

参 考 答 案

第二十一章 一元二次方程

关键能力达标测试卷

1. C 解析: A 是二元二次方程, 故此选项不符合题意; B 是一元一次方程, 故此选项不符合题意; C 是一元二次方程, 此选项符合题意; D 含有分式, 不是一元二次方程, 故此选项不符合题意.

2. C 解析: $x^2 = -2x + 8$, 则 $x^2 + 2x - 8 = 0$, 常数项是 -8 .

3. A 解析: 把 $x = 0$ 代入关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + a - 2 = 0$, 得 $a - 2 = 0$, 解得 $a = 2$.

4. B 解析: 因为关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 3x + k = 0$ 有实数根, 所以 $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times k \geqslant 0$, 解得 $k \leqslant \frac{9}{8}$.

5. D 解析: $\because x^2 - 2x = 1, \therefore (x - 1)^2 = 2$.

6. C 解析: $\because x(x - 5) = 5 - x, \therefore x(x - 5) + (x - 5) = 0, \therefore (x - 5) \cdot (x + 1) = 0, \therefore x - 5 = 0$ 或 $x + 1 = 0$, 解得 $x_1 = 5, x_2 = -1$.

7. A 解析: $\because$ 宽比长少 12 步, 且宽为 x 步, $\therefore$ 长为 $(x + 12)$ 步. $\because$ 矩形面积为 864 平方步, $\therefore$ 根据面积公式可列出方程 $x(x + 12) = 864$.

8. B 解析: $\because x_1, x_2$ 是一元二次方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的两个实数根, $\therefore x_1 + x_2 = 3, x_1 \cdot x_2 = 2, \therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 3^2 - 2 \times 2 = 5$.

9. C 解析: 设这款扒鸡礼盒每件降价 x 元, 则每件盈利 $(30 - x)$ 元, 每天可以售出 $(100 + 10x)$ 件, 依题意得 $(30 - x)(100 + 10x) = 3\ 640$.

10. B

11. 6 解析: $(x - 1)(x + 7) = 16 - x^2$ 化为一般形式是 $2x^2 + 6x - 23 = 0$, 其中一次项系数是 6.

12. 1 解析: $\because$ 一元二次方程 $x^2 + 2x + c = 0$ 有两个相等的实数根, $\therefore \Delta = 0$, 即 $4 - 4c = 0$, 解得 $c = 1$.

13. 8 或 9

14. $x^2 - 3x + 2 = 0$ 解析: 设该方程为 $x^2 + bx + c = 0, \therefore x_1 + x_2 = -b, x_1 \cdot x_2 = c. \because x_1 + x_2 = 3, x_1^2 + x_2^2 = 5, \therefore 2x_1 \cdot x_2 = (x_1 + x_2)^2 - (x_1^2 + x_2^2) = 3^2 - 5 = 4, \therefore x_1 \cdot x_2 = 2, \therefore -b = 3, c = 2$, 即以 x_1, x_2 为根的一元二次方程是 $x^2 - 3x + 2 = 0$.

15. $(30 - 3x)(24 - 2x) = 480$

16. 解析: (1) 原方程整理得 $5x^2 - 3x - 2 = 0. \because a = 5, b = -3, c = -2, \therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 5 \times (-2) = 9 + 40 = 49 > 0$, 则 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2 \times 5} = \frac{3 \pm 7}{10}$, 则 $x_1 = 1, x_2 = -\frac{2}{5}$.

(2) 原方程整理得 $3(x + 3)^2 - x(x + 3) = 0$, 因式分解得 $(x + 3) \cdot (3x + 9 - x) = 0$, 即 $(x + 3)(2x + 9) = 0$, 则 $x + 3 = 0$ 或 $2x + 9 = 0$, 解得 $x_1 = -3, x_2 = -\frac{9}{2}$.

【规律总结】解一元二次方程方法的选择: 1. 方程的一边化为 0, 另一边比较容易因式分解的, 用因式分解法; 2. 比较容易化为形如 $x^2 = p (p > 0)$ 的方程用直接开平方法; 3. 化为一般形式后, 二次项系数是 1, 而一次项系数是偶数时, 可以用配方法; 4. 没有以上特点的用公式法.

17. 解析: (1) 小明的解答过程是从第二步开始出错的, 其错误原因是等式的基本性质 2 用错.

(2) 原方程可变形为 $x(x - 2) + (x - 2) = 0$,

$\therefore (x - 2)(x + 1) = 0$,

则 $x - 2 = 0$ 或 $x + 1 = 0$,

$\therefore x_1 = 2, x_2 = -1$.

18. 解析: (1): 原方程可变形为 $x^2 + 8x + 15 - m^2 = 0, \therefore \Delta = 8^2 - 4 \times (15 - m^2) = 4 + 4m^2. \because m^2 \geqslant 0, 4m^2 \geqslant 0, \therefore \Delta = 4 + 4m^2 \geqslant 4 > 0, \therefore$ 方程总有两个不等的实数根.

(2) $\because$ 方程的一个根是 $-1, \therefore m^2 = 8$, 解得 $m = \pm 2\sqrt{2}, \therefore$ 原方程为 $x^2 + 8x + 7 = 0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = -7. \therefore m$ 的值为 $\pm 2\sqrt{2}$, 方程的另一个根是 -7 .

19. 解析: (1) 设从 4 月份到 6 月份, 玩具销售额的月平均增长率为 m . 由题意得 $40 \times 50(1 + m)^2 = 2\ 880$, 解得 $m_1 = 0.2 = 20\%$, $m_2 = -2.2$ (不符合题意, 舍去).

即从 4 月份到 6 月份, 玩具销售额的月平均增长率为 20% .

(2) 设 6 月份每个玩具的销售价格增加 x 元, 则 6 月份每个玩具的销售价格为 $(50 + x)$ 元, 6 月份的销售量为 $(40 - \frac{x}{5})$ 个. 由题意

得 $(50 + x)(40 - \frac{x}{5}) = 2\ 880$, 整理得 $x^2 - 150x + 4\ 400 = 0$, 解得 $x_1 = 40, x_2 = 110$ (销售价格小于 100 元, 不符合题意, 舍去), $\therefore 50 + x = 90$.

即 6 月份每个玩具的销售价格是 90 元.

20. 解析: (1) 由题知, 方程 $-12x^2 - x + 1 = 0$ 的倒方程是 $x^2 - x - 12 = 0$.

(2) 由题知, 方程 $x^2 - 3x + c = 0$ 的倒方程为 $cx^2 - 3x + 1 = 0$, 将 $x = 5$ 代入此方程, 得 $25c - 15 + 1 = 0$,

解得 $c = \frac{14}{25}$, 所以 c 的值为 $\frac{14}{25}$.

(3) 由题知, 一元二次方程 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 的倒方程是 $-x^2 - 5x + 1 = 0$, 因为 m, n 是此方程的两个不相等实数根, 所以 $m + n = -5$,

$mn = -1, -n^2 - 5n + 1 = 0$, 所以 $n^2 = -5n + 1$, 所以 $2n^2 - mn - 10m = 2(-5n + 1) - mn - 10m = -10n + 2 - mn - 10m = -10(m + n) - mn + 2 = -10 \times (-5) - (-1) + 2 = 53$.

第二十一章 一元二次方程

核心素养提优测试卷

1. D 解析: $x^2 - 6x = 0$ 的根为 $x = 0$ 或 $x = 6, \therefore x^2 - 6x = 0$ 有两个不等实数根, A 不符合题意; $x^2 - 9 = 0$ 的根为 $x = 3$ 或 $x = -3, \therefore x^2 - 9 = 0$ 有两个不等实数根, B 不符合题意; 由 $x^2 - 6x + 6 = 0$, 知 $\Delta = 36 - 24 = 12 > 0, \therefore x^2 - 6x + 6 = 0$ 有两个不等实数根, C 不符合题意; 由 $x^2 - 6x + 9 = 0$, 知 $\Delta = 36 - 36 = 0, \therefore x^2 - 6x + 9 = 0$ 有两个相等实数根, D 符合题意.

2. C 解析: 当 $x = -1$ 时, $a - (-b) + c = 0$, 即 $a + b + c = 0$, 所以一元二次方程 $ax^2 - bx + c = 0 (a \neq 0)$ 必有一个根是 -1 .

3. C

4. C 解析: 由题意, $\Delta \geqslant 0$ 且 $k \neq 0, \therefore 1 + 8k \geqslant 0, \therefore k \geqslant -\frac{1}{8}, \therefore k \geqslant -\frac{1}{8}$ 且 $k \neq 0$.

【易错点拨】一元二次方程有两个实数根, 求方程中的待定字母的取值范围, 既要考虑判别式大于等于 0, 也要考虑二次项的系数不等于 0, 若要避免遗漏, 最好一开始做题时, 就列成不等式组.

5. B 解析: $\because a$ 是方程 $x^2 - 2\ 024x + 1 = 0$ 的一个根, $\therefore a^2 - 2\ 024a + 1 = 0, \therefore a^2 + 1 = 2\ 024a, a^2 = 2\ 024a - 1, a \neq 0, \therefore a + \frac{1}{a} = 2\ 024 = 0$, 即 $a + \frac{1}{a} = 2\ 024, \therefore a^2 - 2\ 023a + \frac{2\ 024}{a^2 + 1} = 2\ 024a - 1 - 2\ 023a + \frac{2\ 024}{2\ 024a} = a - 1 + \frac{1}{a} = 2\ 024 - 1 = 2\ 023$.

6. B 解析: 设菱形的两条对角线长分别为 $a, b. \because$ 菱形的面积 = 两条对角线积的一半, $\therefore \frac{1}{2}ab = 20$ 即 $ab = 40, \therefore m = 40, \therefore$ 原方程可化为 $x^2 - 14x + 40 = 0, (x - 4)(x - 10) = 0$, 解得 $x_1 = 4, x_2 = 10, \therefore$ 该菱形两对角线长分别为 4 和 10.

7. A 解析: $\because x_1, x_2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 2 = 0$ 的两个实数根, $\therefore x_1 + x_2 = 2(m + 1), x_1 \cdot x_2 = m^2 + 2. \because (x_1 + 1)(x_2 + 1) = 13, \therefore x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1 = 13$, 即 $x_1 \cdot x_2 + (x_1 + x_2) - 12 = 0, \therefore m^2 + 2 + 2(m + 1) - 12 = 0, \therefore (m - 2)(m + 4) = 0$, 解得 $m_1 = 2, m_2 = -4$. 检验: 当 $m = 2$ 时, 原方程可化为 $x^2 - 6x + 6 = 0. \because \Delta = 36 - 4 \times 1 \times 6 = 36 - 24 = 12 > 0, \therefore$ 方程有实数根, 符合题意; 当 $m = -4$ 时, 原方程可化为 $x^2 + 6x + 18 = 0. \because \Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times$

$18 = 36 - 72 = -36 < 0, \therefore$ 方程无实数根, 不符合题意.

8. C 9. D 10. A

11. 3 解析: $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两个根是 $a, b, \therefore ab = 3$. 则 ab 的值是 3.

12. $6\sqrt{6}$ 解析: 设长方形的长为 $2x$, 宽为 x . 由题意得 $2x^2 = 12$, 解得 $x_1 = \sqrt{6}, x_2 = -\sqrt{6}$ (舍去), 则 $2x = 2\sqrt{6}$, 那么其周长为 $2 \times (2\sqrt{6} + \sqrt{6}) = 6\sqrt{6}$.

13. 6 解析: $\because$ 一元二次方程 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 的两根为 $m, n, \therefore 2m^2 - 4m = 1, m + n = -\frac{-4}{2} = 2, mn = -\frac{1}{2}, \therefore 3m^2 - 4m + n^2 = 2m^2 - 4m + m^2 + n^2 = 1 + (m + n)^2 - 2mn = 1 + 2^2 - 2 \times (-\frac{1}{2}) = 6$.

14. $\frac{1}{3}$ 或 -3 解析: 由题意可得 $3x^2 - (1 - 8x) = 2$, 整理得 $3x^2 + 8x - 3 = 0. \because a = 3, b = 8, c = -3, \therefore \Delta = 8^2 - 4 \times 3 \times (-3) = 100 > 0$, 则 $x = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{2 \times 3} = \frac{-8 \pm 10}{6}$, 解得 $x = \frac{1}{3}$ 或 $x = -3$.

15. 20% 解析: 设进园人次的日平均增长率为 x , 由题意得 $125(1 + x)^2 = 180$, 解得 $x = 0.2 = 20\%$ 或 $x = -2.2$ (不合题意, 舍去), $\therefore$ 进园人次的日平均增长率为 20% .

16. 解析: (1) $\because 2x^2 - 4x - 1 = 0, \therefore x^2 - 2x = \frac{1}{2}, x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2} +$

$1, (x - 1)^2 = \frac{3}{2}, \therefore x - 1 = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, \therefore x_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}, x_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$.

(2) $\because (y - 2)(y - 3) = 12, \therefore y^2 - 5y - 6 = 0, (y - 6)(y + 1) = 0, \therefore y_1 = 6, y_2 = -1$.

17. 解析: (1) $y^2 - 2y - 1 = 0$

(2) 设所求方程的根为 t , 则 $t = \frac{1}{x} (x \neq 0), \therefore x = \frac{1}{t} (t \neq 0)$.

把 $x = \frac{1}{t}$ 代入方程 $ax^2 + bx + c = 0$,

得 $a\left(\frac{1}{t}\right)^2 + b \cdot \frac{1}{t} + c = 0$,

去分母, 得 $a + bt + ct^2 = 0$.

若 $c = 0$, 则有 $ax^2 + bx = 0$, 即方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根为 0, 不合题意, 则 $c \neq 0$.

故所求方程为 $ct^2 + bt + a = 0 (c \neq 0)$.

18. 解析: (1) 设生态园垂直于墙的边长为 x 米, 则平行于墙的边长为 $(42 - 3x)$ 米.

根据题意得 $x(42 - 3x) = 144$, 整理得 $x^2 - 14x + 48 = 0$,

解得 $x_1 = 6, x_2 = 8$ (不符合题意, 舍去).

