{1}{2}AC$，$OB=\frac{1}{2}BD$. ∵四边形 $AEBO$ 是菱形，$\therefore OA=OB$，$\therefore AC=BD$，∴平行四边形 $ABCD$ 是矩形.

14.**解析**：(1)证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore AB/\!/CD$，$AC=BD$，$\therefore BE/\!/CD$. $\because BD/\!/CE$，∴四边形 $BDCE$ 是平行四边形，$\therefore BD=CE$，$\therefore AC=CE$.

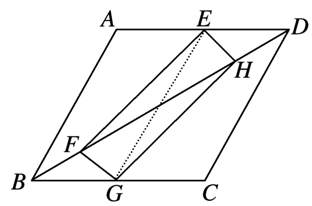
(2)∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore OA=OB$，$\angle BAD=90°$. $\because \angle BOC=120°$，$\therefore \angle AOB=60°$，$\therefore \angle OAB=\angle OBA=60°$，$\therefore \angle ADB=30°$. $\because CE=4$，$\therefore BD=CE=4$，$\therefore AB=2$.

15.**解析**：(1)证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore CB/\!/AD$，$CB=AD$. $\because BE=DF$，$\therefore CB-BE=AD-DF$，$\therefore CE=AF$. $\because CE/\!/AF$，∴四边形 $AECF$ 是平行四边形. $\because AC=EF$，∴四边形 $AECF$ 是矩形.

(2)∵四边形 $AECF$ 是矩形，$\therefore \angle AEC=90°$. $\because AC=4\sqrt{5}$，$EC=4$，$\therefore AE=\sqrt{AC^2-EC^2}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$. $\because AB=AD$，$BC=AD$，$\therefore AB=BC$. $\because \angle AEB=90°$，$\therefore AB^2=BE^2+AE^2$，$\therefore BC^2=(BC-4)^2+8^2$，解得 $BC=10$，$\therefore S_{四边形ABCD}=BC\cdot AE=10\times 8=80$，∴四边形 $ABCD$ 的面积为 80.

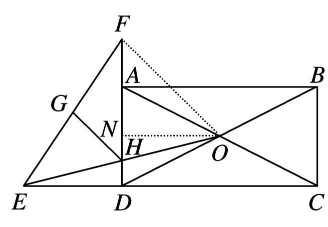
16.**解析**：(1)证明：∵四边形 $EFGH$ 是矩形，$\therefore EH=FG$，$EH/\!/FG$，$\therefore \angle GFH=\angle EHF$. $\because \angle BFG=180°-\angle GFH$，$\angle DHE=180°-\angle EHF$，$\therefore \angle BFG=\angle DHE$. ∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AD/\!/BC$，$\therefore \angle GBF=\angle EDH$. $\therefore \triangle BGF\cong\triangle DEH$(AAS)，$\therefore BG=DE$.

(2)如图，连接 EG，



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AD=BC$，$AD/\!/BC$. ∵E 为 AD 中点，$\therefore AE=ED$. $\because BG=DE$，$\therefore AE=BG$，$AE/\!/BG$，∴四边形 $ABGE$ 是平行四边形，$\therefore AB=EG$. ∵四边形 $EFGH$ 是矩形，$\therefore FH=EG=AB=2$.

17.**解析**：(1)H 是 OE 的中点. 证明如下：取 AD 中点 N，连接 ON. ∵矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，$\therefore BO=DO$，$AB/\!/CD$. ∵点 N 是 AD 中点，$\therefore AN=DN=2$，$ON/\!/AB$，$ON=\frac{1}{2}AB=4$，$\therefore ON/\!/CD$，$ON=ED=4$，$\angle ANO=\angle DAB=90°$，$\therefore \angle NOH=\angle DEH$，$\therefore \triangle NHO\cong\triangle DHE$(AAS)，$\therefore EH=HO$，∴点 H 是 OE 的中点.



(2)连接 OF. ∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore \angle ADC=90°$. $\because ON/\!/DC$，$\therefore \angle FNO=\angle ADC$，$\therefore \angle FNO=90°$. $\because AD=4$，N 是 AD 的中点，$\therefore AN=\frac{1}{2}AD=2$. $\because AF=2$，$\therefore FN=4$，∴在 $\triangle FON$ 中，$\angle FNO=90°$，$ON=4$，$FN=4$，由勾股定理 $OF^2=\sqrt{ON^2+NF^2}$，得 $OF=4\sqrt{2}$. ∵G 是 EF 的中点，H 是 OE 的中点，$\therefore GH=\frac{1}{2}OF=$

$2\sqrt{2}$.

核心素养升级

1.50

2.**解析**:(1)设$\angle 1=x$. ∵$\angle 1=\angle 2$,∴$\angle 2=x$,∴$\angle DBC=\angle 1+\angle 2=2x$. ∵$\angle D:\angle DBC=2:1$,∴$\angle D=2\times 2x=4x$. ∵$DE/\!/BC$,∴$\angle D+\angle DBC=180°$,即$2x+4x=180°$,解得$x=30°$,∴$\angle E=\angle 1=30°$.

(2)在$\triangle AGF$中,$\angle AGC=\angle F+\angle GAF=2\angle F$. ∵$AC=AG=GF$,∴$\angle ACG=\angle AGC$,$\angle GAF=\angle F$,∴$\angle ACG=2\angle F$. ∵$AD/\!/BC$,∴$\angle ECB=\angle F$,∴$\angle ACB=\angle ACG+\angle BCE=3\angle F$. ∴$\angle ECB=\frac{1}{3}\angle ACB$.

3.**解析**:(1)$\triangle MBN$能成为等腰三角形. ∵$\angle B=90°$,$\triangle MBN$是等腰三角形,∴$BM=BN$,∴$8-2t=t$,∴$t=\frac{8}{3}$.

(2)∵$\triangle MBN$恰好是以BN为底的等腰三角形,∴$MN=BM$,∴$BM^2=MN^2$,∴$(2t-8)^2=(12-2t)^2+(t-4)^2$,∴$t=12-4\sqrt{3}$或$t=12+4\sqrt{3}$(不合题意舍去),∴$t$的值为$12-4\sqrt{3}$.

专题训练三　正方形的性质与判定

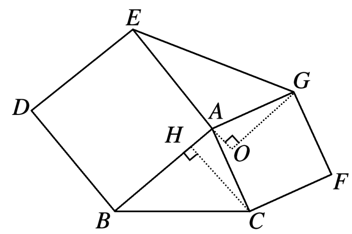
基础能力巩固

1.C　2.A　3.B　4.D　5.D　6.B　7.B　8.C

9.1　10.$(-\sqrt{3},1)$　11.5.2　12.①②③④

13.**证明**:∵四边形$ABCD$是正方形且$AE=BF=CM=DN$,∴$AN=DM=CF=BE$. ∵$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$,∴$\triangle AEN\cong\triangle DNM\cong\triangle CMF\cong\triangle BFE$,∴$EF=EN=NM=MF$,$\angle ENA=\angle DMN$. ∴四边形$EFMN$是菱形. ∵$\angle ENA=\angle DMN$,$\angle DMN+\angle DNM=90°$,∴$\angle ENA+\angle DNM=90°$,∴$\angle ENM=90°$,∴四边形$EFMN$是正方形.

14.**解析**:$\triangle ABC$和$\triangle AEG$的面积相等.理由如下:过点C作$CH\perp AB$于点H,过点G作$GO\perp EA$交EA的延长线于点O,则$\angle O=\angle CHA=90°$,∴$\angle EAG+\angle GAO=180°$. ∵四边形$ABDE$和四边形$ACFG$是正方形,∴$AE=AB$,$AC=AG$,$\angle EAB=\angle GAC=90°$,∴$\angle EAG+\angle HAC=360°-90°-90°=180°$,∴$\angle GAO=\angle CAH$,∴$\triangle AGO\cong\triangle ACH$(AAS),∴$GO=CH$. ∵$AE=AB$,$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\times CH$,$S_{\triangle AEG}=\frac{1}{2}AE\times GO$,∴$\triangle ABC$和$\triangle AEG$的面积相等.



15.**解析**:(1)证明:∵四边形$ABCD$是正方形,∴$AB=DC$,$\angle ABC=\angle DCB=90°$. ∵$\triangle BCE$是等边三角形,∴$BE=CE$,$\angle EBC=\angle ECB=60°$,∴$\angle ABC-\angle EBC=\angle DCB-\angle ECB$,∴$\angle ABE=\angle DCE$,∴$\triangle ABE\cong\triangle DCE$(SAS),∴$AE=DE$.

(2)由(1)得$\triangle ABE$,$\triangle CDE$,$\triangle ADE$是等腰三角形,设$\angle DAE=x°$,依题意得$180-2x=360-60-2(90-x)$,解得$x=15$,则$180-2\times 15=150$,∴$\angle AED$的度数为150°.

16.**解析**:(1)证明:∵$AB=AC$,$AD\perp BC$,∴$\angle BAD=\angle DAC$. ∵AN是$\triangle ABC$外角$\angle CAM$的平分线,∴$\angle MAE=\angle CAE$,∴$\angle DAC+\angle CAE=\angle BAD+\angle MAE$. ∵$\angle DAC+\angle CAE+\angle BAD+\angle MAE=180°$,∴$\angle DAE=\angle DAC+\angle CAE=90°$. ∵$AD\perp BC$,$CE\perp AN$,∴$\angle ADC=\angle CEA=90°$,∴四边形$ADCE$为矩形.

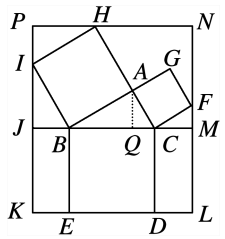
(2)答案不唯一,如:当$\angle BAC=90°$时,四边形$ADCE$是一个正方形.证明:∵$AB=AC$,∴$\angle ACB=\angle B=45°$. ∵$AD\perp BC$,∴$\angle CAD=\angle ACD=45°$,∴$DC=AD$. ∴矩形$ADCE$是正方形.故当$\angle BAC=90°$时,四边形$ADCE$是一个正方形.

核心素养升级

1.49　**解析**:∵$\angle BAC=90°$,$AC=3$,$AB=4$,∴$BC=\sqrt{AC^2+AB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.作$AQ\perp BC$于点$Q$,则$\angle AQB=90°$,$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 5AQ=\frac{1}{2}\times 3\times 4$,∴$AQ=\frac{12}{5}$. ∵四边形$KLNP$和四边形$KLMJ$都是长方形,∴$PK/\!/NL$,∴$\angle BJI=\angle CML=90°$,∴$\angle BJI=\angle AQB$. ∵四边形$ABIH$和四边形$BCDE$都是正方形,∴$BI=AB$,$BE=BC=5$,$\angle ABI=90°$,∴$\angle BIJ=$

$\angle ABQ=90^\circ-\angle IBJ$. 在 $\triangle BIJ$ 和 $\triangle ABQ$ 中,

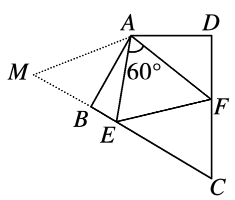
$\begin{cases}\angle BIJ=\angle ABQ,\\ \angle BJI=\angle AQB,\\ BI=AB,\end{cases}$ $\therefore\triangle BIJ\cong\triangle ABQ(\mathrm{AAS})$, $\therefore BJ=AQ=\frac{12}{5}$,同理 $\triangle CMF\cong\triangle AQC(\mathrm{AAS})$, $\therefore CM=AQ=\frac{12}{5}$, $\therefore JM=BJ+BC+CM=\frac{12}{5}+5+\frac{12}{5}=\frac{49}{5}$. $\because\angle EBJ=\angle EBC=90^\circ$, $\angle K=\angle KJB=90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $BEKJ$ 是长方形, $\therefore JK=BE=5$, $\therefore S_{\text{长方形}KLMJ}=JM\cdot JK=\frac{49}{5}\times5=49$,故答案为 49.



2. **解析**:(1)图 2 中长方形的长是 $\frac{1}{2}a\times2+b=a+b$,宽是 $a-b$,故答案为 $a+b$, $a-b$.

(2) $S_1>S_2$,理由如下:由图可知, $S_1=a^2-b^2$, $S_2=(a+b)(a-b)-b^2=a^2-2b^2$, $\therefore S_1-S_2=a^2-b^2-(a^2-2b^2)=a^2-b^2-a^2+2b^2=b^2>0$, $\therefore S_1>S_2$.

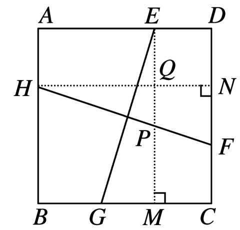
3. **解析**:成立. 证明如下:将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 120° 得到 $\triangle ABM$,



则有 $\triangle ABM\cong\triangle ADF$, $\angle ABM=\angle D=90^\circ$, $\angle MAB=\angle FAD$, $AM=AF$, $MB=DF$, $\therefore\angle MBE=\angle ABM+\angle ABE=180^\circ$, $\therefore M,B,E$ 三点共线, $\therefore\angle MAE=\angle MAB+\angle BAE=\angle FAD+\angle BAE=\angle BAD-\angle EAF=60^\circ$, $\therefore\angle MAE=\angle FAE$. $\because AE=AE$, $AM=AF$, $\therefore\triangle MAE\cong\triangle FAE(\mathrm{SAS})$, $\therefore ME=EF$, $\therefore EF=ME=MB+BE=DF+BE$.

4. **解析**:(1)这两条路等长,理由如下: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AB=AD=CD$, $\angle BAD=\angle D=90^\circ$. $\because DE=CF$, $\therefore AD-DE=CD-CF$,即 $AE=DF$, $\therefore\triangle BAE\cong\triangle ADF(\mathrm{SAS})$, $\therefore AF=BE$,故这两条路等长.

(2)这两条路等长,理由如下:如图,作 $EM\perp BC$ 于点 M,交 HF 于点 P,作 $HN\perp CD$ 于点 N,交 EM 于点 Q,



则 $\angle EMG=\angle EMC=90^\circ$, $\angle HNF=\angle HND=90^\circ$. $\therefore\angle EMG=\angle HNF$. $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore\angle A=\angle C=\angle D=90^\circ$, $AD=CD$, $\therefore\angle A=\angle HND=\angle D=90^\circ$, $\angle EMC=\angle C=\angle D=90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $AHND$ 和四边形 $EMCD$ 都是矩形, $\therefore EM\parallel CD$, $HN=AD$, $EM=CD$, $\therefore\angle HQP=\angle HNF=90^\circ$, $HN=EM$, $\therefore\angle NHF+\angle HPQ=90^\circ$. $\because EG\perp FH$, $\therefore\angle MEG+\angle HPQ=90^\circ$, $\therefore\angle MEG=\angle NHF$. $\because HN=EM$, $\angle EMG=\angle HNF$, $\therefore\triangle EMG\cong\triangle HNF(\mathrm{ASA})$, $\therefore EG=FH$,故这两条路等长.

第七章 二次根式

专题训练四 二次根式的概念及其性质

基础能力巩固

1. B 2. D 3. D 4. B 5. C 6. A 7. B 8. D 9. 5 $7-x$ 10. 3 11. 25 12. $2c$

13. **解析**:(1)原式 $=\frac{4a^2}{3a}=\frac{4}{3}a$.

(2)原式 $=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(3)原式 $=\frac{2}{5}-|-0.3|+\frac{1}{5}=\frac{2}{5}-\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{3}{10}$.

(4)原式 $=4-3+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$.

14. **解析**:根据题意可知 $\begin{cases}3a+b=10,\\a-b=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=3,\\b=1,\end{cases}$ $\therefore a+b=3+1=4$.

15. **解析**:(1)由数轴得 $-1<a<0$, $0<b<1$, $|b|>|a|$, $\therefore b+a>0$, $-a+b>0$.

(2)由数轴得 $-1<a<0$, $0<b<1$, $|b|>|a|$,

$\therefore a+1>0, b-1<0, a-b<0$,

$\therefore \sqrt{(a+1)^2}+2\sqrt{(b-1)^2}+|a-b|$

$=a+1+2(1-b)+(b-a)$

$=3-b$.

16. **解析**：由题意得 $a^2-4\geqslant0, 4-a^2\geqslant0, a-2\neq0$，$\therefore a^2-4=0, a\neq2, \therefore a=-2, \therefore b=\frac{0+0+4}{-2-2}=-1$，$\therefore \sqrt{a-6b}=\sqrt{-2+6}=\sqrt{4}=2$. $\because 2$ 的平方根为 $\pm\sqrt{2}$，$\therefore \sqrt{a-6b}$ 的平方根为 $\pm\sqrt{2}$.

17. **解析**：(1) 根据各式 $\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$，$\sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$，$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$……由变化规律，可知第 n 个式子为 $\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$.

(2) 当 $\sqrt{a+\frac{1}{b}}=8\sqrt{\frac{1}{b}}$ (a, b 为正整数) 符合规律时，$a+1=8, b=a+2$，解得 $a=7, b=9$，$\therefore \sqrt{a+b}=\sqrt{16}=4$.

核心素养升级

1. C

2. **解析**：将 $h=78.4, g=9.8$ 代入公式 $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 中，得 $t=\sqrt{\frac{2\times78.4}{9.8}}=4$，$\therefore$ 落到地面所用时间为 4 s.

3. **解析**：$\because AB=4, BC=9, AC=11$，

$\therefore p=\frac{4+9+11}{2}=12$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\sqrt{12\times(12-4)\times(12-9)\times(12-11)}=12\sqrt{2}$.

4. **解析**：(1) $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3-2\sqrt{6}+2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$

$=\left|\sqrt{3}-\sqrt{2}\right|=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，故填 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

(2) $\sqrt{11+2\sqrt{28}}=\sqrt{(\sqrt{4})^2+(\sqrt{7})^2+2\times\sqrt{4}\times\sqrt{7}}$

$=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{7})^2}=\sqrt{4}+\sqrt{7}=2+\sqrt{7}$.

(3) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{3+2\sqrt{3}+1}=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}=\sqrt{3}+1$，

则原式 $=\sqrt{3+4(\sqrt{3}+1)}=\sqrt{4\sqrt{3}+7}=\sqrt{2\sqrt{12}+7}=\sqrt{3+2\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}+4}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}+(\sqrt{4})^2}=\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2}=\sqrt{3}+2$.

5. **解析**：(1) 由 $R=6\ 400$ km, $h=0.02$ km，得 $d\approx\sqrt{2\times0.02\times6\ 400}=\sqrt{256}=16$(km)，此时 d 的值为 16 km.

(2) 说法不正确，理由如下：站在泰山之巅，人的身高忽略不计，此时，$h=1.5$ km，则 $d^2\approx2\times1.5\times6\ 400=19\ 200, 230^2=52\ 900$.

$\because 19\ 200<52\ 900, \therefore d<230$，

$\therefore$ 天气晴朗时站在泰山之巅看不到大海.

专题训练五　二次根式的运算

基础能力巩固

1. C　2. A　3. C　4. D　5. C　6. A　7. B　8. C

9. $\frac{1}{3}$　10. $\frac{1}{1\ 012}$　11. $-3\sqrt{6}|a|$

12. $13-2\sqrt{42}=(\sqrt{7}-\sqrt{6})^2$

13. **解析**：(1) $2\sqrt{18}-6\times\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt[3]{-27}=6\sqrt{2}-6\times\frac{\sqrt{2}}{2}-3=6\sqrt{2}-3\sqrt{2}-3=3\sqrt{2}-3$.

(2) $(\sqrt{5}-2)^2-(\sqrt{13}-2)(\sqrt{13}+2)=5+4-4\sqrt{5}-(13-4)=5+4-4\sqrt{5}-9=-4\sqrt{5}$.

(3) $(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3=-1+\sqrt{3}$.

(4) $\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}-1-(\sqrt{2}-1)=\sqrt{3}-1-\sqrt{2}+1=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

14. **解析**：(1) 由题意得，$m=xy=\frac{\sqrt{3}+1}{2}\times\frac{\sqrt{3}-1}{2}=\frac{1}{2}$，$n=x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(\frac{\sqrt{3}+1}{2}+\frac{\sqrt{3}-1}{2})\cdot(\frac{\sqrt{3}+1}{2}-\frac{\sqrt{3}-1}{2})=\sqrt{3}$.

(2) 由(1)得，$\sqrt{a}-\sqrt{b}=\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=4$，$\sqrt{ab}=(\sqrt{3})^2=3$，$\therefore (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2+4\sqrt{ab}=4^2+4\times3=28$. $\because \sqrt{a}+\sqrt{b}>0, \therefore \sqrt{a}+\sqrt{b}=2\sqrt{7}$.

15. **解析**：原式 $=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\cdot\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}}=(\sqrt{x}-\sqrt{y})\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})=x-y$. $\because x=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=$

$\sqrt{2}-1$，$y=\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，∴原式$=\sqrt{2}-1-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}-1$.

16.**解析**：$a=\frac{\sqrt{48}}{2}=2\sqrt{3}$，$b=\frac{\sqrt{27}}{3}=\sqrt{3}$，(1)长方形的周长$=2\times(a+b)=2\times(2\sqrt{3}+\sqrt{3})=6\sqrt{3}$.
(2)长方形的面积$=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=6$，根据面积相等，则正方形的边长$=\sqrt{6}$，周长$=4\sqrt{6}$，所以正方形与长方形周长的比为$4\sqrt{6}:6\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

核心素养升级

1.$6\sqrt{2}-8$

2.**解析**：∵面积为 72 cm^2 的大正方形的四个角是面积为 2 cm^2 的小正方形，现将四个角剪掉，∴大正方形的边长为 $6\sqrt{2}$ cm，小正方形的边长为$\sqrt{2}$ cm，∴这个长方体的底面的边长为$6\sqrt{2}-2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$(cm)，∴这个长方体的体积为$(4\sqrt{2})^2\times\sqrt{2}=32\sqrt{2}(cm^3)$.

3.**解析**：(1) ①$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$. ②$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{5-3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$.

(2)原式$=\frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}+\cdots+\frac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1}}{2}=\frac{\sqrt{2n+1}-1}{2}$.

4.**解析**：第 1 个数：当 $n=1$ 时，$\frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n-(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n]=\frac{1}{\sqrt{5}}(\frac{1+\sqrt{5}}{2}-\frac{1-\sqrt{5}}{2})=\frac{1}{\sqrt{5}}\times\sqrt{5}=1$.

第 2 个数：当 $n=2$ 时，$\frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n-(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n]=\frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^2-(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^2]=\frac{1}{\sqrt{5}}\times(\frac{1+\sqrt{5}}{2}+\frac{1-\sqrt{5}}{2})\times(\frac{1+\sqrt{5}}{2}-\frac{1-\sqrt{5}}{2})=\frac{1}{\sqrt{5}}\times1\times\sqrt{5}=1$.

5.**解析**：(1)$(\sqrt{5}+1)(6-\sqrt{5})=5\sqrt{5}+1$.
(2)$(\sqrt{n}+1)(n+1-\sqrt{n})=n\sqrt{n}+1$.
证明：∵$(\sqrt{n}+1)(n+1-\sqrt{n})=n\sqrt{n}+n+\sqrt{n}+1-n-\sqrt{n}=n\sqrt{n}+1$，∴$(\sqrt{n}+1)(n+1-\sqrt{n})=n\sqrt{n}+1$.

第八章　一元二次方程

专题训练六　一元二次方程及其解法

基础能力巩固

1.D　2.C　3.B　4.C　5.C　6.B　7.B　8.D
9.$x_1=0,x_2=4$　10.$x_1=1,x_2=-3$
11.$-4\leqslant a\leqslant5$　12.-4 或 2

13.**解析**：(1)移项并系数化为 1，得 $x^2-2x=\frac{1}{2}$；配方，得$(x-1)^2=\frac{3}{2}$，开方，得 $x-1=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$，所以 $x_1=1+\frac{\sqrt{6}}{2}$，$x_2=1-\frac{\sqrt{6}}{2}$.

(2)$3x^2-6x-8=0$，移项，得 $3x^2-6x=8$，方程两边同时除以 3，得 $x^2-2x=\frac{8}{3}$，配方，得 $x^2-2x+1=\frac{8}{3}+1$，则$(x-1)^2=\frac{11}{3}$，所以 $x-1=\pm\frac{\sqrt{33}}{3}$，所以 $x_1=1+\frac{\sqrt{33}}{3}$，$x_2=1-\frac{\sqrt{33}}{3}$.

14.**解析**：(1)$3x^2-4x-1=0$，∵$a=3,b=-4,c=-1$，$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times3\times(-1)=28>0$，∴$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{28}}{2\times3}$ ∴$x_1=\frac{2+\sqrt{7}}{3}$，$x_2=\frac{2-\sqrt{7}}{3}$.

(2)$3t^2-\sqrt{2}t-3=0$，∵$a=3,b=-\sqrt{2},c=-3$，$\Delta=(-\sqrt{2})^2-4\times3\times(-3)=2+36=38>0$，∴$t=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{38}}{6}$，∴$t_1=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{38}}{6}$，$t_2=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{38}}{6}$.

15.**解析**：(1)$x^2-2x-99=0$，$(x-11)(x+9)=0$，解得 $x_1=11,x_2=-9$.

(2)$(2x+3)^2=4(2x+3)$，$(2x+3)^2-4(2x+3)=0$，$(2x+3)(2x-1)=0$，解得 $x_1=-\frac{3}{2}$，$x_2=\frac{1}{2}$.

16.**解析**：(1)第二步配方时应方程两边同时加上一次项系数一半的平方，即$(2\sqrt{2})^2$，∴这位同学的解题过程从第二步开始出现错误.

(2)配方法：$x^2-4\sqrt{2}x-4=0$，$x^2-4\sqrt{2}x=4$，$x^2-4\sqrt{2}x+(2\sqrt{2})^2=4+(2\sqrt{2})^2$，$(x-2\sqrt{2})^2=12$，∴$x-2\sqrt{2}=\pm2\sqrt{3}$，解得 $x_1=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$，$x_2=2\sqrt{2}-$

$2\sqrt{3}$.

公式法：$x^2-4\sqrt{2}x-4=0$，$a=1$，$b=-4\sqrt{2}$，$c=-4$，$\therefore\Delta=b^2-4ac=(-4\sqrt{2})^2-4\times1\times(-4)=48>0$，$\therefore x=\frac{4\sqrt{2}\pm\sqrt{48}}{2\times1}=2\sqrt{2}\pm2\sqrt{3}$，$\therefore x_1=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$，$x_2=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$.

核心素养升级

1. B　**解析**：设正方形的边长为1，$AF=AM=x$，则$BE=EF=\frac{1}{2}$，$AE=x+\frac{1}{2}$，在Rt$\triangle ABE$中，$\therefore AE^2=AB^2+BE^2$，$\therefore(x+\frac{1}{2})^2=1+(\frac{1}{2})^2$，$\therefore x^2+x-1=0$，$\therefore AM$的长为$x^2+x-1=0$的一个正根，故选B.

2. **解析**：$x^2-2|x-2|-4=0$，①当$x-2\geqslant0$时，即$x\geqslant2$时，原方程可变为$x^2-2(x-2)-4=0$，解得$x_1=0$，$x_2=2$. $\because x\geqslant2$，$\therefore x=0$舍去；②当$x-2<0$时，即$x<2$时，原方程可变为$x^2-2(2-x)-4=0$，解得$x_1=2$，$x_2=-4$. $\because x<2$，$\therefore x=2$舍去，$\therefore$原方程的解为$x_1=2$，$x_2=-4$.

3. **解析**：(1)设所求方程的根为y，则$y=-x$，所以$x=-y$，把$x=-y$代入方程$x^2+x-2=0$，得$y^2-y-2=0$.

(2)设所求方程的根为y，则$y=\frac{1}{x}(x\neq0)$，于是$x=\frac{1}{y}(y\neq0)$，把$x=\frac{1}{y}$代入方程$ax^2+bx+c=0$，得$a(\frac{1}{y})^2+b(\frac{1}{y})+c=0$，去分母，得$a+by+cy^2=0$，若$c=0$，有$ax^2+bx=0$，于是，方程$ax^2+bx+c=0$有一个根为0，不合题意，$\therefore c\neq0$，故所求方程为$cy^2+by+a=0(c\neq0)$.

专题训练七　一元二次方程根的判别式及根与系数的关系

基础能力巩固

1. D　2. C　3. A　4. D　5. B　6. D　7. C　8. C　9. 11　10. $m>2$　11. 1　12. 5

13. **解析**：设方程的另一个根为t，根据根与系数的关系得$2+t=-b$，$2t=-6$，解得$t=-3$，$b=1$，即b的值为1，方程的另一个根为-3.

14. **解析**：$\because$关于x的一元二次方程$2x^2+4x+m=0$，x_1，x_2是方程的两个实数根，$\therefore\Delta=4^2-4\times2m\geqslant0$，且$x_1+x_2=-2$，$x_1x_2=\frac{1}{2}m$，$\therefore m\leqslant2$. $\because x_2^2+x_1^2+2x_1x_2-x_1^2x_2^2=0$，$\therefore(x_1+x_2)^2-(x_1x_2)^2=0$，$\therefore(-2)^2-(\frac{1}{2}m)^2=0$，$\therefore m_1=4$，$m_2=-4$. $\because m\leqslant2$，$\therefore m=-4$.

15. **解析**：(1)证明：$\Delta=(2k+1)^2-4(4k-3)=4k^2+4k+1-16k+12=4k^2-12k+13=(2k-3)^2+4$，$\because(2k-3)^2\geqslant0$，$\therefore\Delta>0$，$\therefore$无论$k$取什么实数值，该方程总有两个不相等的实数根.

(2)根据题意得$AB+BC=2k+1$，$AB\cdot BC=4k-3$，而$AB^2+BC^2=AC^2=(\sqrt{31})^2$，$\therefore(2k+1)^2-2(4k-3)=31$，整理得$k^2-k-6=0$，解得$k_1=3$，$k_2=-2$，而$AB+BC=2k+1>0$，$AB\cdot BC=4k-3>0$，$\therefore k$的值为3，$\therefore AB+BC=7$，$\therefore$矩形$ABCD$的周长为14.

16. **解析**：(1)$\because$原方程有两个不相等的实数根，$\therefore\Delta=(2k+1)^2-4(k^2+1)=4k^2+4k+1-4k^2-4=4k-3>0$，解得$k>\frac{3}{4}$.

(2)$\because k>\frac{3}{4}$，$\therefore x_1+x_2=-(2k+1)<0$. 又$\because x_1\cdot x_2=k^2+1>0$，$\therefore x_1<0$，$x_2<0$，$\therefore|x_1|+|x_2|=-x_1-x_2=-(x_1+x_2)=2k+1$. $\because|x_1|+|x_2|=x_1\cdot x_2$，$\therefore 2k+1=k^2+1$，$\therefore k_1=0$，$k_2=2$. 又$\because k>\frac{3}{4}$，$\therefore k=2$.

核心素养升级

1. **解析**：(1)证明：$\Delta=[-(k-3)]^2-4\times1\times(k-5)=k^2-10k+29=(k-5)^2+4$. $\because(k-5)^2\geqslant0$，$\therefore(k-5)^2+4>0$，即$\Delta>0$，$\therefore$无论$k$取什么实数值，该方程总有两个不相等的实数根.

(2)当$k=11$时，原方程为$x^2-8x+6=0$，$\therefore x_1\cdot x_2=6$，$\therefore$菱形$ABCD$的面积$=\frac{1}{2}x_1\cdot x_2=\frac{1}{2}\times6=3$.

2. **解析**：(1)$\because[x^2,x-1]\oplus[3,2]=0$，$\therefore 2x^2+3(x-1)=0$，$\therefore 2x^2+3x-3=0$，$\therefore\Delta=3^2-4\times2\times(-3)=33>0$，$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{4}$，$\therefore x_1=\frac{-3+\sqrt{33}}{4}$，$x_2=\frac{-3-\sqrt{33}}{4}$.

(2)∵$[x^2+1,x]\oplus[1-2k,k]=0$,∴$(x^2+1)k+x(1-2k)=0$,整理得 $kx^2+(1-2k)x+k=0$.∵方程有两个实数根,∴$\Delta=(1-2k)^2-4k\cdot k\geqslant 0$,$k\neq 0$,解得 $k\leqslant\frac{1}{4}$ 且 $k\neq 0$.

3.**解析**:(1)设一元二次方程 $x^2-3x+c=0$ 的一个根为 a,则另一个根为 $2a$,由根与系数的关系得,$a+2a=3$,∴$a=1$,即一个根为 1,另一个根为 2,∴$c=1\times 2=2$.

(2)∵$(x-2)(mx-n)=0$,∴$x_1=2$,$x_2=\frac{n}{m}$.当 $\frac{n}{m}=1$ 时,$n=m$,原式$=4m^2-5m^2+m^2=0$,当 $\frac{n}{m}=4$ 时,$n=4m$,原式$=4m^2-5m\cdot 4m+(4m)^2=4m^2-20m^2+16m^2=0$.

4.**解析**:(1)△ABC 是等腰三角形,理由如下:当 $x=-1$ 时,$(a+b)-2c+(b-a)=0$,∴$b=c$,∴△ABC 是等腰三角形.

(2)△ABC 是直角三角形,理由如下:∵方程有两个相等的实数根,∴$\Delta=(2c)^2-4(a+b)(b-a)=0$,∴$a^2+c^2=b^2$,∴△$ABC$ 是直角三角形.

(3)∵△ABC 是等边三角形,∴$a=b=c$,∴原方程可化为 $2ax^2+2ax=0$,即 $x^2+x=0$,∴$x(x+1)=0$,∴$x_1=0$,$x_2=-1$,即这个一元二次方程的根为 $x_1=0$,$x_2=-1$.

5.**解析**:(1)∵原一元二次方程有两个不相等的实数根,∴$\Delta=[-(2k-1)]^2-4(k^2-2k+3)>0$,得 $4k-11>0$,∴$k>\frac{11}{4}$.

(2)由一元二次方程的求根公式得,$x_1=\frac{2k-1+\sqrt{4k-11}}{2}$,$x_2=\frac{2k-1-\sqrt{4k-11}}{2}$.∵$k>\frac{11}{4}$,∴$2k-1>0$,$\sqrt{4k-11}>0$,∴$x_1>0$.又∵$x_1\cdot x_2=k^2-2k+3=(k-1)^2+2>0$,∴$x_2>0$,$x_1-x_2=\frac{2k-1+\sqrt{4k-11}}{2}-\frac{2k-1-\sqrt{4k-11}}{2}=\sqrt{4k-11}$.

∵$k>\frac{11}{4}$,∴$4k-11>0$,∴$|x_1-x_2|=\sqrt{4k-11}$.

(3)当 $|x_1|-|x_2|=\sqrt{3}$ 时,有 $x_1-x_2=\sqrt{3}$,即 $\frac{2k-1+\sqrt{4k-11}}{2}-\frac{2k-1-\sqrt{4k-11}}{2}=\sqrt{4k-11}=\sqrt{3}$,∴$4k-11=3$,∴$k=\frac{7}{2}$,∴存在实数 $k=\frac{7}{2}$,使得 $|x_1|-|x_2|=\sqrt{3}$.

专题训练八　一元二次方程的应用

基础能力巩固

1.A　2.B　3.D　4.C　5.B　6.C　7.C　8.C

9.$x(49+1-2x)=200$

10.$24\ 000(1+x)^2=34\ 560$

11.$(18-x)(24-x)=\frac{3}{4}\times 18\times 24$　12.8

13.**解析**:设销售单价应定为 x 元,则每件的销售利润为$(x-200)$元,月销售量为 $250+25\times\frac{300-x}{5}=(1\ 750-5x)$件,根据题意,得$(x-200)(1\ 750-5x)=28\ 000$,整理得 $x^2-550x+75\ 600=0$,解得 $x_1=270$,$x_2=280$.销售单价应定为 270 或 280 元.

14.**解析**:(1)设该款吉祥物 4 月份到 6 月份销售量的月平均增长率为 x,根据题意得 $256(1+x)^2=400$,解得 $x_1=0.25=25\%$,$x_2=-2.25$(不符合题意,舍去).所以该款吉祥物 4 月份到 6 月份销售量的月平均增长率为 25%.

(2)设该吉祥物售价为 y 元,则每件的销售利润为$(y-35)$元,月销售量为 $400+20(58-y)=(1\ 560-20y)$件,根据题意得$(y-35)(1\ 560-20y)=8\ 400$,整理得 $y^2-113y+3\ 150=0$,解得 $y_1=50$,$y_2=63$(不符合题意,舍去).该款吉祥物售价为 50 元时,月销售利润达 8 400 元.

15.**解析**:(1)设该村民这两年种植橙子亩数的平均增长率为 x,根据题意得 $200(1+x)^2=288$,解得 $x_1=0.2=20\%$,$x_2=-2.2$(不符合题意,舍去).所以该村民这两年种植橙子亩数的平均增长率为 20%.

(2)设售价应降价 y 元,则每千克的销售利润为$(18-y-8)$元,每天能售出$(120+30\times\frac{y}{2})$千克,根据题意得$(18-y-8)(120+30\times\frac{y}{2})=840$,整理得 $y^2-2y-24=0$,解得 $y_1=6$,$y_2=-4$(不符合题意,舍去).售价应降低 6 元.

16.**解析**:(1)∵A 喷雾剂每降低 2 元就可多卖 1 个,B 喷雾剂每提高 2 元就少卖 1 个,∴降价后 A 喷雾剂单个利润为 $50-30-2x=(20-2x)$元,提价后

B 喷雾剂单个利润为 $30-20+2x=(10+2x)$ 元.故答案为 $(20-2x)$，$(10+2x)$.

(2)由题意得，$(20-2x)(30+x)+(10+2x)\times(40-x)=1\ 036$，解得 $x_1=6$，$x_2=1.5$（舍去），

$\therefore x$ 的值为 6.

核心素养升级

1.C

2.2

3.**解析**：(1)设原价为 x 元/千克，则实际购买时，车厘子每千克 $0.8x$ 元.

根据题意得 $400x+4\ 000=600\times0.8x$，解得 $x=50$，

$\therefore 0.8x=0.8\times50=40$，

∴实际购买时，车厘子每千克 40 元.

(2)设第二周李老板将售价定为 x 元时，才能使两周一共获利 6 800 元.

根据题意得 $(68-40)\times140+(x-40)\cdot(140+\frac{68-x}{2}\times4)=6\ 800$，

化简整理得 $x^2-178x+6\ 960=0$，

解得 $x_1=120$（不符合题意，舍去），$x_2=58$.

∴第二周李老板将售价定为 58 元时，才能使两周一共获利 6 800 元.

4.**解析**：(1)设漫灌方式每亩用水 x 吨，则 $100x+100\times30\%x+100\times20\%x=15\ 000$，解得 $x=100$，∴漫灌用水：$100\times100=10\ 000$ 吨，喷灌用水：$30\%\times10\ 000=3\ 000$ 吨，滴灌用水：$20\%\times10\ 000=2\ 000$ 吨，∴漫灌方式每亩用水 100 吨，漫灌试验田用水 10 000 吨，喷灌试验田用水 3 000 吨，滴灌试验田用水 2 000 吨.

(2)由题意可得，$100\times(1-2m\%)\times100\times(1-m\%)+100\times(1+m\%)\times30\times(1-m\%)+100\times(1+m\%)\times20\times(1-m\%)=15\ 000\times(1-\frac{9}{5}m\%)$，解得 $m=0$（舍），或 $m=20$，$\therefore m=20$.

(3)节省水费：$15\ 000\times\frac{9}{5}m\%\times2.5=13\ 500$ 元，维修投入：$300\times30=9\ 000$ 元，新增设备：$2\times100\times m\%\times100=4\ 000$ 元，$13\ 500>9\ 000+4\ 000$，∴节省水费大于两项投入之和.

第九章　图形的相似

专题训练九　成比例线段与黄金分割

基础能力巩固

1.C　2.A　3.C　4.B　5.C　6.A　7.B

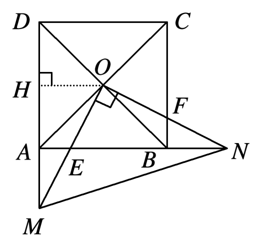
8.2　9.8　10.1.8　11.$(35\sqrt{5}-35)$

12.**解析**：∵四边形 $ABCD$ 为正方形，$\therefore BF\parallel CD$，$\therefore \frac{BF}{CD}=\frac{EF}{ED}$.$\because FG\parallel BE$，$\therefore GF\parallel AD$，$\therefore \frac{GF}{AD}=\frac{EF}{ED}$，$\therefore \frac{GF}{AD}=\frac{BF}{CD}$，且 $AD=CD$，$\therefore GF=FB$.

13.**解析**：$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$\therefore \angle EAD=\angle CAD$.$\because DE\parallel AC$，$\therefore \angle EDA=\angle CAD$，$\therefore \angle EAD=\angle EDA$，$\therefore EA=ED=3$.$\because DE\parallel AC$，$DC=\frac{1}{3}BC$，$\therefore \frac{BE}{EA}=\frac{BD}{DC}=\frac{BC-DC}{DC}=\frac{BC-\frac{1}{3}BC}{\frac{1}{3}BC}=\frac{2}{1}$，$\therefore BE=2EA=2\times3=6$.

14.**解析**：(1)证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore OA=OB$，$\angle DAO=45°$，$\angle OBA=45°$，$\therefore \angle OAM=\angle OBN=135°$.$\because \angle EOF=90°$，$\angle AOB=90°$，$\therefore \angle AOM=\angle BON$，$\therefore \triangle OAM\cong\triangle OBN$（ASA），$\therefore OM=ON$.

(2)如图，过点 O 作 $OH\perp AD$ 于点 H.



∵正方形的边长为 6，$\therefore OH=HA=3$.$\because E$ 为 OM 的中点，$OH\parallel AE$，$\therefore \frac{OE}{OM}=\frac{HA}{HM}=\frac{1}{2}$.$\because HA=3$，$\therefore HM=6$，则 $OM=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$，$\therefore MN=\sqrt{2}OM=3\sqrt{10}$.

15.**解析**：(1)$\because \frac{BD}{AD}=\frac{3}{2}$，$\therefore \frac{BD}{BA}=\frac{3}{5}$.$\because AE\parallel DF$，$\therefore \frac{BF}{BE}=\frac{BD}{BA}=\frac{3}{5}$，$\therefore BE=\frac{5}{3}BF=\frac{5}{3}\times6=10$(cm).

(2)证明：$\because DE\parallel AC$，$\therefore \frac{BE}{BC}=\frac{BD}{BA}$.$\because AE\parallel DF$，$\therefore \frac{BF}{BE}=\frac{BD}{BA}$，$\therefore \frac{BE}{BC}=\frac{BF}{BE}$，$\therefore BE^2=BF\cdot BC$.

核心素养升级

1. $\frac{3}{4}$

2. **解析:** 由题意知 $AB=20$ 米，$\frac{BP}{AP}=\frac{AP}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$\therefore AP=20\times\frac{\sqrt{5}-1}{2}=(10\sqrt{5}-10)$ 米，$\therefore BP=20-(10\sqrt{5}-10)=(30-10\sqrt{5})$ 米，主持人从舞台一侧点 B 进入，则她至少走 $(30-10\sqrt{5})$ 米时恰好站在舞台的黄金分割点上.

3. **解析:** (1)线段 EF 即为所求作的线段，如图 1 所示.

$\because F$ 为 AB 的中点，E 为 AC 的中点，$\therefore EF=\frac{1}{2}BC$.

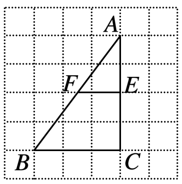


图1

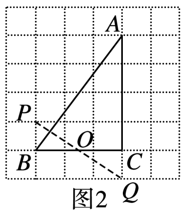


图2

(2)点 O 即为所作，如图 2 所示.

$\because$ 在 $\triangle OBP$ 和 $\triangle OCQ$ 中，$\begin{cases}\angle PBO=\angle QCO=90^\circ,\\ \angle POB=\angle COQ,\\ PB=CQ,\end{cases}$

$\therefore \triangle OBP\cong\triangle OCQ(\text{AAS})$，$\therefore BO=CO$.

(3)线段 MN 即为所求.

方法一：如图 3，$\because AM/\!/BN$，$AM=2$，$BN=5$，$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{AM}{BN}=\frac{2}{5}$.

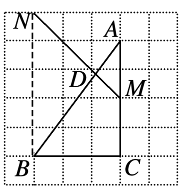


图3

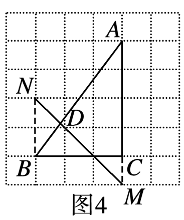


图4

方法二：如图 4，$\because AM/\!/BN$，$AM=5$，$BN=2$，$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{AM}{BN}=\frac{5}{2}$.

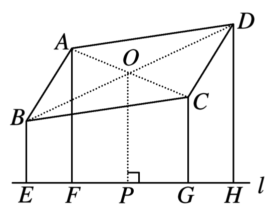
4. **解析:** (1)三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半.

(2)如题图 2，连接 AF 并延长交 BC 的延长线于点 G. $\because AD/\!/BC$，$\therefore \angle DAF=\angle G$，$\angle D=\angle GCF$. $\because$ 点 F 是 CD 的中点，$\therefore DF=CF$，$\therefore$ 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle GCF$ 中，$\triangle ADF\cong\triangle GCF(\text{AAS})$，$\therefore AD=CG$，$AF=GF$，$\therefore$ 点 F 是 AG 的中点. $\because$ 点 E 是 AB 的中点，$\therefore EF$ 是 $\triangle ABG$ 的中位线，$\therefore EF/\!/BC$，$EF=\frac{1}{2}BG$. $\because BG=BC+CG=BC+AD$，$\therefore EF=\frac{1}{2}(AD+BC)$，$EF/\!/AD/\!/BC$. 故答案为 $EF=\frac{1}{2}(AD+BC)$，$EF/\!/AD/\!/BC$.

(3) $\because$ 梯形的中位线长为 7 cm，$\therefore$ 梯形两底和的一半等于于 7 cm，$\therefore S_{梯形}=\frac{1}{2}(上底+下底)\times高=7\times6=42(\text{cm}^2)$.

(4) $BE+HD=AF+CG$，证明如下：

如图，连接 AC，BD 相交于点 O，过点 O 作 $OP\perp l$ 于 P，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore OA=OC$，$OB=OD$. $\because OP\perp l$，$BE\perp l$，$DH\perp l$，$AF\perp l$，$CG\perp l$，$\therefore BE/\!/AF/\!/OP/\!/CG/\!/DH$，$\therefore PE=PH$，$PF=PG$，$\therefore OP$ 是梯形 $BEHD$ 的中位线，OP 是梯形 $AFGC$ 的中位线，$\therefore OP=\frac{1}{2}(BE+DH)$，$OP=\frac{1}{2}(AF+CG)$，$\therefore BE+DH=AF+CG$.

5. **解析:** (1)由操作一可知 $AB=AE$，由操作二可知 $AG=GE$，$\therefore AB=2AG$. $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=90^\circ$，$\therefore GB=\sqrt{AB^2+AG^2}=\sqrt{(2AG)^2+AG^2}=\sqrt{5}AG$，$\therefore \frac{AG}{GB}=\frac{AG}{\sqrt{5}AG}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，故答案为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(2)四边形 $BG'MG$ 是菱形，理由如下：如题图 3，由折叠可知：$\angle GBM=\angle G'BM$，$BG=BG'$. $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$\therefore \angle GMB=\angle G'BM$，$\therefore \angle GBM=GMB$，$\therefore BG=GM$，$\therefore BG'=GM$. $\because BG'/\!/GM$，$\therefore$ 四边形 $BG'MG$ 是平行四边形. $\because BG=BG'$，$\therefore$ 平行四边形 $BG'MG$ 是菱形.

(3) $\because AB=2$ cm，$\therefore$ 由(1)可知 $AE=2$ cm，$AG=$

$\frac{1}{2}AB=1$ cm，$BG=\sqrt{5}AG=\sqrt{5}$ cm. ∵四边形 $BG'MG$ 是菱形，∴$BG=GM=\sqrt{5}$ cm，∴$AM=AG+GM=(\sqrt{5}+1)$ cm，∴$EM=AM-AE=(\sqrt{5}-1)$ cm. ∵点 M 是线段 ED 的黄金分割点，∴$\frac{EM}{MD}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 或 $\frac{MD}{EM}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，即 $\frac{\sqrt{5}-1}{MD}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 或 $\frac{MD}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，∴$MD=2$ cm 或 $MD=(3-\sqrt{5})$ cm，∴$AD=AM+MD=\sqrt{5}+1+2=(\sqrt{5}+3)$ cm 或 $AD=AM+MD=\sqrt{5}+1+3-\sqrt{5}=4$ cm，即 AD 的长为 $(\sqrt{5}+3)$ cm 或 4 cm.

专题训练十　相似三角形的判定与性质

基础能力巩固

1. D　2. D　3. B　4. B　5. D　6. C　7. B

8. B　**解析**：∵矩形是特殊的平行四边形，∴矩形 $ABCD$ 是平行四边形. ∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$AD=BC$，$AD∥BC$，∴$\angle DAC=\angle BCA$. ∵$BF\perp AC$，$DE∥BF$，∴$DE\perp AC$，∴$\angle AND=\angle BMC=90°$. ∴$\triangle AND\cong\triangle BMC$(AAS)，∴$DN=BM$. ∵$AB∥CD$，$DE∥BF$，∴四边形 $BEDF$ 为平行四边形，∴$DE=BF$，∴$NE=MF$，∴四边形 $BNFM$ 为平行四边形. ∴图中有 3 个平行四边形：四边形 $ABCD$，四边形 $DEBF$，四边形 $NEMF$，∴①的结论正确；当 $BD=2BC$ 时，∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$BD=AC$，∴$AC=2BC$. ∵$\angle ABC=90°$，∴$\angle BAC=30°$. 同理，$\angle CDB=30°$. ∵$OA=OB=OC=OD$，∴$\angle OBA=\angle OAB=30°$，∴$\angle DOA=\angle OAB+\angle OBA=60°$. ∵$DN\perp AC$，∴$\angle ODN=30°$，∴$\angle ODN=\angle OBA$，∴$ED=EB$，∴平行四边形 $DEBF$ 为菱形. ∴②的结论正确；BD 与 ME 不垂直，∴③的结论不正确；∵$\angle ABC=90°$，$BM\perp AC$，∴$\triangle BCM\backsim\triangle ACB$，∴$\frac{BC}{CM}=\frac{AC}{BC}$，∴$BC^2=CM\cdot AC$. ∵$BC=AD$，$BD=AC$，∴$AD^2=BD\cdot CM$. ∴④的结论正确. 综上，结论正确的有①②④，故选 B.

9. $\angle B=\angle D$(答案不唯一)　10. $\frac{2}{9}$　11. $\triangle DEB$

12. 12 或 16 或 21

13. **解析**：$\angle ABD=\angle ACB$ 或 $\angle ADB=\angle ABC$ 或 $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AB}$. 分别证明如下：

若 $\angle ABD=\angle ACB$，∵$\angle ABD=\angle ACB$，$\angle BAD=\angle CAB$，∴$\triangle ABD\backsim\triangle ACB$.

若 $\angle ADB=\angle ABC$，∵$\angle ADB=\angle ABC$，$\angle BAD=\angle CAB$，∴$\triangle ABD\backsim\triangle ACB$.

若 $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AB}$，∵$\angle BAD=\angle CAB$，∴$\triangle ABD\backsim\triangle ACB$.

14. **解析**：(1)∵四边形 $ABCD\backsim$四边形 $A'B'C'D'$，∴$\angle A=\angle A'=102°$，$\angle B=\angle B'=90°$，$\angle C=\angle C'=120°$，∴$\angle D'=360°-102°-90°-120°=48°$，相似比为 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$. 故答案为 $48°$，$\frac{3}{2}$.

(2)∵四边形 $ABCD\backsim$四边形 $A'B'C'D'$，∴$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{AD}{A'D'}$，∴$BC=\frac{9}{6}\times8=12$，$CD=\frac{9}{6}\times10=15$.

15. **解析**：解方程 $x^2-14x+48=0$，得 $x=6$ 或 $x=8$，

∵OA，OB 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2-14x+48=0$ 的两个根，且 $OA>OB$. ∴$OA=8$，$OB=6$，设 $E(m,0)$，则 $OE=|m|$.

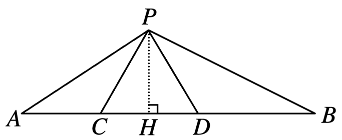
①当 E 在 O，B 之间时，∵$\triangle AOE\backsim\triangle DAO$，∴$\frac{OA}{AD}=\frac{OE}{OA}$，∵$AD=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$，∴$\frac{8}{10}=\frac{|m|}{8}$，∴$m=\pm6.4$. ∵点 E 为 x 轴负半轴上的点，∴$E(-6.4,0)$；②当点 E 在 B 点的左侧时，∵$\triangle EOA\backsim\triangle DAO$，∴$\frac{OA}{AO}=\frac{AD}{OE}$，∴$OE=AD=10$，∴$E(-10,0)$.

16. **解析**：(1)$\triangle PCD$ 为等边三角形，理由如下：∵$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$，∴$\angle ACP=\angle PDB$，∴$\angle PCD=\angle PDC$，∴$\triangle PCD$ 是等腰三角形. 又∵$\angle ADP=60°$，∴$\triangle PCD$ 是等边三角形.

(2)∵$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$，∴$\frac{AC}{PD}=\frac{PC}{BD}$. 又∵$AC=2$，$BD=3$，$\triangle PCD$ 的等边三角形，∴$\frac{2}{PD}=\frac{PD}{3}$，∴$PD=\sqrt{6}$(负值已舍).

如图，过点 P 作 $PH\perp CD$ 于点 H，∵$\angle CDP=$

$60°$，$\therefore PH=\frac{\sqrt{3}}{2}PD=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$\therefore S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}AB\cdot PH=\frac{1}{2}\times(2+\sqrt{6}+3)\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{15\sqrt{2}+6\sqrt{3}}{4}$.



17.(1)设经过 x 秒，$\triangle MCN$ 的面积等于$\triangle ABC$ 面积的$\frac{2}{5}$. $\therefore \frac{1}{2}\times 2x(8-x)=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times\frac{2}{5}$，解得 $x_1=x_2=4$. 经过 4 秒，$\triangle MCN$ 的面积等于$\triangle ABC$ 面积的$\frac{2}{5}$.

(2)设经过 t 秒，$\triangle MCN$ 与$\triangle ABC$ 相似. $\because \angle C=\angle C$，$\therefore$可分为两种情况：

①$\frac{MC}{BC}=\frac{NC}{AC}$，即$\frac{2t}{8}=\frac{8-t}{10}$，解得 $t=\frac{16}{7}$.

②$\frac{MC}{AC}=\frac{NC}{BC}$，即$\frac{2t}{10}=\frac{8-t}{8}$，解得 $t=\frac{40}{13}$.

经过$\frac{16}{7}$秒或$\frac{40}{13}$秒，$\triangle MCN$ 与$\triangle ABC$ 相似.

核心素养升级

1.12

2.**解析**：由题意可知 $EF\parallel AB$，$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle EFC$，$\triangle AHC\backsim\triangle EGC$，$\therefore \frac{AB}{EF}=\frac{AC}{EC}$，$\frac{AC}{EC}=\frac{CH}{CG}$，$\therefore \frac{AB}{EF}=\frac{CH}{CG}$. $\because CG=20$ cm，$CH=12.6$ m，$EF=22$ cm，则$\frac{AB}{22}=\frac{12.6}{20}$，$\therefore AB=13.86$ m，即旗杆的高度为 13.86 m.

3.**解析**：(1)设正方形的边长 EH 为 x cm. $\because AD$ 是$\triangle ABC$ 的高，$\therefore \angle ADB=90°$. $\because$四边形 $EFGH$ 是正方形，$\therefore EH\parallel BC$，$\therefore \angle AKE=\angle ADB=90°$. $\because EH\parallel BC$，$\therefore \triangle AEH\backsim\triangle ABC$，$\therefore \frac{EH}{BC}=\frac{AK}{AD}$，$\therefore \frac{x}{120}=\frac{120-x}{120}$，$\therefore x=60$，这个正方形的边长为 60 cm.

(2)设正方形的边长 MN 为 a cm. $\because AD$ 为$\triangle ABC$ 的高，$\therefore \angle ADB=90°$. $\because MN\parallel BC$，$\therefore \angle APM=\angle ADB=90°$. $\because MN\parallel BC$，$\therefore \triangle AMN\backsim\triangle ABC$，$\therefore \frac{MN}{BC}=\frac{AP}{AD}$，$\therefore \frac{a}{120}=\frac{120-4a}{120}$，$\therefore a=24$，$\therefore 6a^2=6\times 24^2=3\ 456$，所以正方体的表面积为 $3\ 456\ cm^2$.

4.**解析**：概念理解：$\because$矩形的四个角都是直角，根据“等邻角四边形”的定义，得到矩形是“等邻角四边形”；同理可得正方形是“等邻角四边形”. $\because$菱形的对角相等，邻角互补，但不一定相等，$\therefore$菱形不一定是“等邻角四边形”. 故答案为菱形.

问题探究：设 $BP=x$，$CQ=y$，则 $PC=9-x$.

$\because \angle APB+\angle APQ+\angle CPQ=180°$，$\therefore \angle APB+\angle CPQ=180°-\angle APQ$. $\because \angle CPQ+\angle C+\angle CQP=180°$，$\therefore \angle CPQ+\angle CQP=180°-\angle C$. $\because \angle C=\angle APQ$，$\therefore \angle APB+\angle CPQ=\angle CPQ+\angle CQP$，$\therefore \angle APB=\angle CQP$. $\because \angle B=\angle C$，$\therefore \triangle PBA\backsim\triangle QCP$，$\therefore \frac{PB}{CQ}=\frac{AB}{CP}$，$\therefore \frac{x}{y}=\frac{3}{9-x}$，$\therefore y=-\frac{1}{3}x^2+3x=-\frac{1}{3}(x-\frac{9}{2})^2+\frac{27}{4}$. $\because -\frac{1}{3}<0$，$\therefore$当 $x=\frac{9}{2}$时，y 有最大值是$\frac{27}{4}$，即当 CQ 达到最大时，此时 BP 的长是$\frac{9}{2}$.

应用拓展：有两种情况：

①当$\angle B=\angle C=60°$时，如图 1，延长 DA，CB 交于点 E，过点 B 作 $BF\perp DE$ 于点 F. $\because \angle C=60°$，$\therefore \angle E=30°$. $\because \angle ABC=60°$，$\therefore \angle BAE=\angle E=30°$，$\therefore AB=BE=3$，$\therefore BF=\frac{3}{2}$，$EF=AF=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$\therefore DE=AD+AE=\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$. 在 Rt$\triangle$DCE 中，设 $CD=x$，则 $CE=2x$，由勾股定理得：$x^2+(4\sqrt{3})^2=(2x)^2$，$x=\pm 4$，$\therefore CE=8$，$CD=4$，$\therefore BC=8-3=5$，$\therefore$四边形 $ABCD$ 的周长$=AB+BC+CD+AD=3+5+4+\sqrt{3}=12+\sqrt{3}$.

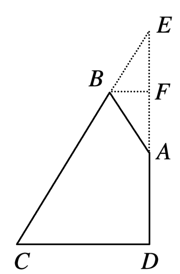


图1

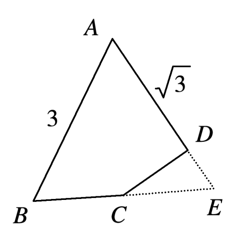


图2

②当$\angle A=\angle B=60°$时，如图 2 所示，延长 AD，BC 交于点 E. $\because \angle A=\angle B=60°$，$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，$\therefore \angle E=60°$. $\because \angle ADC=90°$，$\therefore \angle DCE=30°$. $\because AB=3$，$AD=\sqrt{3}$，$\therefore DE=3-\sqrt{3}$，$CE=6-2\sqrt{3}$，$CD=\sqrt{3}DE=3\sqrt{3}-3$，$\therefore BC=3-(6-2\sqrt{3})=2\sqrt{3}-$

3，∴四边形 $ABCD$ 的周长 $=AB+BC+CD+AD=3+2\sqrt{3}-3+3\sqrt{3}-3+\sqrt{3}=6\sqrt{3}-3$.

综上，等邻角四边形 $ABCD$ 的周长为 $12+\sqrt{3}$ 或 $6\sqrt{3}-3$.

专题训练十一　相似三角形的应用及图形的位似

基础能力巩固

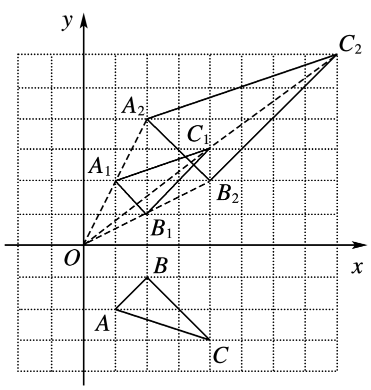
1. D　2. A　3. B　4. B　5. C　6. B　7. B　8. A

9. O　10. 0.5　11. 3.6　12. $-\dfrac{a+3}{2}$

13. **解析：**∵$\angle ABC$ 和 $\angle AQP$ 均为直角，∴$BD\parallel PQ$，∴$\triangle ABD\backsim\triangle AQP$，∴$\dfrac{AB}{AQ}=\dfrac{BD}{PQ}$. ∵$AB=40\text{ cm}=0.4\text{ m}$，$BD=20\text{ cm}=0.2\text{ m}$，$AQ=12\text{ m}$，∴$PQ=\dfrac{AQ\times BD}{AB}=\dfrac{12\times0.2}{0.4}=6\text{ m}$.

14. **解析：**(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.



15. **解析：**由题意得，$CD=BG=2$ 米，$\angle CEF=\angle ABC=90°$. ∵$\angle ACB=\angle ECF$，∴$\triangle CEF\backsim\triangle CBA$，∴$\dfrac{CE}{CB}=\dfrac{CF}{CA}$，∴$\dfrac{0.8}{32}=\dfrac{1}{CA}$，解得 $AC=40$(米)，∴$AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{40^2-32^2}=24$(米)，∴$AG=AB+BG=24+2=26$(米)，∴该建筑物 AG 的高度为 26 米.

16. **解析：**∵$AD=120\text{ m}$，$CD=23\text{ m}$，∴$AC=AD-CD=97\text{ m}$. 由题意得，$BC\parallel FE$，∴$\angle BCA=\angle FED$. 由题意得，$AB\perp AC$，$DF\perp AE$，∴$\angle BAC=\angle FDE=90°$，∴$\triangle ABC\backsim\triangle DFE$，∴$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{DF}{DE}$，∴$\dfrac{AB}{97}=\dfrac{1.6}{0.4}$，解得 $AB=388\text{ m}$，∴河南广播电视塔 AB 的高度为 388 m.

17. **解析：**∵$\angle ECD=\angle ACB$，$\angle EDC=\angle ABC$，∴$\triangle ABC\backsim\triangle EDC$. ∴$\dfrac{AB}{ED}=\dfrac{BC}{DC}$. ∵$ED=1.5\text{ m}$，$CD=1\text{ m}$，∴$AB=\dfrac{BC\cdot ED}{DC}=1.5\,BC$. 设 $BC=x\text{ m}$，则 $AB=1.5x\text{ m}$，同理可得$\triangle ABF\backsim\triangle GHF$，∴$\dfrac{AB}{GH}=\dfrac{BF}{FH}$. ∵$AB=1.5x\text{ m}$，$BF=BC+CF=(4+x)\text{ m}$，$GH=1.5\text{ m}$，$FH=1.5\text{ m}$，∴$\dfrac{1.5x}{1.5}=\dfrac{4+x}{1.5}$，解得 $x=8$，∴$AB=1.5x=12\text{ m}$. 灯柱 AB 的高度为 12 m.

核心素养升级

1. B

2. **解析：**∵$AC\perp AB$，$BD\perp AB$，∴$AC\parallel BD$，∴$\triangle AOC\backsim\triangle BOD$，∴$\dfrac{AC}{BD}=\dfrac{AO}{BO}$. ∵$AO=3OB$，∴$\dfrac{AC}{6}=3$，∴$AC=18$，∴$AC$ 的长为 18 cm.

专项训练

高频考点专项

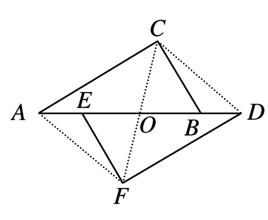
1. C　2. D

3. 1　4. ①②④⑤

5. **解析：**$(a+\sqrt{5})(a-\sqrt{5})-a(a-2)=a^2-5-a^2+2a=2a-5$，将 $a=\sqrt{2}+1$ 代入 $2a-5$ 得，$2(\sqrt{2}+1)-5=2\sqrt{2}+2-5=2\sqrt{2}-3$.

6. **解析：**(1)证明：∵$\triangle ACB\cong\triangle DFE$，∴$AC=DF$，$\angle CAB=\angle FDE$，∴$AC\parallel DF$，∴四边形 $AFDC$ 是平行四边形.

(2)连接 CF 交 AD 于点 O. ∵$\angle ACB=90°$，$\angle CAB=30°$，$BC=6\text{ cm}$，∴$AC=\sqrt{3}BC=6\sqrt{3}$(cm). ∵四边形 $AFDC$ 是菱形，∴$CF\perp AD$，$AD=2AO$，∴$\angle AOC=90°$，∴$AO=\dfrac{\sqrt{3}}{2}AC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{3}=9$(cm)，∴$AD=2AO=18\text{ cm}$.



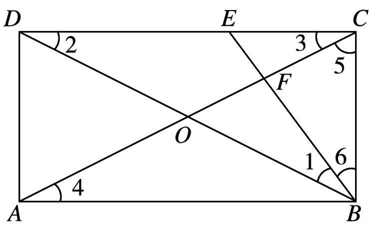
7. **解析：**设该款上衣销售量的月平均增长率为 x，根据题意得 $150(1+x)^2=216$，解得 $x_1=0.2=$

20%，$x_2=-2.2$(不符合题意，舍去)．所以该款上衣销售量的月平均增长率为 20%．

8.**解析**：(1)证明：∵ BF 是 $\angle ABC$ 的角平分线，∴ $\angle ABF=\angle FBC$．∵ $EF/\!/BC$，∴ $\angle OFB=\angle FBC=\angle ABF$，∴ $\triangle OBF$ 为等腰三角形，∴ $OB=OF$，同理可得 $OB=OE$，∴ $OE=OF$．

(2)若四边形 $BFAE$ 是矩形，则 O 为 AB 的中点．理由如下：∵四边形 $BFAE$ 为矩形，∴ $\angle AEB$ 为直角，∴ $\triangle AEB$ 为直角三角形．∵四边形 $BFAE$ 为矩形，∴ $OA=OB=OE=OF$．在 $\mathrm{Rt}\triangle AEB$ 中，$OE=OA=OB$，∴ O 为斜边 AB 的中点．所以若四边形 $BFAE$ 是矩形，则 O 为 AB 的中点．

9.**解析**：(1)证明：如图，



∵在矩形 $ABCD$ 中，$OD=OC$，$AB/\!/CD$，$\angle BCD=90°$，∴ $\angle 2=\angle 3=\angle 4$，$\angle 3+\angle 5=90°$．∵ $DE=BE$，∴ $\angle 1=\angle 2$．又∵ BE 平分 $\angle DBC$，∴ $\angle 1=\angle 6$，∴ $\angle 3=\angle 6$，∴ $\angle 6+\angle 5=90°$，∴ $BF\perp AC$．

(2)与 $\triangle OBF$ 相似的三角形有 $\triangle ECF$，$\triangle BAF$．理由如下：∵ $\angle 1=\angle 3$，$\angle EFC=\angle BFO$，∴ $\triangle ECF\backsim\triangle OBF$．∵ $DE=BE$，∴ $\angle 1=\angle 2$．又∵ $\angle 2=\angle 4$，∴ $\angle 1=\angle 4$．又∵ $\angle BFA=\angle OFB$，∴ $\triangle BAF\backsim\triangle OBF$．

(3)在矩形 $ABCD$ 中，$\angle 4=\angle 3=\angle 2$．∵ $\angle 1=\angle 2$，∴ $\angle 1=\angle 4$．又∵ $\angle OFB=\angle BFA$，∴ $\triangle OBF\backsim\triangle BFA$．∵ $\angle 1=\angle 3$，$\angle OFB=\angle EFC$，∴ $\triangle OBF\backsim\triangle ECF$，∴ $\dfrac{EF}{OF}=\dfrac{CF}{BF}$，∴ $\dfrac{2}{3}=\dfrac{CF}{BF}$，即 $3CF=2BF$，∴ $3(CF+OF)=3CF+9=2BF+9$，∴ $3OC=2BF+9$，∴ $3OA=2BF+9$①．∵ $\triangle ABF\backsim\triangle BOF$，∴ $\dfrac{OF}{BF}=\dfrac{BF}{AF}$，∴ $BF^2=OF\cdot AF$，∴ $BF^2=3(OA+3)$②，联立①②，可得 $BF=1\pm\sqrt{19}$(负值舍去)，∴ $DE=BE=2+1+\sqrt{19}=3+\sqrt{19}$．

数学思想专项

1.C　2.B

3.$\sqrt{5}$　4.6

5.1 或 2 或 7 **解析**：当 $t=1$ s 时，$AP=1$ cm，则 $BP=2$ cm，如图 1．

在 $\triangle AQD$ 和 $\triangle CPB$ 中，$\begin{cases}AD=BC,\\ \angle D=\angle B,\\ DQ=BP,\end{cases}$

∴ $\triangle AQD\cong\triangle CPB$(SAS)；

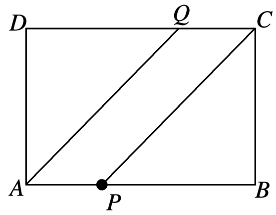


图1

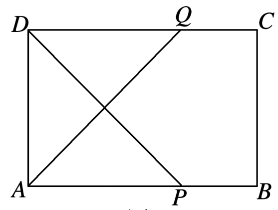


图2

当 $t=2$ s 时，$AP=2$ cm，如图 2，

∴ $AP=DQ$．

在 $\triangle AQD$ 和 $\triangle DPA$ 中，$\begin{cases}AP=DQ,\\ \angle ADQ=\angle DAP,\\ AD=AD,\end{cases}$

∴ $\triangle AQD\cong\triangle DPA$(SAS)；

当 $t=7$ s 时，$AB+BC+CP=7$ cm，如图 3．

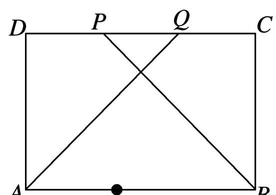


图3

∴ $CP=2\mathrm{cm}$，∴ $DQ=CP$．

在 $\triangle AQD$ 和 $\triangle BPC$ 中，$\begin{cases}AD=BC,\\ \angle D=\angle C,\\ DQ=CP,\end{cases}$

∴ $\triangle AQD\cong\triangle BPC$(SAS)．

6.$\dfrac{12}{5}$　7.②④

8.**解析**：(1)由题意得，$m=xy=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}=\dfrac{1}{2}$，$n=x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{2})\times(\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}-1}{2})=\sqrt{3}$．

(2)由(1)得，$\sqrt{a}-\sqrt{b}=4$，$\sqrt{ab}=3$，

$\therefore (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2+4\sqrt{ab}=4^2+4\times3=28$.

$\because \sqrt{a}+\sqrt{b}>0$，$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{b}=2\sqrt{7}$.

9. **解析**：设正方形 $ABCD$ 的边长为 x cm，$\therefore AB=BC=CD=AD=x$ cm，$\therefore$ 长方形 $HDCF$ 的面积为 $6x$ cm^2. $\because HD=6$ cm，$\therefore AH=AD-HD=(x-6)$cm，$\therefore$ 长方形 $AEGH$ 的面积为 $8(x-6)cm^2$. 由题意得，$8(x-6)=6x$，解得 $x=24$，$\therefore BE=24-8=16$ cm，$EG=AH=24-6=18$(cm)，$\therefore$ 长方形 $EBFG$ 的面积为 $16\times18=288(cm^2)$.

10. **解析**：(1)四边形 $DHBG$ 是菱形. 理由如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$，$FBED$ 是完全相同的矩形，$\therefore \angle A=\angle E=90°$，$AD=ED$，$AB=EB$. 在 $\triangle DAB$ 和 $\triangle DEB$ 中，$\begin{cases} AD=ED, \\ \angle A=\angle E, \\ AB=EB, \end{cases}$ $\therefore \triangle DAB\cong\triangle DEB$(SAS)，$\therefore \angle ABD=\angle EBD$. $\because AB/\!/CD$，$DF/\!/BE$，$\therefore$ 四边形 $DHBG$ 是平行四边形，$\angle HDB=\angle EBD$，$\therefore \angle HDB=\angle HBD$，$\therefore DH=BH$，$\therefore \square DHBG$ 是菱形.

(2)由(1)设 $DH=BH=x$，则 $AH=8-x$，在 $Rt\triangle ADH$ 中，$AD^2+AH^2=DH^2$，即 $4^2+(8-x)^2=x^2$，解得 $x=5$，即 $BH=5$，$\therefore$ 菱形 $DHBG$ 的面积为 $HB\cdot AD=5\times4=20$.

11. **解析**：设出发后 x s 时，$\triangle MCN$ 的面积为 2 cm^2，则 $x<3$，根据题意得 $\frac{1}{2}(8-2x)(3-x)=2$，解得 $x_1=2$，$x_2=5$(舍去)，出发 2 s 时，$\triangle MCN$ 的面积为 2 cm^2.

12. **解析**：(1)证明：由题意得 $AE=2t$，$CD=4t$. $\because DF\perp BC$，$\therefore \angle CFD=90°$. $\because \angle C=30°$，$\therefore DF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times4t=2t$，$\therefore AE=DF$.

(2)四边形 $AEFD$ 能够成为菱形. 理由如下：

由(1)得 $AE=DF$. $\because \angle DFC=\angle B=90°$，$\therefore AE/\!/DF$，$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 为平行四边形，若 $\square AEFD$ 为菱形，则 $AE=AD$. $\because AC=60$，$CD=4t$，$\therefore AD=60-4t$，$\therefore 2t=60-4t$，$\therefore t=10$，$\therefore$ 当 $t=10$ 时，四边形 $AEFD$ 能够成为菱形.

13. **解析**：(1)四边形 $EGFH$ 是平行四边形. 理由如下：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore AB=CD$，$AB/\!/CD$，$\therefore \angle GAE=\angle HCF$. $\because G$，H 分别是 AB，DC 的中点，$\therefore AG=BG=\frac{1}{2}AB$，$CH=DH=\frac{1}{2}CD$，$\therefore AG=CH$.

在 $\triangle AEG$ 与 $\triangle CFH$ 中，$\begin{cases} AG=CH, \\ \angle GAE=\angle HCF, \\ AE=CF, \end{cases}$

$\therefore \triangle AEG\cong\triangle CFH$(SAS)，$\therefore GE=HF$，同理可得 $GF=HE$，$\therefore$ 四边形 $EGFH$ 是平行四边形.

(2)连接 GH 交 AC 于点 O. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore AB=CD$，$AB/\!/CD$，$\angle B=90°$，$OA=OC$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$\therefore OA=OC=\frac{1}{2}AC=\frac{5}{2}$. $\because G$，H 分别是 AB，DC 的中点，$\therefore BG=CH$，$\therefore$ 四边形 $BCHG$ 是平行四边形，$\therefore GH=BC=4$. $\because$ 四边形 $EGFH$ 是矩形，$\therefore EF=GH=4$，$OE=OF=\frac{1}{2}EF=2$，分两种情况：

①点 E 在 OA 上，点 F 在 OC 上时，如图 1，

$AE=OA-OE=\frac{5}{2}-2=\frac{1}{2}$；

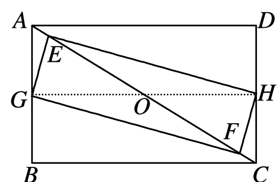


图1

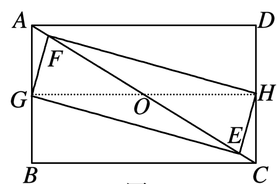


图2

②点 E 在 OC 上，点 F 在 OA 上时，如图 2，

$AE=OA+OE=\frac{5}{2}+2=\frac{9}{2}$.

若四边形 $EGFH$ 为矩形，AE 的长度为 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{9}{2}$.

14. **解析**：(1)$EF=BE+DF$. 证明：如图 1，延长 AB 使得 $BG=DF$，连接 CG. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，$\therefore \angle BCD=90°=\angle D=\angle CBG$，$CD=CB$，$\therefore \triangle CDF\cong\triangle CBG$(SAS)，$\therefore \angle DCF=\angle BCG$，$CF=CG$. $\because \angle ECF=45°$，$\therefore \angle BCE+\angle DCF=45°$. $\therefore \angle ECG=\angle BCG+\angle BCE=45°=\angle ECF$. $\because CF=CG$，$CE=CE$，$\therefore \triangle CFE\cong\triangle CGE$(SAS)，$\therefore GE=EF$. $\because GE=GB+BE=BE+DF$，$\therefore EF=BE+DF$.

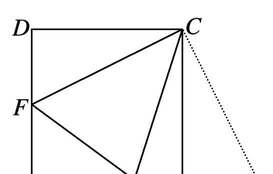


图 1

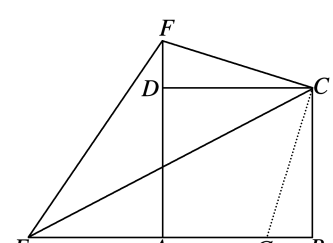


图 2

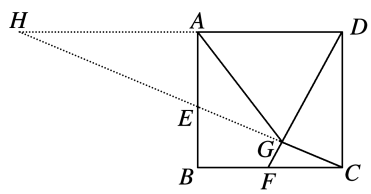
(2)$EF=BE-DF$.证明:如图2,把$\triangle CDF$绕点C逆时针旋转90°后,得到$\triangle CBG$.由旋转可得$BG=DF$,$CF=CG$,$\angle BCG=\angle DCF$,点A,G,B在同一直线上.$\because$四边形$ABCD$为正方形,$\therefore\angle BCD=90^\circ$.$\because\angle ECF=45^\circ$,$\therefore\angle DCE+\angle DCF=45^\circ$,$\therefore\angle DCE+\angle BCG=45^\circ$,$\therefore\angle ECG=\angle BCD-(\angle DCE+\angle BCG)=90^\circ-45^\circ=45^\circ$,$\therefore\angle ECF=\angle ECG$.$\because CF=CG$,$CE=CE$,$\therefore\triangle CEF\cong\triangle CEG$(SAS),$\therefore EF=EG$.$\because EG=BE-BG=BE-DF$,$\therefore EF=BE-DF$.

综合训练

综合训练(一)

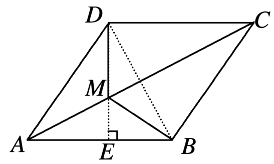
1.B 2.B 3.B 4.C 5.C 6.D 7.D 8.A 9.A 10.A

11.C **解析:**$\because$四边形$ABCD$是正方形,$\therefore AB=BC=CD=AD$,$\angle B=\angle BCD=90^\circ$,$\because E$,$F$分别是$AB$,$BC$的中点,$\therefore BE=\frac{1}{2}AB$,$CF=\frac{1}{2}BC$,$\therefore BE=CF$,$\therefore\triangle CBE\cong\triangle DCF$(SAS),$\therefore\angle ECB=\angle CDF$,$CE=DF$,故①正确;$\because\angle BCE+\angle ECD=90^\circ$,$\therefore\angle ECD+\angle CDF=90^\circ$,$\therefore\angle CGD=90^\circ$,$\therefore CE\perp DF$,故②正确;$\because CF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}CD$,$\therefore\angle CDF\neq30^\circ$,$\therefore\angle ADG\neq60^\circ$,由下图证得$AD=AG$,$\therefore\triangle ADG$不是等边三角形,$\therefore\angle EAG\neq30^\circ$,故③错误;$\because CE\perp DF$,$\therefore\angle EGD=90^\circ$,延长$CE$交$DA$的延长线于$H$,如图,



$\because$点E是AB的中点,$\therefore AE=BE$,$\because\angle AHE=\angle BCE$,$\angle AEH=\angle CEB$,$AE=BE$,$\therefore\triangle AEH\cong\triangle BEC$(AAS),$\therefore BC=AH=AD$,$\because AG$是斜边的中线,$\therefore AG=\frac{1}{2}DH=AD$,$\therefore\angle ADG=\angle AGD$,$\because\angle AGE+\angle AGD=90^\circ$,$\angle CDF+\angle ADG=90^\circ$,$\therefore\angle AGE=\angle CDF$,故④正确.

12.D **解析:**如图,过点D作$DE\perp AB$于点E,连接BD,$\because$菱形$ABCD$中,$\angle ABC=120^\circ$,$\therefore\angle DAB=60^\circ$,$AD=AB=DC=BC$,$\therefore\triangle ADB$是等边三角形,$\therefore\angle MAE=30^\circ$,$\therefore AM=2ME$,$\because MD=MB$,$\therefore MA+MB+MD=2ME+2DM=2DE$.根据垂线段最短,此时$DE$最短,即$MA+MB+MD$最小.$\because$菱形$ABCD$的边长为6,$\therefore DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$,$\therefore 2DE=6\sqrt{3}$.$\therefore MA+MB+MD$的最小值是$6\sqrt{3}$.



13.$k>-\frac{1}{4}$且$k\neq0$ 14.2 15.$(2,-6)$ 16.$\frac{5}{2}$

17.$\sqrt{2}$ 18.①②③④

19.**解析:**(1)$\sqrt{0.5}+\sqrt{\frac{1}{6}}\times\sqrt{27}+\frac{2}{\sqrt{2}}-2\sqrt{18}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{6}\times3\sqrt{3}+\sqrt{2}-6\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}-6\sqrt{2}=-3\sqrt{2}$.

(2)$(\sqrt{6}-\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{\sqrt{24}}{4})\times\sqrt{2}=(\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}}{3}-\frac{\sqrt{6}}{2})\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{6}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

20.**解析:**(1):$2x^2-6x+3=0$,$2(x^2-3x+\frac{9}{4})-\frac{9}{2}+3=0$,$2(x-\frac{3}{2})^2=\frac{3}{2}$,$(x-\frac{3}{2})^2=\frac{3}{4}$,$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\therefore x_1=\frac{\sqrt{3}+3}{2}$,$x_2=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$.

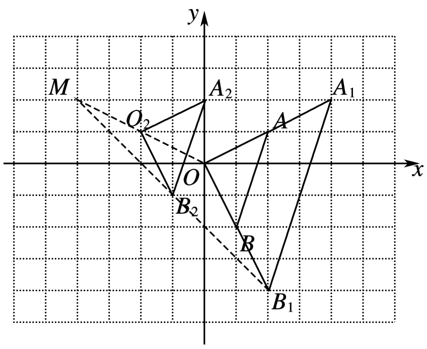
(2)$(x-3)^2+(x-6)^2=9$,整理得$x^2-9x+18=0$,$(x-3)(x-6)=0$,解得$x_1=3$,$x_2=6$.

21.**解析:**设点E,F的运动时间为t秒,由题意得:$DE=4t$ cm,$CF=2t$ cm,则$DF=(20-2t)$cm.$\because$四边形$ABCD$是矩形,$AB=20$ cm,$BC=40$ cm.$\therefore CD=AB$,$AD=BC$,$\angle B=\angle D=90^\circ$.

当$\triangle DEF\backsim\triangle BAC$时,$\frac{DE}{AB}=\frac{DF}{BC}$,即$\frac{4t}{20}=\frac{20-2t}{40}$,解得$t=2$;当$\triangle DFE\backsim\triangle BAC$时,$\frac{DF}{AB}=\frac{DE}{BC}$,即$\frac{20-2t}{20}=\frac{4t}{40}$,解得$t=5$.

$\therefore$它们同时出发2秒或5秒时,以D,E,F为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似.

22.**解析:**(1)如图所示,$A_1(4,2)$,$B_1(2,-4)$.



(2)如图所示,$A_2(0,2)$,$B_2(-1,-1)$.

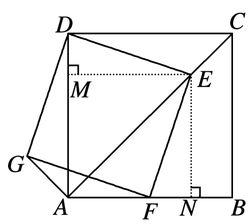
(3)$\triangle OA_1B_1$ 与$\triangle OA_2B_2$ 是以点 $M(-4,2)$为位似中心的位似图形.

23. **解析**:(1)根据题意得 $\Delta=4m^2-4(m^2+m)\geqslant 0$,解得 $m\leqslant 0$.

(2)根据题意得 $x_1+x_2=2m$,$x_1x_2=m^2+m$,$\because x_1+x_2+x_1x_2=4$,$\therefore 2m+m^2+m=4$,整理得 $m^2+3m-4=0$,解得 $m_1=-4$,$m_2=1$,$\because m\leqslant 0$,$\therefore m$ 的值为-4.

24. **解析**:设该 T 恤衫每件的售价应定为 x 元,则每件的销售利润为$(x-40)$元,则每周的销售量为 $500-10(x-50)=(1\,000-10x)$件,由题意得$(x-40)(1\,000-10x)=8\,000$,解得 $x_1=60$,$x_2=80$. 当 $x=60$ 时,$1\,000-10x=400>300$,符合题意;当 $x=80$ 时,$1\,000-10x=200<300$,不符合题意. 该 T 恤衫每件的售价应定为 60 元.

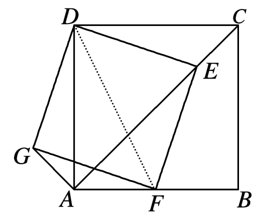
25. **解析**:(1)证明:如图,作 $EM\perp AD$ 于点 M,$EN\perp AB$ 于点 N.



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,$\therefore \angle EAD=\angle EAB$. $\because EM\perp AD$ 于点 M,$EN\perp AB$ 于点 N,$\therefore EM=EN$. $\because \angle EMA=\angle ENA=\angle DAB=90^\circ$,$\therefore$四边形 $ANEM$ 是矩形. $\because EF\perp DE$,$\therefore \angle MEN=\angle DEF=90^\circ$,$\therefore \angle DEM=\angle FEN$. $\because \angle EMD=\angle ENF=90^\circ$,$\therefore \triangle EMD\cong\triangle ENF$(ASA),$\therefore ED=EF$. $\because$四边形 $DEFG$ 是矩形,$\therefore$四边形 $DEFG$ 是正方形.

(2)$\because$四边形 $DEFG$ 是正方形,四边形 $ABCD$ 是正方形,$\therefore DG=DE$,$DC=DA=AB=3\sqrt{2}$,$\angle GDE=\angle ADC=90^\circ$,$\therefore \angle ADG=\angle CDE$,$\therefore \triangle ADG\cong\triangle CDE$(SAS),$\therefore AG=CE$,$\therefore AE+AG=AE+EC=AC=\sqrt{2}AD=6$.

(3)连接 DF,



$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形,$\therefore AB=AD=3\sqrt{2}$,$AB/\!/CD$. $\because F$ 是 AB 的中点,$\therefore AF=FB=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$,$\therefore DF=\sqrt{AD^2+AF^2}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(\dfrac{3\sqrt{2}}{2})^2}=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$,$\therefore$ 正方形 $DEFG$ 的面积$=\dfrac{1}{2}DF^2=\dfrac{1}{2}\times(\dfrac{3\sqrt{10}}{2})^2=\dfrac{45}{4}$.

综合训练(二)

1. D　2. A　3. A　4. A　5. B　6. A　7. B　8. C　9. D　10. B　11. A　12. D

13. $8\sqrt{3}-12$　14. $5\sqrt{5}-5$　15. $1-3\sqrt{2}$

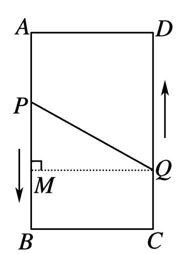
16. $140+80\sqrt{3}$　17. 3　18. ①②③④

19. **解析**:(1)$\because x=2-\sqrt{3}$,$y=2+\sqrt{3}$,$\therefore xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-3=1$,$y-x=2+\sqrt{3}-(2-\sqrt{3})=2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$,$\therefore xy^2-x^2y=xy(y-x)=1\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

(2)由原方程,得$(x-2)(x-3-1)=0$,$\therefore x-2=0$ 或 $x-4=0$,解得 $x_1=2$,$x_2=4$.

20. **解析**:(1)当运动时间为 t 秒时,$PB=(16-3t)$ cm,$CQ=2t$ cm. 依题意,得$\dfrac{1}{2}\times(16-3t+2t)\times 6=33$,解得 $t=5$. $\therefore P$,Q 两点从出发开始到 5 秒时,四边形 $PBCQ$ 的面积为 33 cm^2.

(2)过点 Q 作 $QM\perp AB$ 于点 M,如图所示.



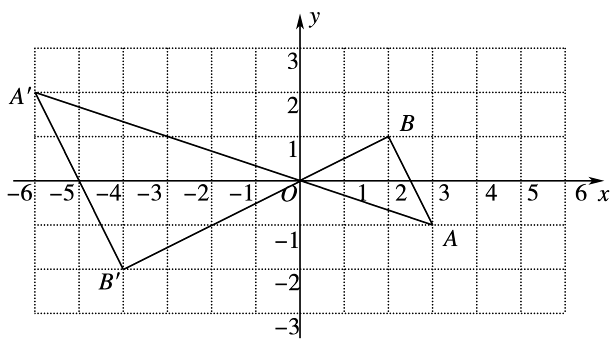
$\because PM=PB-CQ=|16-5t|$ cm,$QM=6$ cm,$\therefore PQ^2=PM^2+QM^2$,即 $10^2=(16-5t)^2+6^2$,解得

$t_1=\frac{8}{5}$，$t_2=\frac{24}{5}$（不合题意，舍去）. P，Q 两点出发 $\frac{8}{5}$ 秒时，点 P 和点 Q 的距离第一次是 10 cm.

21. **解析**：(1) ∵ 四边形 $BFED$ 是平行四边形，∴ $DE/\!/BF$，∴ $DE/\!/BC$，∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{4}$. ∵ $AB=8$，∴ $AD=2$.

(2) ∵ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，∴ $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{DE}{BC})^2=(\frac{1}{4})^2=\frac{1}{16}$. ∵ $\triangle ADE$ 的面积为 1，∴ $\triangle ABC$ 的面积是 16. ∵ 四边形 $BFED$ 是平行四边形，∴ $EF/\!/AB$，∴ $\triangle EFC\backsim\triangle ABC$，∴ $\frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{3}{4})^2=\frac{9}{16}$，∴ $\triangle EFC$ 的面积 $=9$，∴ 平行四边形 $BFED$ 的面积 $=16-9-1=6$.

22. **解析**：(1) 如图所示，$\triangle OA'B'$ 即为所求，点 A 的对应点 A' 的坐标为 $(-6,2)$.



(2) $\triangle OA'B'$ 的面积为 $4\times6-\frac{1}{2}\times6\times2-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times2\times4=10$.

23. **解析**：(1) 证明：∵ $DE/\!/AC$，$CE/\!/BD$，∴ 四边形 $DOCE$ 是平行四边形. ∵ 在菱形 $ABCD$ 中，$AC\perp BD$，∴ $\angle DOC=90^\circ$，∴ 四边形 $DOCE$ 是矩形.

(2) ∵ $EF=2$，四边形 $DOCE$ 是矩形，∴ $OE=CD=2EF=4$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AB=CD=AD=BC=4$. ∵ $\angle ABC=120^\circ$，$AB/\!/CD$，∴ $\angle BAD=180^\circ-\angle ABC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$. ∵ $AB=AD$，∴ $\triangle ABD$ 是等边三角形. ∵ $AC\perp BD$，∴ $\angle BAO=\frac{1}{2}\angle BAD=30^\circ$，∴ $OB=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times4=2$，由勾股定理得 $OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，∴ $AC=2OA=4\sqrt{3}$，$BD=2OD=4$，∴ 菱形 $ABCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4=8\sqrt{3}$.

24. **解析**：(1) 设 A 系列产品的单价是 x 元/件，则 B 系列产品的单价是 $(x+5)$ 元/件，根据题意得：$\frac{100}{x}=\frac{150}{x+5}$，解得 $x=10$，经检验，$x=10$ 是所列方程的解，且符合题意. $x+5=10+5=15$（元）. ∴ A 系列产品的单价是 10 元/件，B 系列产品的单价是 15 元/件.

(2) 设 B 系列产品的实际售价应定为 y 元/件，则每天可以卖 $50+10\times(15-y)=(200-10y)$ 件，根据题意得 $y(200-10y)=960$，整理得 $y^2-20y+96=0$，解得 $y_1=8$，$y_2=12$.

又 ∵ 要尽可能让顾客得到实惠，

∴ $y=8$. B 系列产品的实际售价应定为 8 元/件.

25. **解析**：(1) $\triangle BMN$ 是等边三角形. 理由如下：

如图 1，∵ BM 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BN，∴ $BM=BN$，$\angle MBN=60^\circ$，∴ $\triangle BMN$ 是等边三角形.

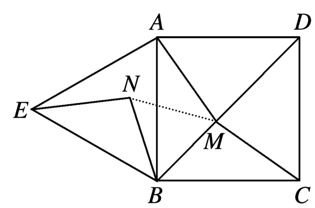


图1

(2) 证明：∵ $\triangle ABE$ 和 $\triangle BMN$ 都是等边三角形，∴ $AB=EB$，$BM=BN$，$\angle ABE=\angle MBN=60^\circ$，∴ $\angle ABE-\angle ABN=\angle MBN-\angle ABN$，即 $\angle ABM=\angle EBN$. 在 $\triangle AMB$ 和 $\triangle ENB$ 中，$\begin{cases}AB=EB,\\ \angle ABM=\angle EBN,\\ BM=BN,\end{cases}$

∴ $\triangle AMB\cong\triangle ENB$（SAS）.

(3) ① 由两点之间线段最短可知 A，M，C 三点共线时，$AM+CM$ 的值最小. 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ 当点 M 为 BD 的中点时，$AM+CM$ 的值最小.

② 当点 M 在 CE 与 BD 的交点时，$AM+BM+CM$ 的值最小. 证明：如图 2，∵ $\triangle AMB\cong\triangle ENB$，∴ $AM=EN$. ∵ $\triangle BMN$ 是等边三角形，∴ $BM=MN$，∴ $AM+BM+CM=EN+MN+CM$. 由两点之间线段最短可知，点 E，N，M，C 在同一直线上时，$EN+MN+CM$，故点 M 在 CE 与 BD 的交点时，

$AM+BM+CM$ 的值最小.

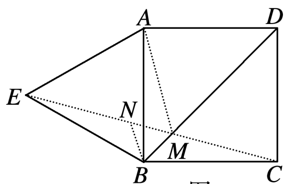


图2

衔接训练

第一章　反比例函数

1　反比例函数

1. B　2. B　3. C　4. A　5. B

6. $\frac{27\ 000}{v}$　7. $y=\frac{6}{x}$

8. **解析:**(1) $y=\frac{x}{15}$,不是反比例函数;

(2) $y=\frac{3}{x-1}$,不是反比例函数;

(3) $y=-\frac{\sqrt{3}}{x}$,是反比例函数,比例系数 k 是 $-\sqrt{3}$;

(4) $y=\frac{\sqrt{2}+1}{x}$,是反比例函数,比例系数 k 是 $\sqrt{2}+1$.

2　反比例函数的图象与性质

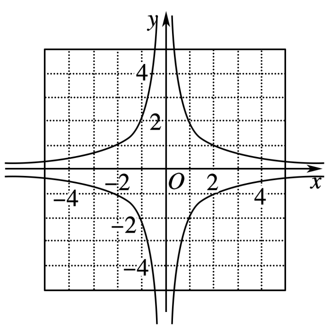
1. C　2. C　3. D　4. A　5. C　6. A　7. A　8. D　9. B

10. $\frac{12}{7}$

11. **解析:**(1)分别将 x 的值代入反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 和 $y=-\frac{2}{x}$ 的解析式可得下表:

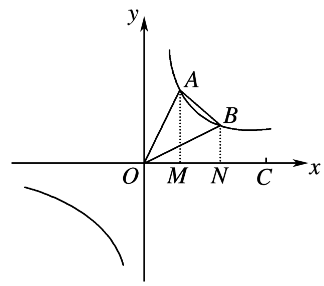
x	…	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	…
$y=\frac{2}{x}$	…	$-\frac{2}{3}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{2}{3}$	…
$y=-\frac{2}{x}$	…	$\frac{2}{3}$	1	2	4	-4	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	…

(2)用光滑曲线顺次连接各点可得出图象如下所示:



12. **解析:**(1)把 $A(3,6)$ 代入 $y=\frac{m}{x}$,解得 $m=18$,即 $y=\frac{18}{x}$,把 $B(6,a)$ 代入得,$a=\frac{18}{6}=3$.

(2)如图,过点 A 作 $AM\perp x$ 轴于点 M,过点 B 作 $BN\perp x$ 轴于点 N. ∵$A(3,6)$,$B(6,3)$,∴$AM=6$,$OM=3$,$ON=6$,$BN=3$,∴$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AMO}+S_{梯形AMNB}-S_{\triangle BNO}=\frac{1}{2}\times3\times6+\frac{1}{2}\times(6+3)\times(6-3)-\frac{1}{2}\times6\times3=\frac{27}{2}$.



(3)设点 P 的坐标是 $(c,\frac{18}{c})$. ∵$C(9,0)$,$\triangle POC$ 的面积等于 $\triangle AOB$ 的面积的 3 倍,$S_{\triangle AOB}=\frac{27}{2}$,

∴$\frac{1}{2}\times9\times|\frac{18}{c}|=3\times\frac{27}{2}$,解得 $c=\pm2$,即点 P 的坐标是 $(2,9)$ 或 $(-2,-9)$.

3　反比例函数的应用

1. A　2. B　3. D　4. A

5. 4　6. $\frac{15}{2}$

7. **解析:**(1)设波长 λ 关于频率 f 的函数解析式为 $\lambda=\frac{k}{f}(k\neq0)$,把点 $(10,30)$ 代入上式中得 $\frac{k}{10}=30$,解得 $k=300$,∴$\lambda=\frac{300}{f}$.

(2)当 $f=75$ MHz 时,$\lambda=\frac{300}{75}=4$,当 $f=75$ MHz 时,此电磁波的波长 λ 为 4 m.

8. **解析:**(1)设正比例函数关系式为 $y=mx$,设反比例函数关系式为 $y=\frac{k}{x}$,由图象可知,点 $(4,8)$ 在函数图象上,∴$8=4m$,$8=\frac{k}{4}$,∴$m=2$,$k=32$,∴正比例函数关系式是 $y=2x$,反比例函数关系式是 $y=\frac{32}{x}$.

(2)当 $y=1.6$ 时,$x=\frac{32}{1.6}=20$. 则从消毒开始,

至少需要经过 20 分钟后，学生才能回到教室.

第二章　直角三角形的边角关系

1　锐角三角函数

1. D　2. A　3. C　4. C　5. D　6. D　7. C　8. D

9. $2\sqrt{7}$　10. $3\sqrt{3}$

11. **解析**：(1)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=2$，$AB=3$，$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$.

(2)在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=3$，$BC=\sqrt{5}$，$\therefore \sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

2　30°，45°，60°角的三角函数值

1. B　2. D　3. C　4. B　5. C　6. B　7. D　8. C

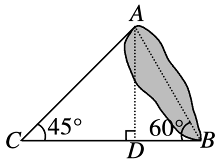
9. C

10. >　11. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　12. 45°

13. **解析**：(1)原式$=4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=2\sqrt{2}-1+\sqrt{2}=3\sqrt{2}-1$.

(2)原式$=\dfrac{4\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-1}{2\times\frac{1}{2}}+2\times\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4\times\frac{1}{2}-1}{1}+3=1+3=4$.

14. **解析**：如图，过点 A 作 $AD\perp CB$，垂足为点 D.



设 $CD=x$ m，$\because BC=200$ m，$\therefore BD=BC-CD=(200-x)$ m，在 Rt△ACD 中，$\angle C=45°$，$\therefore AD=CD\cdot\tan 45°=x$ (m). 在 Rt△ABD 中，$\angle B=60°$，$\therefore AD=BD\cdot\tan 60°=\sqrt{3}(200-x)$ m，$AB=\dfrac{BD}{\cos 60°}=\dfrac{200-x}{\frac{1}{2}}=(400-2x)$ m，$BD=AD\cdot\cot 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$.

又$\because x+\dfrac{\sqrt{3}}{3}x=200$，解得 $x=300-100\sqrt{3}$，$\therefore AB=400-2x=(200\sqrt{3}-200)$ m，$\therefore AB$ 的长为$(200\sqrt{3}-200)$ m.

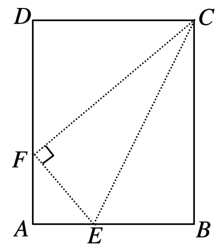
3　用计算器求锐角的三角函数值

1. C　2. B　3. C　4. D　5. D　6. D　7. B　8. B

9. B

10. 1.44　11. 7 589

12. **解析**：如图，设 $AB=4\lambda$，则 $BC=5\lambda$.



$\because$四边形 $ABCD$ 为矩形，$\therefore DC=AB=4\lambda$，$\angle D=90°$. 由题意得 $CF=CB=5\lambda$，由勾股定理得 $DF^2=CF^2-CD^2$，解得 $DF=3\lambda$，$\therefore \tan\angle DCF=\dfrac{DF}{DC}=\dfrac{3\lambda}{4\lambda}=\dfrac{3}{4}$，$\therefore \angle DCF\approx 37°$.

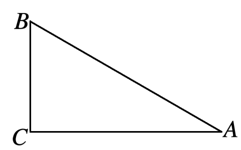
4　解直角三角形

1. C　2. C　3. A　4. A　5. A　6. D　7. D　8. B

9. B

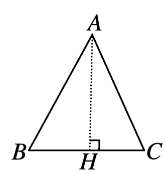
10. $\dfrac{12}{13}$　11. 7

12. **解析**：(1)如图，



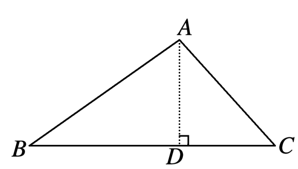
$\because \angle C=90°$，$\angle A=30°$，$\therefore \cos A=\cos 30°=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. $\because AC=3$，$\therefore AB=2\sqrt{3}$.

(2)如图，过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H.



$\because AB=AC$，$\therefore CH=\dfrac{1}{2}BC=3$，$\therefore AH=\sqrt{AC^2-CH^2}=6\sqrt{2}$，$\therefore \sin C=\dfrac{AH}{AC}=\dfrac{6\sqrt{2}}{9}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

13. **解析**：如图，作 $AD\perp BC$ 于点 D，

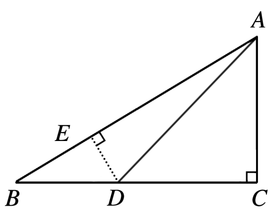


设 $AD=x$，在 $Rt\triangle ABD$ 中，$\angle B=30°$，$\therefore BD=\sqrt{3}AD=\sqrt{3}x$. 在 $Rt\triangle ADC$ 中，$\angle C=45°$，$\therefore CD=AD=x$，而 $BD+CD=BC$，$\therefore \sqrt{3}x+x=2\sqrt{3}+2$，解得 $x=2$，即 $AD=2$，$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\times(2\sqrt{3}+2)=2\sqrt{3}+2$.

14. **解析**：(1) $\because BE\perp AD$，$CF\perp AD$，$\therefore \angle AEB=\angle DFC=90°$. $\because \sin A=\frac{BE}{AB}$，$\therefore BE=AB\cdot\sin A=2\sqrt{2}\times\sin45°=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$. $\because BC/\!/AD$，$BE\perp AD$，$CF\perp AD$，$\therefore$ 四边形 $BCFE$ 是矩形，$\therefore CF=BE=2$，$\angle BCF=90°$，$\therefore \tan\angle DCF=\frac{DF}{CF}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，$\therefore \angle DCF=60°$，$\therefore \angle BCD=90°+60°=150°$.

(2) $\because \cos A=\frac{AE}{AB}$，$\therefore AE=AB\cdot\cos A=2\sqrt{2}\times\cos45°=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$. $\because EF=BC=1$，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}(BC+AD)\cdot BE=\frac{1}{2}\times(1+2+1+2\sqrt{3})\times2=4+2\sqrt{3}$.

15. **解析**：(1) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\because \tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}$，$\therefore$ 设 $AC=3x$，$BC=4x$. $\because BD=2$，$\therefore DC=BC-BD=4x-2$. $\because \angle ADC=45°$，$\therefore AC=DC$，即 $4x-2=3x$，解得 $x=2$，则 $AC=6$，$BC=8$，$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$.



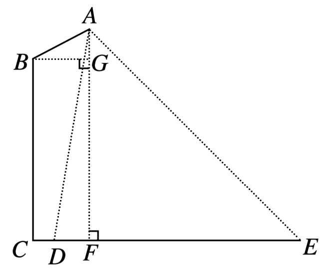
(2) 如图，作 $DE\perp AB$ 于点 E.

由 $\tan B=\frac{DE}{BE}=\frac{3}{4}$，可设 $DE=3a$，则 $BE=4a$，$\because DE^2+BE^2=BD^2$，且 $BD=2$，$\therefore (3a)^2+(4a)^2=2^2$，解得 $a=\frac{2}{5}$（负值舍去），$\therefore DE=3a=\frac{6}{5}$. $\because AD=\sqrt{AC^2+DC^2}=6\sqrt{2}$，$\therefore \sin\angle BAD=\frac{DE}{AD}=\frac{\sqrt{2}}{10}$.

5　三角函数的应用

1.C　2.A　3.B　4.C　5.B　6.A　7.B

8. **解析**：如图，过点 A 作 $AF\perp CE$，交 CE 于点 F.



设 AF 的长度为 x m. $\because \angle AED=45°$，$\therefore \triangle AEF$ 是等腰直角三角形，$\therefore EF=AF=x$. 在 $Rt\triangle ADF$ 中，$\because \tan\angle ADF=\frac{AF}{DF}$，$\therefore DF=\frac{AF}{\tan\angle ADF}=\frac{x}{\tan80.5°}=\frac{x}{6}$. $\because DE=18.9$，$\therefore \frac{x}{6}+x=18.9$，解得 $x=16.2$. 过点 B 作 $BG\perp AF$，交 AF 于点 G，则 $BC=GF=15$，$\angle CBG=90°$，$\therefore AG=AF-GF=16.2-15=1.2$. $\because \angle ABC=120°$，$\therefore \angle ABG=\angle ABC-\angle CBG=120°-90°=30°$. 在 $Rt\triangle ABG$ 中，$\because \sin\angle ABG=\frac{AG}{AB}$，$\therefore AB=\frac{AG}{\sin\angle ABG}=\frac{1.2}{\sin30°}=2.4$，即灯杆 AB 的长度为 2.4 m.

9. **解析**：(1) 在 $Rt\triangle BOP$ 中，$\angle BOP=90°$，$\because \angle BPO=45°$，$OP=100$，$\therefore OB=OP=100$. 在 $Rt\triangle AOP$ 中，$\angle AOP=90°$，$\because \angle APO=60°$，$\therefore AO=OP\cdot\tan\angle APO$，$\therefore AO=100\sqrt{3}$，$AB=100(\sqrt{3}-1)$，即 A，B 之间的路程为 $100(\sqrt{3}-1)$ 米.

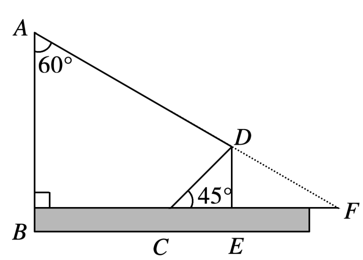
(2) $\because$ 此车的速度为 $\frac{100(\sqrt{3}-1)}{4}=25(\sqrt{3}-1)\approx25\times0.73=18.25$ 米/秒，54 千米/小时 $=\frac{54\ 000}{3\ 600}\approx15$ 米/秒，15 米/秒 <18.25 米/秒，$\therefore$ 此车超过了永丰路每小时 54 千米的限制速度.

6　利用三角函数测高

1.B　2.B

3.8.5　4.2.9

5. **解析**：如图，延长 AD 交 BE 的延长线于点 F，



则$\angle F=30^\circ$，$\because \angle DCE=45^\circ$，$DE\perp CF$，$CD=2\sqrt{2}$米，$\therefore CE=DE=2$米. 在$\text{Rt}\triangle DEF$中，$EF=\dfrac{DE}{\tan 30^\circ}=2\sqrt{3}$米，$\therefore BF=BC+CE+EF=(10+2\sqrt{3})$米，在$\text{Rt}\triangle ABF$中，$AB=BF\times\tan 30^\circ=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}+2\approx 7.77$米.

预习自测

1. D　2. A　3. C　4. A　5. B　6. B　7. B　8. A　9. D　10. D　11. C　12. D

13. $5-\sqrt{2}$　14. $\dfrac{5}{12}$　15. $y=\dfrac{100}{x}$

16. 等腰三角形　17. $2\sqrt{2}$ km　18. $\dfrac{3}{5}$

19. **解析**：(1)原式$=2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\times 1=\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{2}$.

(2)原式$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2\times(\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2+\dfrac{2}{2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1+\sqrt{3}-1=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-2$.

20. **解析**：(1)设$y_1=\dfrac{k_1}{x-1}$，$y_2=k_2x\,(k_2\neq 0)$，$\therefore y=\dfrac{k_1}{x-1}+k_2x$. 把$x=2$，$y_1=4$和$x=2$，$y=2$分别代入，得$\begin{cases}k_1=4,\\k_1+2k_2=2,\end{cases}$解得$\begin{cases}k_1=4,\\k_2=-1,\end{cases}$$\therefore y$关于$x$的函数解析式为$y=\dfrac{4}{x-1}-x$.

(2)当$x=3$时，$y=\dfrac{4}{3-1}-3=-1$.

21. **解析**：(1)如图1，过点C点作$CD\perp AB$于点D. 在$\text{Rt}\triangle ACD$中，$AC=4$，$\angle A=30^\circ$，$\therefore CD=\dfrac{1}{2}AC=2$，$AD=\sqrt{3}\,CD=2\sqrt{3}$. 在$\text{Rt}\triangle BCD$中，$\angle B=45^\circ$，$\therefore BD=CD=2$，$\therefore AB=AD+BD=2\sqrt{3}+2$.

(2)如图2，过点C作$CD\perp AB$于点D，在BD上取点E，使$CE=BE$，$\therefore\angle BCE=\angle B=15^\circ$，$\therefore\angle CED=\angle BCE+\angle B=30^\circ$. 在$\text{Rt}\triangle ACD$中，$\angle A=45^\circ$，$AC=1$，$\therefore AD=CD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. 在$\text{Rt}\triangle CDE$中，$\angle CED=30^\circ$，$\therefore DE=\sqrt{3}\,CD=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$CE=2CD=\sqrt{2}$，$\therefore BE=CE=\sqrt{2}$，$\therefore AB=AD+DE+BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\sqrt{2}=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$.

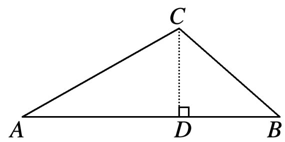


图1

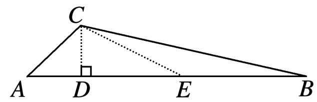
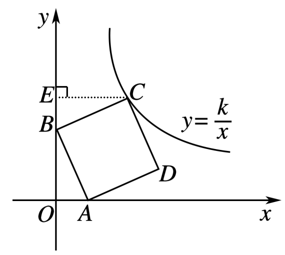


图2

22. **解析**：如图，过点C作$CE\perp y$轴于点E.



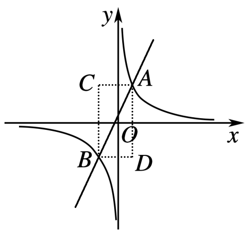
$\because$点$B(0,4)$，$A(2,0)$，$\therefore OB=4$，$OA=2$. $\because$四边形$ABCD$为正方形，$\therefore\angle CBA=90^\circ$，$BC=AB$，$\therefore\angle CBE+\angle ABO=90^\circ$. $\because\angle BAO+\angle ABO=90^\circ$，$\therefore\angle CBE=\angle BAO$. $\because\angle CEB=\angle BOA=90^\circ$，$\therefore\triangle BEC\cong\triangle AOB$，$\therefore OA=BE=2$，$OB=CE=4$，$\therefore OE=OB+BE=6$，$\therefore C(4,6)$. $\because$反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$的图象经过点C，$\therefore$将$C(4,6)$代入反比例函数解析式$y=\dfrac{k}{x}$，得$k=24$.

23. **解析**：在$\text{Rt}\triangle BCF$中，$\angle FBC=\angle BFC=45^\circ$，$\therefore CF=BC=10$. 在$\text{Rt}\triangle ACF$中，$\tan\angle CAF=\dfrac{CF}{AC}$，即$\dfrac{10}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，解得$AC=10\sqrt{3}$，$\therefore AB=AC-BC=10(\sqrt{3}-1)$. 即$A$，$B$之间的距离为$10(\sqrt{3}-1)$海里.

24. **解析**：(1)$\because$点A的横坐标是2，$\therefore$将$x=2$代入$y_2=k_2(x-2)+5=5$，$\therefore A(2,5)$，$\therefore$将$A(2,5)$代入$y_1=\dfrac{k_1}{x}$得，$k_1=10$，$\therefore y_1=\dfrac{10}{x}$. $\because$点B的纵坐标是-4，$\therefore$将$y=-4$代入$y_1=\dfrac{10}{x}$得，$x=-\dfrac{5}{2}$，$\therefore B(-\dfrac{5}{2},-4)$. 将$B(-\dfrac{5}{2},-4)$代入$y_2=k_2(x-2)+5$得，$-4=k_2(-\dfrac{5}{2}-2)+5$，解得$k_2=2$，$\therefore y_2=2(x-2)+5=2x+1$. 综上所述，$k_1$的值是10，$k_2$的值

是 2.

(2)如图所示，

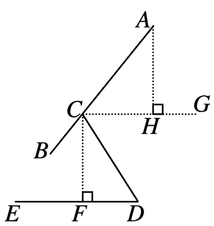


由题意可得，$C(-\frac{5}{2},5)$，$D(2,-4)$，∴设 CD 所在直线的表达式为 $y=kx+b$，

∴$\begin{cases}-\frac{5}{2}k+b=5,\\2k+b=-4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=0,\end{cases}$ ∴ $y=-2x$，

∴当 $x=0$ 时，$y=0$，∴直线 CD 经过原点.

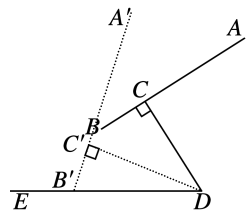
25. **解析**：(1)过点 C 作 $CG/\!/DE$，过点 A 作 $AH\perp CG$ 于点 H，过点 C 作 $CF\perp DE$ 于点 F，则点 A 到直线 DE 的距离为 $AH+CF$.



在 Rt△CDF 中，∵$\sin\angle CDE=\frac{CF}{CD}$，∴$CF=CD\cdot\sin 60^\circ=70\times\frac{\sqrt{3}}{2}=35\sqrt{3}\approx59.5$(mm). ∵$\angle DCB=70^\circ$，∴$\angle ACD=180^\circ-\angle DCB=110^\circ$，∵$CG/\!/DE$，∴$\angle GCD=\angle CDE=60^\circ$，∴$\angle ACH=\angle ACD-\angle DCG=50^\circ$. 在 Rt△$ACH$ 中，∵$\sin\angle ACH=\frac{AH}{AC}$，∴$AH=AC\cdot\sin\angle ACH=(115-35)\times\sin 50^\circ\approx80\times0.8=64$(mm).

∴点 A 到直线 DE 的距离为 $AH+CF=59.5+64=123.5\approx124$(mm).

(2)如图所示，虚线部分为旋转后的位置，B 的对应点为 B'，C 的对应点为 C'，



则 $B'C'=BC=35$ mm，$DC'=DC=70$ mm. 在 Rt△$B'C'D$ 中，∵$\tan\angle B'DC'=\frac{B'C'}{DC'}=\frac{35}{70}=0.5$，$\tan 26.6^\circ\approx0.5$，∴$\angle B'DC'=26.6^\circ$，∴$CD$ 旋转的角度为 $\angle CDC'=\angle CDE-\angle B'DC'=60^\circ-26.6^\circ=33.4^\circ$.